

PHẦN 1. TRẮC NGHIỆM**I. CẤP SỐ CỘNG, CẤP SỐ NHÂN**

Câu 1. Trong các dãy số sau, dãy số nào là một cấp số cộng?

A. $1; -3; -6; -9; -12; \dots$

B. $1; -2; -4; -6; -8; \dots$

C. $1; -3; -7; -11; -15; \dots$

D. $1; -3; -5; -7; -9; \dots$

Câu 2. Trong các dãy số được cho dưới đây, dãy số nào là cấp số cộng?

A. $u_n = 2023 - 3n$

B. $u_n = 2023 - 3^n$

C. $u_n = \frac{2023}{3n}$

D. $u_n = 2023.3^n$

Câu 3. Tìm giá trị của m để các số $5 + m; 7 + 2m; 17 + m$ theo thứ tự lập thành cấp số cộng

A. $m = 2$.

B. $m = 3$.

C. $m = 4$.

D. $m = 5$.

Câu 4. Số đo ba góc A, B, C ($A < B < C$) của tam giác tạo thành cấp số cộng, biết góc lớn nhất gấp đôi góc nhỏ nhất. Hiệu số đo (độ) của góc lớn nhất với góc nhỏ nhất bằng

A. 40°

B. 45°

C. 60°

D. 80°

Câu 5. Một tam giác vuông có chu vi bằng 3 và độ dài các cạnh lập thành một cấp số cộng. Diện tích tam giác vuông đã cho bằng

A. $\frac{3}{2}$.

B. $\frac{3}{4}$.

C. $\frac{3}{8}$.

D. $\frac{5}{8}$.

Câu 6. Cho cấp số cộng có số hạng đầu $u_1 = -5$ và công sai $d = 3$. Mệnh đề nào đúng?

A. $u_{10} = 35$.

B. $u_{13} = 31$.

C. $u_{15} = 34$.

D. $u_{15} = 45$.

Câu 7. Cho cấp số cộng (u_n) có $u_3 = 15$ và công sai $d = -2$. Số hạng tổng quát u_n là

A. $u_n = -2n + 21$.

B. $u_n = -\frac{3}{2}n + 12$.

C. $u_n = -3n - 17$.

D. $u_n = \frac{3}{2}n^2 - 4$.

Câu 8. Cho cấp số cộng (u_n) thỏa mãn $\begin{cases} u_4 = 10 \\ u_4 + u_6 = 26 \end{cases}$ có công sai là

A. $d = -3$.

B. $d = 3$.

C. $d = 5$.

D. $d = 6$.

Câu 9. Cho cấp số cộng (u_n) thỏa mãn: $\begin{cases} u_2 - u_3 + u_5 = 10 \\ u_4 + u_6 = 26 \end{cases}$. Xác định công sai d và số hạng đầu u_1

A. $d = 3, u_1 = 1$.

B. $d = 1, u_1 = 1$.

C. $d = 1, u_1 = 3$.

D. $d = -3, u_1 = 1$.

Câu 10. Cho cấp số cộng (u_n) có $u_1 = 4; d = -5$. Tổng 100 số hạng đầu của cấp số cộng bằng

A. -24350

B. 24350 .

C. -24600 .

D. 24600 .

Câu 11. Cho cấp số cộng (u_n) có $d = -2$ và $S_8 = 72$. Tìm số hạng đầu tiên u_1 .

A. $u_1 = 16$. B. $u_1 = -16$. C. $u_1 = \frac{1}{16}$. D. $u_1 = -\frac{1}{16}$.

Câu 12. Xen vào giữa hai số 4 và 40 bốn số để được một cấp số cộng. Tổng bốn số đó là
 A. 72 B. 88. C. 100. D. 66

Câu 13. Cho cấp số cộng (u_n) có tổng n số hạng đầu là $S_n = 3n^2 + 4n$, $n \in \mathbb{N}^*$. Giá trị của số hạng thứ 10 của cấp số cộng là
 A. $u_{10} = 55$. B. $u_{10} = 67$. C. $u_{10} = 61$. D. $u_{10} = 59$.

Câu 14. Tính tổng $S = 1 - 2 + 3 - 4 + 5 + \dots + (2n - 1) - 2n$ với $n \in \mathbb{N}^*$.
 A. $S = -1$. B. $S = 0$. C. $S = -n$. D. $S = n$.

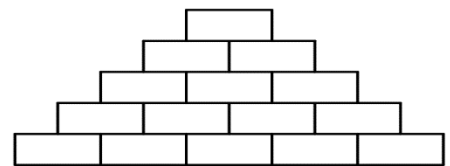
Câu 15. Cho cấp số cộng (u_n) thỏa mãn: $\begin{cases} u_5 + 3u_3 - u_2 = -21 \\ 3u_7 - 2u_4 = -34 \end{cases}$. Tính $S = u_4 + u_5 + \dots + u_{30}$
 A. $S = -1286$ B. $S = -1276$ C. $S = -1242$ D. $S = -1222$

Câu 16. Cho số nguyên dương $n \geq 2$ thỏa mãn $C_n^1; C_n^2; A_n^2$ lần lượt là số hạng thứ nhất, số hạng thứ 10 và số hạng thứ 21 của một cấp số cộng. Tìm n
 A. $n = 10$. B. $n = 11$. C. $n = 13$. D. $n = 12$

Câu 17. Cho cấp số cộng (u_n) biết: $\begin{cases} u_3 + u_5 - u_6 = 6 \\ u_8 + u_4 = 52 \end{cases}$. Tính $S = u_2 + u_4 + u_6 + \dots + u_{2020}$
 A. $S = 5105110$. B. $S = 5101510$. C. $S = 5105010$. D. $S = 5105101$.

Câu 18. Tính tổng $T = 15 + 20 + 25 + \dots + 7515$.
 A. $T = 5651255$ B. $T = 5651260$. C. $T = 5651265$. D. $T = 5651270$.

Câu 19. Một người muốn trang trí quán cho đẹp nên quyết định thuê nhân công xây một bức tường gạch với xi măng (mô hình như hình vẽ bên), biết hàng dưới cùng có 50 viên, mỗi hàng tiếp theo đều có ít hơn hàng trước 1 viên và hàng trên cùng có 1 viên. Hỏi số gạch cần dùng để hoàn thành bức tường trên là bao nhiêu viên gạch?



A. 1275 B. 1225 C. 1326 D. 1250

Câu 20. Một nhà thi đấu có 20 hàng ghế cho khán giả. Hàng thứ nhất có 20 ghế, hàng thứ hai có 21 ghế, hàng thứ ba có 22 ghế, ... Cứ như vậy, số ghế ở hàng sau nhiều hơn số ghế hàng trước là 1 ghế. Trong một giải đấu, BTC đã bán hết sạch vé và số tiền thu được chi từ việc bán vé là 70 800 000 đồng. Tính giá tiền mỗi tấm vé, biết các tấm vé đồng giá và số vé bán ra bằng số ghế trong nhà thi đấu.

A. 100 000 đồng. B. 120 000 đồng. C. 150 000 đồng. D. 80 000 đồng.

Câu 21. Một gia đình cần khoan một cái giếng để lấy nước. Họ thuê một đội khoan giếng nước. Biết giá của mét khoan đầu tiên là 80.000 đồng, kể từ mét khoan thứ hai giá của mỗi mét khoan tăng thêm 5.000 đồng so với giá của mét khoan trước đó. Biết cần phải khoan sâu xuống *ít nhất* 50m mới có nước. Hỏi phải trả *ít nhất* bao nhiêu tiền để khoan cái giếng đó?

A. 4.000.000 đồng. B. 10.125.000 đồng. C. 52.500.000 đồng. D. 52.500.000 đồng.

Câu 22. Một sinh viên ra trường đi phỏng vấn xin việc tại một công ty. Sau khi phỏng vấn xong các kiến thức chuyên môn, giám đốc đưa ra 3 lựa chọn:

- Một là anh sẽ vào làm việc trong công ty với lương tháng cố định 5.000.000 đồng / tháng.
- Hai là anh sẽ làm việc với mức lương khởi điểm 3.000.000 đồng cho tháng đầu, sau mỗi tháng anh sẽ được tăng thêm 400.000 đồng cho các tháng sau.
- Ba là anh sẽ làm việc với mức lương khởi điểm 4.000.000 cho tháng đầu, sau mỗi tháng anh sẽ được tăng thêm 200.000 đồng cho các tháng sau.

Thời gian thử việc theo cả 3 phương án là 12 tháng. Phương án có lợi nhất về mặt tài chính trong 12 tháng thử việc là

A. Phương án 1. B. Phương án 2 C. Phương án 3 D. Cả ba p/a như nhau

Câu 23. Dãy số nào sau đây không phải là cấp số nhân?

A. $1; -1; 1; -1; \dots$ B. $3; 3^2; 3^3; 3^4; \dots$ C. $a; a^3; a^5; a^7; \dots$ D. $\frac{1}{\pi}; \frac{1}{\pi^2}; \frac{1}{\pi^4}; \frac{1}{\pi^6}; \dots$

Câu 24. Một cấp số nhân có hai số hạng liên tiếp là 3 và 12. Số hạng tiếp theo của cấp số nhân là

A. 15. B. 21. C. 36. D. 48.

Câu 25. Trong các dãy số (u_n) cho bởi số hạng tổng quát u_n sau, dãy số nào là một cấp số nhân?

A. $u_n = 2023 - 3n$ B. $u_n = 2023 - 3^n$. C. $u_n = \frac{2023}{3n}$. D. $u_n = 2023 \cdot 3^n$.

Câu 26. Tìm $b > 0$ để các số $\frac{1}{\sqrt{2}}; \sqrt{b}; \sqrt{2}$ theo thứ tự đó lập thành một cấp số nhân

A. $b = -2$ B. $b = -1$ C. $b = 1$ D. $b = 2$

Câu 27. Cho cấp số nhân (u_n) có công bội q thỏa mãn $\begin{cases} u_{20} = 8u_{17} \\ u_1 + u_5 = 272 \end{cases}$. Chọn khẳng định đúng?

A. $q = 2$. B. $q = -4$. C. $q = 4$. D. $q = -2$.

Câu 28. Cho cấp số nhân (u_n) có $u_2 = -2$ và $u_5 = 54$. Tính tổng 1000 số hạng đầu tiên của cấp số nhân đã cho.

A. $S_{1000} = \frac{1 - 3^{1000}}{4}$. B. $S_{1000} = \frac{3^{1000} - 1}{2}$. C. $S_{1000} = \frac{3^{1000} - 1}{6}$. D. $S_{1000} = \frac{1 - 3^{1000}}{6}$.

Câu 29. Cho cấp số nhân (u_n) có $u_1 = -3$ và $q = -2$. Tính tổng 10 số hạng đầu tiên của cấp số nhân đã cho.

- A. $S_{10} = -511$. B. $S_{10} = -1025$. C. $S_{10} = 1025$. D. $S_{10} = 1023$.

Câu 30. Cho cấp số nhân (u_n) có công bội $q > 1$ và thỏa $\begin{cases} u_1 + u_2 + u_3 = 26 \\ u_1^2 + u_2^2 + u_3^2 = 364 \end{cases}$. Tìm q ?

- A. $q = \frac{5}{4}$. B. $q = 4$. C. $q = \frac{4}{3}$. D. $q = 3$.

Câu 31. Tính tổng tất cả các số hạng của một cấp số nhân có số hạng đầu là $\frac{1}{2}$, số hạng thứ tư là 32 và số hạng cuối là 2048.

- A. $\frac{1365}{2}$. B. $\frac{5416}{2}$. C. $\frac{5461}{2}$. D. $\frac{21845}{2}$.

Câu 32. Tính tổng $S = -2 + 4 - 8 + 16 - 32 + 64 - \dots + (-2)^{n-1} + (-2)^n$ với $n \in \mathbb{N}^*$.

- A. $S = 2n$. B. $S = 2^n$. C. $S = \frac{-2(1+2^n)}{3}$. D. $S = -2 \cdot \frac{1-(-2)^n}{3}$.

Câu 33. Viết thêm bốn số vào giữa hai số 160 và 5 để được một cấp số nhân gồm có sáu số hạng. Tổng các số hạng của cấp số nhân đó là

- A. 215. B. 315. C. 415. D. 515.

Câu 34. Gọi $S = 8 + 88 + 888 + \dots + \underbrace{888\dots 8}_{n \text{ số } 8}$ thì S nhận giá trị nào sau đây?

- A. $\frac{80}{81}(10^n - 1) - \frac{8}{9}n$. B. $\frac{80}{81}(10^n - 1) - n$. C. $\frac{5}{4}(10^n - 1) - \frac{5}{4}n$. D. $\frac{5}{4}(10^n - 1) - n$.

Câu 35. Người ta thiết kế một cái tháp gồm 11 tầng. Diện tích của mỗi tầng bằng nửa diện tích của tầng ngay bên dưới và diện tích của tầng 1 bằng nửa diện tích của đế tháp (có diện tích là $12288m^2$). Diện tích mặt trên cùng (của tầng thứ 11) có giá trị nào sau đây?

- A. $6m^2$ B. $8m^2$ C. $10m^2$ D. $12m^2$

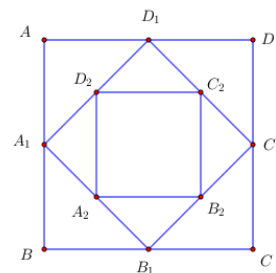
Câu 36. Cho dãy số (u_n) thỏa mãn $\begin{cases} u_1 = 1 \\ u_n = 2u_{n-1} + 1; n \geq 2 \end{cases}$. Tổng $S = u_1 + u_2 + \dots + u_{20}$ bằng

- A. $2^{20} - 20$. B. $2^{21} - 22$. C. 2^{20} . D. $2^{21} - 20$.

Câu 37. Cho hình vuông $ABCD$ có cạnh bằng a và có diện tích S_1 .

Nối 4 trung điểm A_1, B_1, C_1, D_1 theo thứ tự của 4 cạnh AB, BC, CD, DA ta được hình vuông thứ hai có diện tích S_2 .

Tiếp tục làm như thế, ta được hình vuông thứ ba là $A_2B_2C_2D_2$ có diện tích S_3, \dots và cứ tiếp tục làm như thế, ta tính được các hình vuông lần lượt có diện tích S_4, S_5, \dots, S_{100} (tham khảo hình bên). Tính tổng $S = S_1 + S_2 + S_3 + \dots + S_{100}$.



A. $S = \frac{a^2(2^{100} - 1)}{2^{100}}$. B. $S = \frac{a^2(2^{100} - 1)}{2^{99}}$. C. $S = \frac{a^2}{2^{100}}$. D. $S = \frac{a^2(2^{99} - 1)}{2^{98}}$.

II. GIỚI HẠN DÃY SỐ, GIỚI HẠN HÀM SỐ, HÀM SỐ LIÊN TỤC

Câu 38. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sin 2023n}{n^2 + 1}$ có kết quả nào sau đây?

- A. 0. B. 1. C. 2022. D. $+\infty$.

Câu 39. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{-3}{4n^2 - 2n + 1}$ có kết quả nào sau đây?

- A. $-\infty$. B. -1. C. $-\frac{3}{4}$. D. 0.

Câu 40. $\lim_{n \rightarrow \infty} (n+1) \sqrt{\frac{2n+2}{n^4 + n^2 - 1}}$ có kết quả nào sau đây?

- A. $-\infty$. B. $+\infty$. C. 0. D. 1.

Câu 41. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{9n^2 - 11n} - \sqrt{24n + 2}}{3n - 2023}$ có kết quả nào sau đây?

- A. 0. B. 1. C. 3. D. $+\infty$.

Câu 42. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{-n^2 + 2n + 1}{\sqrt{3n^4 + 2}}$ có kết quả nào sau đây?

- A. $-\frac{2}{3}$. B. $-\frac{\sqrt{3}}{3}$. C. $-\frac{1}{2}$. D. $\frac{1}{2}$.

Câu 43. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^3 - 2n + 24}{2006 - 3n^2}$ có kết quả nào sau đây?

- A. $-\infty$. B. $+\infty$. C. $-\frac{1}{3}$. D. $\frac{2}{3}$.

Câu 44. Dãy số (u_n) với $u_n = \frac{(3n-1)(3-n)^2}{(4n-5)^3}$ có giới hạn bằng phân số tối giản $\frac{a}{b}$. Tính ab

- A. 192 B. 68 C. 32 D. 128

Câu 45. Giới hạn nào sau đây bằng 0?

- A. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3 + 2n^3}{2n^2 - 2023}$. B. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n^2 - 24}{-2n^3 - 2022}$. C. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n - 3n^3}{-2n^2 - 2006}$. D. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n^2 - 3n^4 + 2}{-2n^4 + n^2}$.

Câu 46. Dãy số nào sau đây có giới hạn bằng $-\frac{1}{3}$?

- A. $u_n = \frac{n^2 - 2n}{3n^2 + 5}$. B. $u_n = \frac{-n^4 + 2n^3}{3n^3 + 2n^2}$. C. $u_n = \frac{n^2 - 3n^3}{9n^3 + n^2 - 1}$. D. $u_n = \frac{-n^2 + 2n - 5}{3n^3 + 4n - 2}$.

Câu 47. Dãy số nào sau đây có giới hạn là $+\infty$?

- A. $u_n = \frac{1 + n^2}{5n + 5}$. B. $u_n = \frac{n^2 - 2}{5n + 5n^3}$. C. $u_n = \frac{n^2 - 2n}{5n + 5n^2}$. D. $u_n = \frac{1 + 2n}{5n + 5n^2}$.

Câu 48. Dãy số nào sau đây có giới hạn là $-\infty$?

A. $u_n = \frac{1+2n}{5n+5n^2}$. B. $u_n = \frac{n^3+2n-1}{-n+2n^3}$. C. $u_n = \frac{2n^2-3n^4}{n^2+2n^3}$. D. $u_n = \frac{n^2-2n}{5n+1}$.

Câu 49. $\lim(2n^4+2n^2-5n+2023)$ có kết quả nào sau đây?

A. $-\infty$. B. $+\infty$. C. 3. D. 7.

Câu 50. $\lim(\sqrt{n^2-1}-\sqrt{3n^2+2})$ có kết quả nào sau đây?

A. $-\infty$. B. $+\infty$. C. -2. D. 0.

Câu 51. $\lim(\sqrt{n^2+2n}-\sqrt{n^2-2n})$ có kết quả nào sau đây?

A. 1. B. 2. C. 4. D. $+\infty$.

Câu 52. $\lim[\sqrt{n}(\sqrt{n+1}-\sqrt{n-1})]$ có kết quả nào sau đây?

A. -1. B. 0. C. 1. D. $+\infty$.

Câu 53. $\lim \frac{3^n - 2 \cdot 5^{n+1}}{2^{n+1} + 5^n}$ có kết quả nào sau đây ?

A. -15. B. -10. C. 10. D. 15.

Câu 54. $\lim(3^4 \cdot 2^{n+1} - 5 \cdot 3^n)$ có kết quả nào sau đây?

A. $-\infty$. B. $+\infty$. C. -1. D. $\frac{1}{3}$.

Câu 55. $\lim \frac{\frac{1}{2} + 1 + \frac{3}{2} + \dots + \frac{n}{2}}{n^2 + 1}$ có kết quả nào sau đây?

A. 1. B. $\frac{1}{2}$. C. $\frac{1}{4}$. D. $\frac{1}{8}$.

Câu 56. $\lim \frac{1+2+2^2+\dots+2^n}{3+3^2+3^3+\dots+3^n}$ có kết quả nào sau đây?

A. 0. B. $\frac{2}{3}$. C. $\frac{3}{2}$. D. 3.

Câu 57. Giới hạn $\lim \frac{\sqrt{1+5+\dots+(4n-3)}}{2n-1}$ bằng

A. 1. B. $+\infty$. C. $\frac{\sqrt{2}}{2}$. D. 0.

Câu 58. Tìm $\lim\left(\frac{1}{1} + \frac{1}{1+2} + \dots + \frac{1}{1+2+\dots+n}\right)$

A. $\frac{5}{2}$. B. $+\infty$. C. 2. D. $\frac{3}{2}$.

Câu 59. Cho dãy số (u_n) biết $u_n = \frac{1}{1 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 5} + \frac{1}{5 \cdot 7} + \dots + \frac{1}{(2n-1)(2n+1)}$. Khi đó $\lim u_n$ bằng:

A. $\frac{1}{2}$

B. $\frac{1}{4}$

C. 1

D. 2

Câu 60. Tính tổng $S = 1 + \frac{2}{3} + \frac{4}{9} + \dots + \frac{2^n}{3^n} + \dots$

A. $S = 3$.

B. $S = 4$.

C. $S = 5$.

D. $S = 6$.

Câu 61. Tính $\lim \frac{-3+1+5+\dots+(4n-7)}{-2n+2023}$

A. $-\infty$.

B. -2

C. 2.

D. $+\infty$.

Câu 62. Tính $\lim \frac{24}{\sqrt{2n^2+11}-\sqrt{2n^2+17}}$

A. $-\infty$.

B. $+\infty$

C. $12\sqrt{2}$.

D. 0.

Câu 63. Tính $\lim n(\sqrt{n^2+2n+5}-\sqrt[3]{24n+n^3})$

A. $-\infty$.

B. $+\infty$

C. $\frac{1}{2}$.

D. -2 .

Câu 64. Cho hai số thực a, b thỏa mãn $\lim \left(\frac{4n^2-3n+1}{n+2} - an - b \right) = 0$. Tính giá trị của $a+b$

A. $a+b=4$.

B. $a+b=-4$.

C. $a+b=-7$.

D. $a+b=7$.

Câu 65. Số thập phân vô hạn tuần hoàn $3,15555\dots = 3,1(5)$ viết dưới dạng hữu tỉ là

A. $\frac{63}{20}$.

B. $\frac{142}{45}$.

C. $\frac{1}{18}$.

D. $\frac{7}{2}$.

Câu 66. Từ độ cao 55,8m của tháp nghiêng Pisa nước Italia người ta thả một quả bóng cao su chạm xuống đất. Giả sử mỗi lần chạm đất quả bóng lại nảy lên độ cao bằng $\frac{1}{10}$ độ cao mà quả bóng đạt trước đó.

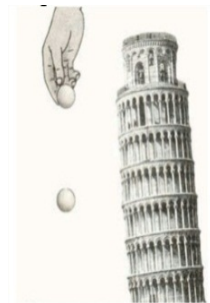
Tổng độ dài các độ cao của quả bóng được thả từ lúc ban đầu cho đến khi nó nằm yên trên mặt đất thuộc khoảng nào trong các khoảng sau đây?

A. (67m ; 69m).

B. (60m ; 63m).

C. (64m ; 66m).

D. (69m ; 72m).



Câu 67. Giới hạn $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2-3}{x^3+2}$ bằng:

A. 2

B. 1

C. -2

D. $-\frac{3}{2}$

Câu 68. Giới hạn $\lim_{x \rightarrow -4} \frac{x^2+3x-4}{x^2+4x}$ bằng :

A. $\frac{5}{4}$

B. $-\frac{5}{4}$

C. 1

D. -1

Câu 69. Tính $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{2^{2018} - x^{1009}}{4-x}$ kết quả bằng:

- A. $+\infty$ B. 1009.2^{2016} C. 1009.2^{2018} D. 1009.4^{2018}
- Câu 70.** Tính $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{x + \sqrt{x}}{x - \sqrt{x}}$ kết quả bằng :
- A. -1 B. 0 C. 2 D. $+\infty$
- Câu 71.** Tính $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x-1}{\sqrt{x^2-1}}$, kết quả bằng :
- A. 1 B. -1 C. 0 D. $+\infty$.
- Câu 72.** Giới hạn $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{x^2+3}-x}{3x-2}$ bằng:
- A. $-\frac{1}{3}$ B. $-\frac{2}{3}$ C. $+\infty$ D. 0
- Câu 73.** Giới hạn $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-2x^5+x^4-3}{3x^2-7}$ bằng:
- A. $-\infty$ B. -2 C. 0 D. $+\infty$
- Câu 74.** Giới hạn $\lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{x^2-7x+1} - \sqrt{x^2-3x+2})$ bằng:
- A. $+\infty$ B. $-\infty$ C. 2 D. $-\frac{7}{2}$
- Câu 75.** Tính $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{x+2\sqrt{x}}{x-2\sqrt{x}}$ kết quả bằng :
- A. -1 B. 0 C. 2 D. $+\infty$.
- Câu 76.** Tính $\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{x+2}{x-2}$ kết quả bằng :
- A. $+\infty$ B. $-\infty$ C. 1 D. -1
- Câu 77.** Tính $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-3x^5+7x^3-11}{x^5+x^4-3x}$ kết quả bằng :
- A. -3 B. 3 C. $-\infty$ D. 0
- Câu 78.** Tính $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{3-\sqrt{2x+7}}{x^2-1}$ kết quả bằng :
- A. -6 B. $\frac{1}{6}$ C. $-\frac{1}{6}$ D. 6
- Câu 79.** Giới hạn $\lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{x^2-3x+3} - \sqrt{x^2-8x})$ bằng:
- A. 5 B. $-\frac{5}{2}$ C. $-\infty$ D. 0
- Câu 80.** Tính $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{4x^2+7}-2x)$ bằng:
- A. $\frac{7}{2}$ B. $\frac{7}{4}$ C. 0 D. $-\infty$
- Câu 81.** Tính $\lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{x^2+5x+7}+x)$ bằng:

- A. $\frac{5}{2}$ B. $-\frac{5}{2}$ C. 0 D. $-\infty$

Câu 82. Cho $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 + bx + c}{x - 2} = 5$. Tính $b^2 + c^2$ bằng:

- A. 5 B. 37 C. 5 D. 29

Câu 83. Cho $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{\sqrt{bx + c} + x}{x + 1} = 3$. Tính $b^2 + c^2$ bằng:

- A. 49 B. 9 C. 3 D. 41

Câu 84. Cho hàm số $f(x) = \frac{4x - 8}{x^3 - 9x}$. Kết luận nào sau đây là đúng:

- A. Hàm số $f(x)$ liên tục tại điểm $x = -3$ B. Hàm số $f(x)$ liên tục tại điểm $x = 0$
 C. Hàm số $f(x)$ liên tục tại điểm $x = 2$ D. Hàm số $f(x)$ liên tục tại điểm $x = 3$

Câu 85. Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} 2x^2 - 3x, & x > 2 \\ 2x^3 - 2x - 5, & x < 2 \end{cases}$

Kết luận nào sau đây **không** đúng ?

- A. Hàm số $f(x)$ liên tục tại điểm $x = -2$ B. Hàm số $f(x)$ liên tục tại điểm $x = 2$
 C. Hàm số $f(x)$ liên tục tại điểm $x = -1$ D. Hàm số $f(x)$ liên tục tại điểm $x = 1$

Câu 86. Cho hàm số $f(x) = \frac{x^2 - 4x}{2023x}$, với $x \neq 0$. Phải bổ sung thêm giá trị $f(0)$ bằng bao nhiêu thì hàm số liên tục trên \mathbb{R} ?

- A. $-\frac{4}{2023}$ B. $\frac{1}{2023}$ C. $\frac{4}{2023}$ D. 0

Câu 87. Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} 3x^2 - 7, & x \leq -1 \\ 2ax + b, & -1 < x < 1 \\ 5x^2 + 4, & x \geq 1 \end{cases}$. Hàm số đã cho liên tục trên \mathbb{R} khi và chỉ khi:

- A. $a = \frac{13}{4}; b = \frac{5}{2}$ B. $a = \frac{4}{13}; b = \frac{5}{2}$ C. $a = \frac{13}{4}; b = \frac{5}{2}$ D. $a = \frac{13}{4}; b = \frac{13}{2}$

Câu 88. Một công ty sản xuất máy tính tính toán rằng trung bình một nhân viên có thể lắp ráp được $N(t) = \frac{40t}{t+3}$ ($t \geq 0$) bộ phận mỗi ngày sau t ngày đào tạo kỹ năng. Tính $\lim N(t)$

- A. $\lim N(t) = \frac{40}{3}$ B. $\lim N(t) = 40$ C. $\lim N(t) = 120$ D. $\lim N(t) = 3$

Nhận xét: Ý nghĩa kết quả trên

A. $\overline{AO} = \frac{1}{3}(\overline{AB} + \overline{AD} + \overline{AA_1})$

B. $\overline{AO} = \frac{1}{2}(\overline{AB} + \overline{AD} + \overline{AA_1})$

C. $\overline{AO} = \frac{1}{4}(\overline{AB} + \overline{AD} + \overline{AA_1})$

D. $\overline{AO} = \frac{2}{3}(\overline{AB} + \overline{AD} + \overline{AA_1})$.

Câu 99. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành tâm O . Gọi G là điểm thỏa mãn:

$\overline{GS} + \overline{GA} + \overline{GB} + \overline{GC} + \overline{GD} = \vec{0}$. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng?

- A. G, S, O không thẳng hàng. B. $\overline{GS} = 4\overline{OG}$ C. $\overline{GS} = 5\overline{OG}$ D. $\overline{GS} = 3\overline{OG}$.

Câu 100. Cho ba vectơ $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$. Điều kiện nào sau đây khẳng định $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ đồng phẳng?

A. Tồn tại ba số thực m, n, p thỏa mãn $m + n + p = 0$ và $m\vec{a} + n\vec{b} + p\vec{c} = \vec{0}$.

B. Tồn tại ba số thực m, n, p thỏa mãn $m + n + p \neq 0$ và $m\vec{a} + n\vec{b} + p\vec{c} = \vec{0}$.

C. Tồn tại ba số thực m, n, p sao cho $m\vec{a} + n\vec{b} + p\vec{c} = \vec{0}$.

D. Giá của $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ đồng quy.

Câu 101. Hãy chọn mệnh đề sai trong các mệnh đề sau

A. Ba vectơ $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ đồng phẳng nếu có hai trong ba vectơ đó cùng phương.

B. Ba vectơ $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ đồng phẳng nếu có một trong ba vectơ đó bằng vectơ $\vec{0}$.

C. Vectơ $\vec{x} = \vec{a} + \vec{b} + \vec{c}$ luôn luôn đồng phẳng với hai vectơ \vec{a} và \vec{b} .

D. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ ba vectơ $\overline{AB'}, \overline{C'A'}, \overline{DA'}$ đồng phẳng.

Câu 102. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi P, Q là trung điểm của AB và CD . Chọn khẳng định đúng?

A. $\overline{PQ} = \frac{1}{4}(\overline{BC} + \overline{AD})$.

B. $\overline{PQ} = \frac{1}{2}(\overline{BC} + \overline{AD})$.

C. $\overline{PQ} = \frac{1}{2}(\overline{BC} - \overline{AD})$.

D. $\overline{PQ} = \overline{BC} + \overline{AD}$.

Câu 103. Cho hình chóp $S.ABC$ có $BC = a\sqrt{2}$, các cạnh còn lại đều bằng a . Góc giữa hai vectơ \overline{SB} và \overline{AC} bằng

A. 60° .

B. 120° .

C. 30° .

D. 90° .

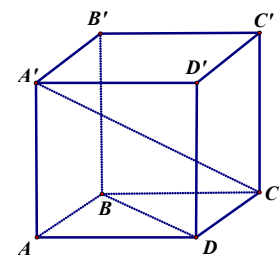
Câu 104. Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$, biết đáy $ABCD$ là hình vuông. Tính góc giữa $A'C$ và BD .

A. 90° .

B. 30° .

C. 60° .

D. 45° .



Câu 105. Cho tứ diện đều $ABCD$. Số đo góc giữa hai đường thẳng AB và CD là

A. 45° .

B. 90° .

C. 60° .

D. 30° .

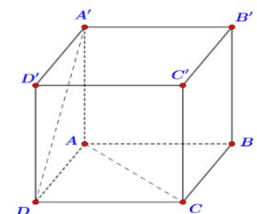
Câu 106. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ (hình vẽ bên dưới). Góc giữa hai đường thẳng AC và $A'D$ bằng

A. 30° .

B. 60° .

C. 90° .

D. 45° .



PHẦN 2. TỰ LUẬN

Câu 1. Tìm số hạng đầu và công sai của cấp số cộng (u_n) , biết:

$$\text{a) } \begin{cases} u_2 + u_4 - u_6 = -7 \\ u_8 - u_7 = 2u_4 \end{cases} \quad \text{b) } \begin{cases} u_3 + u_5 = 14 \\ S_{12} = 129 \end{cases} \quad \text{c) } \begin{cases} u_1^2 + u_2^2 + u_3^2 = 155 \\ S_3 = 21 \end{cases}$$

Câu 2. Một CSC tăng có bảy số hạng và số hạng thứ tư bằng 11. Hãy tìm các số hạng còn lại của CSC đó, biết hiệu của số hạng thứ ba và số hạng thứ năm bằng 6.

Câu 3. Cho cấp số cộng (u_n) có công sai $d = -3$ và $u_2^2 + u_3^2 + u_4^2$ đạt giá trị nhỏ nhất. Tính tổng 2006 số hạng đầu của cấp số cộng đó.

Câu 4. Tìm số hạng đầu và công bội của cấp số nhân (u_n) , biết:

$$\text{a) } \begin{cases} u_1 + u_5 = 51 \\ u_2 + u_6 = 102 \end{cases} \quad \text{b) } \begin{cases} u_1 + u_2 + u_3 = 135 \\ u_4 + u_5 + u_6 = 40 \end{cases} \quad \text{c) } \begin{cases} u_2 = 6 \\ S_3 = 43. \end{cases} \quad \text{d) } \begin{cases} u_1 + u_2 + u_3 = 14 \\ u_1 \cdot u_2 \cdot u_3 = 64 \end{cases}$$

Câu 5. Cho 3 số tạo thành một cấp số cộng có tổng bằng 21. Nếu thêm 2, 3, 9 lần lượt vào số thứ nhất, số thứ hai, số thứ ba tạo thành một cấp số nhân. Tìm 3 số đó.

Câu 6. Tính các tổng sau:

$$\begin{array}{ll} \text{a). } S_n = 2 + 2^2 + 2^3 + \dots + 2^n & \text{b). } S_n = \frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{2^3} + \dots + \frac{1}{2^n} \\ \text{c). } S_n = \left(3 + \frac{1}{3}\right)^2 + \left(9 + \frac{1}{9}\right)^2 + \dots + \left(3^n + \frac{1}{3^n}\right)^2 & \text{d). } S_n = 6 + 66 + 666 + \dots + \underbrace{666\dots6}_{n \text{ số } 6} \end{array}$$

Câu 7. Tính các giới hạn sau:

$$\begin{array}{lll} 1) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2 - 4n + 5}{3n^3 - n - 7} & 2) \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{2n^3}{2n^2 + 3} + \frac{1 - 5n^2}{5n + 1} \right) & 3) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(n^2 + 1)(5n + 3)^2}{(2n^3 - 1)(n + 1)^3} \\ 4) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{n^2 + 1} - \sqrt{n + 1}}{n + 2} & 5) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt[3]{n^3 + 1} + n}{\sqrt{2n^2 - 1} + 1} & 6) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3^n - 2 \cdot 5^n}{7 + 3 \cdot 5^n} \\ 7) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{4 \cdot 2^n - (\sqrt{3})^{2n+1}}{1 - 2 \cdot (\sqrt{3})^n} & 8) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1 + 2 \cdot 3^n - 7^n}{5^n + 2 \cdot 7^n} & 9) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1 - 2 \cdot 3^n + 6^n}{2^n (3^{n+1} - 5)} \\ 10) \lim_{n \rightarrow \infty} (3n^3 - 5n + 1) & 11) \lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{n^2 + n + 2} - \sqrt{n + 1}) & 12) \lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt[3]{n^2 - n^3} + n) \end{array}$$

Câu 8. Tính các giới hạn sau:

$$\begin{array}{lll} 1) \lim_{x \rightarrow +\infty} (-x^3 + 2x^2 + 5) & 2) \lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{4x^2 + 2x - 1} - 2x) & 3) \lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{5x^2 + 11} - x\sqrt{5}) \\ 4) \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{x^2 + 3x} - x}{x + 3} & 5) \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x - \sqrt{3x^2 + 1}}{\sqrt{x^2 - x} + 3} & 6) \lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{3x^2 - x} + \sqrt{3x^2 - 1}) \\ 7) \lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{x^2 + 2x} + x + 1) & 8) \lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x^2 + 1} - \sqrt[3]{x^3 - 1}) & 9) \lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x^2 + 4x} - \sqrt[3]{x^3 + 1}) \end{array}$$

Câu 9. Tính các giới hạn sau:

$$\begin{array}{lll} 1) \lim_{x \rightarrow 2^+} (x - 2) \sqrt{\frac{x}{x^2 - 4}} & 2) \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{|2 - x|}{2x^2 - 5x + 2} & 3) \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{x^2 - 1}{x^2 - 2|x - 1| - 1} \end{array}$$

Câu 10. Tính các giới hạn sau:

$$1) \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 + 3x - 4}{3x^2 - 5x + 1}$$

$$2) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 + 2x - 3}{x^2 - x}$$

$$3) \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 - x - 2}{x^3 + x^2 + x + 1}$$

$$4) \lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{1}{1-x} - \frac{3}{1-x^3} \right)$$

$$5) \lim_{x \rightarrow 2} \frac{4-x^2}{\sqrt{x+7}-3}$$

$$6) \lim_{x \rightarrow 5} \frac{\sqrt{x+4}-3}{x^2-25}$$

$$7) \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{x+2}-2}{\sqrt{x+7}-3}$$

$$8) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{2x+2}-\sqrt{3x+1}}{x-1}$$

$$9) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x+9} + \sqrt{x+16} - 7}{x}$$

Câu 11. Xét tính liên tục của các hàm số

$$1) \text{ Cho hàm số } f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{x+1}-1}{x}, & x \neq 0 \\ x^2 - 2x, & x = 0 \end{cases}. \text{ Hãy xét tính liên tục của hàm số tại } x = 0.$$

$$2) \text{ Cho hàm số } f(x) = \begin{cases} \frac{x^3-8}{x-2}, & x \neq 2 \\ 5x+2, & x = 2 \end{cases}. \text{ Hãy xét tính liên tục của hàm số trên } \mathbb{R}.$$

$$3) \text{ Cho hàm số } f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x-1} - \frac{3}{x^3-1}, & x > 1 \\ mx+2, & x \leq 1 \end{cases}. \text{ Tìm } m \text{ để hàm số liên tục trên } \mathbb{R}.$$

Câu 12. Chứng minh rằng:

$$1) \text{ Phương trình : } 2x^3 - 7x + 1 = 0 \text{ có 3 nghiệm } x \in [-2; 2].$$

$$2) \text{ Phương trình : } (x+1)^3(x-2) + 2x - 1 = 0 \text{ có nghiệm.}$$

$$3) \text{ Phương trình : } 2x^4 + 4x^2 + x - 3 = 0 \text{ có ít nhất 2 nghiệm } x \in (-1; 1).$$

$$4) \text{ Phương trình : } (1-m^2)x^5 - 3x - 1 = 0 \text{ luôn có nghiệm với mọi } m.$$

$$5) \text{ Phương trình : } (m^2 + m + 1)x^5 + x^3 - 27 = 0 \text{ có nghiệm dương với } \forall m$$

$$6) \text{ Phương trình : } \frac{x^3}{4} - \sin \pi x + \frac{2}{3} = 0 \text{ luôn có nghiệm } x \in [-2; 2].$$

Câu 13. Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình bình hành. Chứng minh rằng

$$\vec{SA} + \vec{SC} = \vec{SB} + \vec{SD}$$

Câu 14. Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình chữ nhật. Chứng minh:

$$\vec{SA}^2 + \vec{SC}^2 = \vec{SB}^2 + \vec{SD}^2$$

Câu 15. Cho tứ diện ABCD. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB và CD. Chứng minh:

$$a) \vec{MN} = \frac{1}{2}(\vec{AD} + \vec{BC}) = \frac{1}{2}(\vec{AC} + \vec{BD})$$

$$b) \text{ Điểm } G \text{ là trọng tâm của tứ diện khi và chỉ khi: } \vec{GA} + \vec{GB} + \vec{GC} + \vec{GD} = \vec{0}$$

Câu 16. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ với tâm O . Chứng minh:

a) $\overrightarrow{AC'} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'}$

b) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{B'C'} + \overrightarrow{D'D} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{D'C'} + \overrightarrow{B'B} = \overrightarrow{A'C}$

c) $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OD} + \overrightarrow{OA'} + \overrightarrow{OB'} + \overrightarrow{OC'} + \overrightarrow{OD'} = \vec{0}$

Câu 17. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$. Đặt $\overrightarrow{AA'} = \vec{a}$; $\overrightarrow{AB} = \vec{b}$; $\overrightarrow{AC} = \vec{c}$.

a) Hãy biểu diễn các véc tơ $\overrightarrow{B'C}$, $\overrightarrow{BC'}$ theo các véc tơ \vec{a} , \vec{b} , \vec{c} .

b) Gọi G' là trọng tâm của tam giác $A'B'C'$. Biểu thị véc tơ $\overrightarrow{AG'}$ qua \vec{a} , \vec{b} , \vec{c} .

Câu 18.

a) Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Đặt $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$; $\overrightarrow{AD} = \vec{b}$; $\overrightarrow{AA'} = \vec{c}$. Hãy biểu thị các véc tơ $\overrightarrow{AC'}$, $\overrightarrow{BD'}$, $\overrightarrow{CA'}$, $\overrightarrow{DB'}$, $\overrightarrow{BC'}$, $\overrightarrow{A'D}$ theo các véc tơ \vec{a} , \vec{b} , \vec{c} .

b) Cho tam giác ABC . Lấy điểm S nằm ngoài mặt phẳng (ABC) . Trên đoạn SA lấy điểm M sao cho $\overrightarrow{MS} = -2\overrightarrow{MA}$ và trên đoạn BC lấy điểm N sao cho $\overrightarrow{NB} = -\frac{1}{2}\overrightarrow{NC}$.

Chứng minh rằng ba véc tơ \overrightarrow{AB} , \overrightarrow{MN} , \overrightarrow{SC} đồng phẳng.

Câu 19. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ cạnh a . Đặt $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$, $\overrightarrow{AD} = \vec{b}$, $\overrightarrow{AA'} = \vec{c}$.

a) Tính góc giữa các đường thẳng $(\overline{AB; B'C'})$; $(\overline{AC; B'C'})$; $(\overline{A'C'; BC})$.

b) Phân tích hai véc tơ $\overrightarrow{AC'}$, \overrightarrow{BD} theo ba véc tơ \vec{a} , \vec{b} , \vec{c} . Từ đó, chứng minh AC' và BD vuông góc với nhau.

c) Trên cạnh DC và BB' lấy hai điểm tương ứng M, N sao cho $DM = BN = x$ (với $0 < x < a$). Chứng minh rằng AC' vuông góc với MN .