

## PHẦN GIẢI TÍCH

### NGUYÊN HÀM

**Câu 1.** Cho  $y = f(x), y = g(x)$  là các hàm số liên tục trên  $\mathbb{R}$  Tìm khẳng định sai trong các khẳng định sau:

A.  $\int k.f(x)dx = k \int f(x)dx$  với  $k \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$ .      B.  $\int [f(x) + g(x)]dx = \int f(x)dx + \int g(x)dx$ .

C.  $\int [f(x).g(x)]dx = \int f(x)dx . \int g(x)dx$ .      D.  $\left[ \int f(x)dx \right]' = f(x)$ .

**Câu 2.**  $F(x)$  là một nguyên hàm của hàm số  $y = xe^{x^2}$ . Hàm số nào sau đây không phải là  $F(x)$ ?

A.  $F(x) = \frac{1}{2}e^{x^2} + 2$ .

B.  $F(x) = \frac{1}{2}(e^{x^2} + 5)$ .

C.  $F(x) = -\frac{1}{2}e^{x^2} + C$ .

D.  $F(x) = -\frac{1}{2}(2 - e^{x^2})$ .

**Câu 3** Cho hai hàm số  $F(x) = (x^2 + ax + b)e^{-x}$  và  $f(x) = (-x^2 + 3x + 6)e^{-x}$ . Tìm  $a$  và  $b$  để  $F(x)$  là một nguyên hàm của hàm số  $f(x)$ .

A.  $a = 1, b = -7$ .

B.  $a = -1, b = -7$ .

C.  $a = -1, b = 7$ .

D.  $a = 1, b = 7$ .

**Câu 4.**  $F(x) = (ax^3 + bx^2 + cx + d)e^{-x} + 2018e$  là một nguyên hàm của hàm số  $f(x) = (-2x^3 + 3x^2 + 7x - 2)e^{-x}$ . Khi đó:

A.  $a + b + c + d = 4$ .

B.  $a + b + c + d = 5$ .

C.  $a + b + c + d = 6$ .

D.  $a + b + c + d = 7$ .

**Câu 5.** Hàm số  $F(x) = e^{x^2}$  là nguyên hàm của hàm số nào sau đây?

A.  $f(x) = x^2e^{x^2} + 3$ .

B.  $f(x) = x^2e^{x^2} + C$ .

C.  $f(x) = 2xe^{x^2}$ .

D.  $f(x) = xe^{x^2}$ .

**Câu 6.** Cho  $F(x)$  là một nguyên hàm của hàm số  $f(x) = e^{x^2}(x^3 - 4x)$ . Hàm số  $F(x)$  có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 2.

B. 3.

C. 1.

D. 4.

**Câu 7.** Cho  $\int \left( \frac{ax + b + ce^{x^2}\sqrt{x^2 + 1}}{\sqrt{x^2 + 1}} \right) dx = 9\sqrt{x^2 + 1} + 2\ln(x + \sqrt{x^2 + 1}) + 5e^x + C$ . Tính giá trị biểu thức

$M = a + b + c$ .

A. 6.

B. 20.

C. 16.

D. 10.

**Câu 8.** Tìm họ nguyên hàm  $F(x)$  của hàm số  $f(x) = x + 3^x$ .

A.  $\int f(x) dx = \frac{x^2}{2} + \frac{3^x}{\ln 3} + C$

B.  $\int f(x) dx = \frac{x^2}{2} + 3^x \ln 3 + C$ .

C.  $\int f(x) dx = 1 + \frac{3^x}{\ln 3} + C$ .

D.  $\int f(x) dx = x^2 + \frac{3^x}{\ln 3} + C$ .

**Câu 9.** Cho hàm số  $f(x)$  thỏa mãn đồng thời các điều kiện  $f'(x) = x + \sin x$  và  $f(0) = 1$ . Tìm  $f(x)$

A.  $f(x) = \frac{x^2}{2} - \cos x + 2.$

B.  $f(x) = \frac{x^2}{2} - \cos x - 2.$

C.  $f(x) = \frac{x^2}{2} + \cos x.$

D.  $f(x) = \frac{x^2}{2} + \cos x + \frac{1}{2}.$

**Câu 10.** Tính  $\int e^x \left(1 + \frac{e^{-x}}{\sqrt{x}}\right) dx.$

A.  $\int e^x \left(1 + \frac{e^{-x}}{\sqrt{x}}\right) dx = e^x + 2\sqrt{x} + C.$

B.  $\int e^x \left(1 + \frac{e^{-x}}{\sqrt{x}}\right) dx = e^x - 2\sqrt{x} + C.$

C.  $\int e^x \left(1 + \frac{e^{-x}}{\sqrt{x}}\right) dx = e^x + \frac{\sqrt{x}}{2} + C.$

D.  $\int e^x \left(1 + \frac{e^{-x}}{\sqrt{x}}\right) dx = \frac{e^{x+1}}{x+1} + 2\sqrt{x} + C.$

**Câu 11.** Biết  $F(x)$  là 1 nguyên hàm của  $f(x) = \cos^2 x$  và  $F(\pi) = 1$ . Tính  $F\left(\frac{\pi}{4}\right).$

A.  $F\left(\frac{\pi}{4}\right) = \frac{5}{4} + \frac{3\pi}{8}.$

B.  $F\left(\frac{\pi}{4}\right) = \frac{3}{4} - \frac{3\pi}{8}.$

C.  $F\left(\frac{\pi}{4}\right) = \frac{5}{4} - \frac{3\pi}{8}.$

D.  $F\left(\frac{\pi}{4}\right) = \frac{3}{4} + \frac{3\pi}{8}.$

**Câu 12.** Cho hàm số  $f(x)$  thỏa mãn  $f'(x) = 2 - 3 \cos x$  và  $f(0) = 1$ . Mệnh đề nào dưới đây là đúng?

A.  $f(x) = 1 - 3 \sin x.$

B.  $f(x) = 2x + 3 \sin x + 1.$

C.  $f(x) = 2x - 3 \sin x - 1.$

D.  $f(x) = 2x - 3 \sin x + 1.$

**Câu 13.** Họ nguyên hàm của hàm số  $f(x) = x^2 \sqrt{4+x^3}$  là

A.  $\frac{2}{9} \sqrt{(4+x^3)^3} + C.$

B.  $2\sqrt{4+x^3} + C.$

C.  $\frac{1}{9} \sqrt{(4+x^3)^3} + C.$

D.  $2\sqrt{(4+x^3)^3} + C.$

**Câu 14.** Biết  $F(x)$  là một nguyên hàm của  $f(x) = \frac{1}{x+1}$  và  $F(0) = 2$  thì  $F(1)$  bằng.

A.  $\ln 2.$

B.  $2 + \ln 2.$

C.  $3.$

D.  $4.$

**Câu 15.** Cho hàm số  $f(x)$  thỏa mãn  $f'(x) = 3 - 5 \cos x$  và  $f(0) = 5$ . Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A.  $f(x) = 3x + 5 \sin x + 2.$

B.  $f(x) = 3x - 5 \sin x - 5.$

C.  $f(x) = 3x - 5 \sin x + 5.$

D.  $f(x) = 3x + 5 \sin x + 5.$

**Câu 16.** Hàm số nào sau đây **không** là một nguyên hàm của  $f(x) = \sqrt[3]{x}$  trên  $(0; +\infty)$ ?

A.  $F_1(x) = \frac{3\sqrt[3]{x^4}}{4} + 1.$

B.  $F_3(x) = \frac{3x\sqrt[3]{x}}{4} + 3.$

C.  $F_4(x) = \frac{3}{4}x^{\frac{4}{3}} + 4.$

D.  $F_2(x) = \frac{3\sqrt[4]{x^3}}{4} + 2.$

**Câu 17.** Cho hàm số  $f(x)$  xác định trên  $\mathbb{R} \setminus \left\{\frac{1}{3}\right\}$  thỏa mãn  $f'(x) = \frac{3}{3x-1}$ ,  $f(0) = 1$  và  $f\left(\frac{2}{3}\right) = 2$ . Giá trị của biểu thức  $f(-1) + f(3)$  bằng

A.  $5 \ln 2 + 3.$

B.  $5 \ln 2 - 2.$

C.  $5 \ln 2 + 4.$

D.  $5 \ln 2 + 2.$

**Câu 18.** Khẳng định nào đây sai ?

A.  $\int \frac{2}{2x+3} dx = \ln|2x+3| + C.$

B.  $\int \tan x dx = -\ln|\cos x| + C.$

C.  $\int e^{2x} dx = e^{2x} + C.$

D.  $\int \frac{1}{2\sqrt{x}} dx = \sqrt{x} + C.$

**Câu 19.** Cho  $F(x)$  là một nguyên hàm của hàm số  $f(x) = \frac{2x+1}{2x-3}$  thỏa mãn  $F(2) = 3$ . Tìm  $F(x)$ .

A.  $F(x) = x + 4\ln|2x-3| + 1.$

B.  $F(x) = x + 2\ln(2x-3) + 1.$

C.  $F(x) = x + 2\ln|2x-3| + 1.$

D.  $F(x) = x + 2\ln|2x-3| - 1.$

**Câu 20.** Họ nguyên hàm của hàm số  $f(x) = e^x + e^{-x}$  là

A.  $e^x + e^{-x} + C.$

B.  $e^x - e^{-x} + C.$

C.  $e^{-x} - e^x + C.$

D.  $2e^{-x} + C.$

**Câu 21.** Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A.  $\int e^{\frac{x}{2}} dx = 2\sqrt{e^x} + C.$

B.  $\int \frac{dx}{x} = \ln x + C.$

C.  $\int \frac{dx}{1-x} = \ln|1-x| + C$

D.  $\int 2^x dx = 2^x \ln 2 + C.$

**Câu 22.** Tìm nguyên hàm của hàm số  $f(x) = e^{3x}(1-3e^{-5x})$ .

A.  $\int e^{3x}(1-3e^{-5x}) dx = \frac{1}{3}e^{3x} + \frac{3}{2}e^{-2x} + C.$

B.  $\int e^{3x}(1-3e^{-5x}) dx = \frac{1}{3}e^{3x} - \frac{3}{2}e^{-2x} + C.$

C.  $\int e^{3x}(1-3e^{-5x}) dx = e^{3x} - 3e^{-2x} + C.$

D.  $\int e^{3x}(1-3e^{-5x}) dx = 3e^{3x} + 6e^{-2x} + C.$

**Câu 23.** Hàm số  $F(x)$  nào bên dưới **không** là nguyên hàm của hàm số  $f(x) = \frac{x^2-1}{x^2}$ .

A.  $F(x) = \frac{x^2-x+1}{x}.$

B.  $F(x) = \frac{x^2+1}{x}.$

C.  $F(x) = \frac{x^2+2x+1}{x}.$

D.  $F(x) = \frac{x^2-1}{x}.$

**Câu 24.** Tìm nguyên hàm của hàm số  $f(x) = e^x \left( 2017 - \frac{2018e^{-x}}{x^5} \right)$ .

A.  $\int f(x) dx = 2017e^x + \frac{2018}{x^4} + C.$

B.  $\int f(x) dx = 2017e^x + \frac{504,5}{x^4} + C.$

C.  $\int f(x) dx = 2017e^x - \frac{504,5}{x^4} + C.$

D.  $\int f(x) dx = 2017e^x - \frac{2018}{x^4} + C.$

**Câu 25.** Họ các nguyên hàm của hàm số  $y = x(x+1)^5$  là

A.  $\frac{(x+1)^7}{7} + \frac{(x+1)^6}{6} + C.$

B.  $6(x+1)^5 + 5(x+1)^4 + C.$

C.  $6(x+1)^5 - 5(x+1)^4 + C.$

D.  $\frac{(x+1)^7}{7} - \frac{(x+1)^6}{6} + C.$

**Câu 26.** Để hàm số  $F(x) = mx^3 + (3m+2)x^2 - 4x + 3$  là một nguyên hàm của hàm số  $f(x) = 3x^2 + 10x - 4$  thì giá trị của tham số  $m$  là

A.  $m = -1.$

B.  $m = 2.$

C.  $m = 0.$

D.  $m = 1.$

**Câu 27.** Biết  $F(x)$  là một nguyên hàm của  $f(x) = e^x$  và  $F(1) = e - 1$ . Mệnh đề nào sau đây là đúng?

- A.  $F(3) = e^2 - 1$ .    B.  $F(2) = e^2 - 1$ .    C.  $F(-1) = e - 1$ .    D.  $F(0) = 1$ .

**Câu 28.** Cho biết  $\int \frac{2x-13}{(x+1)(x-2)} dx = a \ln|x+1| + b \ln|x-2| + C$ . Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A.  $a + 2b = 8$ .    B.  $a + b = 8$ .    C.  $2a - b = 8$ .    D.  $a - b = 8$ .

**Câu 29.** Tìm nguyên hàm  $I = \int \frac{2x^2 - 7x + 5}{x-3} dx$

- A.  $I = x^2 - x + 2 \ln|x-3| + C$ .    B.  $I = x^2 - x - 2 \ln|x-3| + C$ .  
C.  $I = 2x^2 - x + 2 \ln|x-3| + C$ .    D.  $I = 2x^2 - x - 2 \ln|x-3| + C$ .

**Câu 30.**  $F(x)$  là một nguyên hàm của hàm số  $f(x) = 3x^2 + \frac{1}{2x+1}$ . Biết  $F(0) = 0$ ,  $F(1) = a + \frac{b}{c} \ln 3$  trong đó  $a, b, c$  là các số nguyên dương và  $\frac{b}{c}$  là phân số tối giản. Khi đó giá trị biểu thức  $a + b + c$  bằng.

- A. 4.    B. 9.    C. 3.    D. 12.

## TÍCH PHÂN

**Câu 31.** Giả sử  $f$  là hàm số liên tục trên khoảng  $K$  và  $a, b, c$  là ba số bất kỳ trên khoảng  $K$ . Khẳng định nào sau đây sai?

- A.  $\int_a^a f(x) dx = 1$ .    B.  $\int_a^b f(x) dx = -\int_b^a f(x) dx$ .  
C.  $\int_a^c f(x) dx + \int_c^b f(x) dx = \int_a^b f(x) dx, c \in (a; b)$ .    D.  $\int_a^b f(x) dx = \int_a^b f(t) dt$ .

**Câu 32.** Cho  $I = \int_0^2 f(x) dx = 3$ . Khi đó  $J = \int_0^2 [4f(x) - 3] dx$  bằng:

- A. 2.    B. 6.    C. 8.    D. 4.

**Câu 33.** Cho hàm  $f(x)$  có đạo hàm liên tục trên  $[2; 3]$  đồng thời  $f(x) = 2, f(3) = 5$ . Tính  $\int_2^3 f'(x) dx$  bằng

- A. -3.    B. 7.    C. 10    D. 3.

**Câu 34.** Tính tích phân  $I = \int_0^2 2^{2018x} dx$ .

- A.  $I = \frac{2^{4036} - 1}{\ln 2}$ .    B.  $I = \frac{2^{4036} - 1}{2018}$ .    C.  $I = \frac{2^{4036}}{2018 \ln 2}$ .    D.  $I = \frac{2^{4036} - 1}{2018 \ln 2}$ .

**Câu 35.** Cho  $\int_a^c f(x) dx = 17$  và  $\int_b^c f(x) dx = -11$  với  $a < b < c$ . Tính  $I = \int_a^b f(x) dx$ .

- A.  $I = -6$ .    B.  $I = 6$ .    C.  $I = 28$ .    D.  $I = -28$ .

**Câu 36.** Cho hàm số  $f(x)$  và  $F(x)$  liên tục trên  $\mathbb{R}$  thỏa  $F'(x) = f(x), \forall x \in \mathbb{R}$ . Tính  $\int_0^1 f(x) dx$  biết  $F(0) = 2$  và  $F(1) = 5$ .

A.  $\int_0^1 f(x) dx = -3.$       B.  $\int_0^1 f(x) dx = 7.$       C.  $\int_0^1 f(x) dx = 1.$       D.  $\int_0^1 f(x) dx = 3.$

**Câu 37.** Tính tích phân  $I = \int_0^1 2e^x dx.$

A.  $I = e^2 - 2e.$       B.  $I = 2e.$       C.  $I = 2e + 2.$       D.  $I = 2e - 2.$

**Câu 38.** Biết  $\int_2^3 \frac{1}{x+1} dx = \ln \frac{m}{n}$  (với  $m, n$  là những số thực dương và  $\frac{m}{n}$  tối giản), khi đó, tổng  $m+n$  bằng

A. 12.      B. 7.      C. 1.      D. 5.

**Câu 39.** Biết  $\int_a^b (2x-1) dx = 1.$  Khẳng định nào sau đây là **đúng**?

A.  $b-a=1.$       B.  $a^2-b^2=a-b-1.$       C.  $b^2-a^2=b-a+1.$       D.  $a-b=1.$

**Câu 40.** Cho  $a$  là số thực dương bất kỳ khác 1. Tính  $S = \log_a(a^3 \cdot \sqrt[4]{a}).$

A.  $S = \frac{3}{4}.$       B.  $S = 7.$       C.  $S = 12.$       D.  $S = \frac{13}{4}.$

**Câu 41.** Tích phân  $\int_1^2 3^{x-1} dx$  bằng

A.  $\frac{2}{\ln 3}.$       B.  $2 \ln 3.$       C.  $\frac{3}{2}.$       D. 2.

**Câu 42.** Tính tích phân  $I = \int_0^3 \frac{dx}{x+2}.$

A.  $I = \frac{4581}{5000}.$       B.  $I = \log \frac{5}{2}.$       C.  $I = \ln \frac{5}{2}.$       D.  $I = -\frac{21}{100}.$

**Câu 43.** Cho  $\int_0^1 \left( \frac{1}{x+1} - \frac{1}{x+2} \right) dx = a \ln 2 + b \ln 3$  với  $a, b$  là các số nguyên. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A.  $a+b=2.$       B.  $a-2b=0.$       C.  $a+b=-2.$       D.  $a+2b=0.$

**Câu 44.** Biết  $\int_3^5 \frac{x^2+x+1}{x+1} dx = a + \ln \frac{b}{2}$  với  $a, b$  là các số nguyên. Tính  $S = a - 2b.$

A.  $S = -2.$       B.  $S = 5.$       C.  $S = 2.$       D.  $S = 10.$

**Câu 45.** Kết quả của tích phân  $\int_0^{\frac{\pi}{2}} (2x-1-\sin x) dx$  được viết ở dạng  $\pi \left( \frac{\pi}{a} - \frac{1}{b} \right) - 1$  ( $a, b \in \mathbb{Z}$ ). Khẳng định

nào sau đây là **sai**?

A.  $a+2b=8.$       B.  $a+b=5.$       C.  $2a-3b=2.$       D.  $a-b=2.$

**Câu 46.** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số  $k$  để có  $\int_1^k (2x-1) dx = 4 \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x+1}-1}{x}.$

A.  $\begin{cases} k=1 \\ k=2 \end{cases}.$       B.  $\begin{cases} k=1 \\ k=-2 \end{cases}.$       C.  $\begin{cases} k=-1 \\ k=-2 \end{cases}.$       D.  $\begin{cases} k=-1 \\ k=2 \end{cases}.$

**Câu 47.** Cho hàm số  $f(x)$  liên tục trên khoảng  $(-2; 3)$ . Gọi  $F(x)$  là một nguyên hàm của  $f(x)$  trên khoảng  $(-2; 3)$ . Tính  $I = \int_{-1}^2 [f(x) + 2x] dx$ , biết  $F(-1) = 1$  và  $F(2) = 4$ .

- A.  $I = 6$ .                      B.  $I = 10$ .                      C.  $I = 3$ .                      D.  $I = 9$ .

**Câu 48.** Biết  $\int_0^3 \frac{dx}{(x+2)(x+4)} = a \ln 2 + b \ln 5 + c \ln 7$ , ( $a, b, c \in \mathbb{Q}$ ). Giá trị của biểu thức  $2a + 3b - c$  bằng

- A. 5.                                  B. 4.                                  C. 2.                                  D. 3.

**Câu 49.** Cho  $\int_{\frac{1}{3}}^1 \frac{x}{3x + \sqrt{9x^2 - 1}} dx = a + b\sqrt{2}$ , với  $a, b$  là các số hữu tỉ. Khi đó, giá trị của  $a$  là:

- A.  $-\frac{26}{27}$ .                      B.  $\frac{26}{27}$ .                      C.  $\frac{27}{26}$ .                      D.  $-\frac{25}{27}$ .

**Câu 50.** Cho  $f(x), g(x)$  là hai hàm số liên tục trên đoạn  $[-1; 1]$  và  $f(x)$  là hàm số chẵn,  $g(x)$  là hàm số lẻ. Biết  $\int_0^1 f(x) dx = 5$ ;  $\int_0^1 g(x) dx = 7$ . Mệnh đề nào sau đây là sai?

- A.  $\int_{-1}^1 f(x) dx = 10$ .                      B.  $\int_{-1}^1 [f(x) + g(x)] dx = 10$ .  
C.  $\int_{-1}^1 [f(x) - g(x)] dx = 10$ .                      D.  $\int_{-1}^1 g(x) dx = 14$ .

**Câu 51.** Tìm các số  $a, b$  để hàm số  $f(x) = a \sin(\pi x) + b$  thỏa mãn  $f(1) = 2$  và  $\int_0^1 f(x) dx = 4$ .

- A.  $a = \frac{\pi}{2}, b = 2$ .                      B.  $a = -\frac{\pi}{2}, b = 2$ .                      C.  $a = -\pi, b = 2$ .                      D.  $a = \pi, b = 2$ .

**Câu 52.** Có bao nhiêu giá trị thực của  $a$  để có  $\int_0^a (2x+5) dx = a - 4$

- A. 1.                                  B. 0.                                  C. 2.                                  D. Vô số.

**Câu 53.** Tính  $I = \int_0^1 \left( \frac{1}{2x+1} + 3\sqrt{x} \right) dx$ .

- A.  $2 + \ln \sqrt{3}$ .                      B.  $4 + \ln 3$ .                      C.  $2 + \ln 3$ .                      D.  $1 + \ln \sqrt{3}$ .

**Câu 54.** Cho hàm số  $y = f(x) = \begin{cases} \frac{2}{x+1} & \text{khi } 0 \leq x \leq 1 \\ 2x-1 & \text{khi } 1 \leq x \leq 3 \end{cases}$ . Tính tích phân  $\int_0^3 f(x) dx$ .

- A.  $6 + \ln 4$ .                      B.  $4 + \ln 4$ .                      C.  $6 + \ln 2$ .                      D.  $2 + 2 \ln 2$ .

**Câu 55.** Cho hàm số  $f(x)$  có đạo hàm trên đoạn  $[-1; 4]$ ,  $f(4) = 2018$ ,  $\int_{-1}^4 f'(x) dx = 2017$ . Tính  $f(-1)$ ?

- A.  $f(-1) = -1$ .                      B.  $f(-1) = 1$ .                      C.  $f(-1) = 3$ .                      D.  $f(-1) = 2$ .

- Câu 56.** Cho hàm số  $f(x)$  có đạo hàm liên tục trên đoạn  $[1;3]$  thỏa mãn  $f(1)=2$  và  $f(3)=9$ . Tính  $I = \int_1^3 f'(x) dx$ .
- A.  $I = 11$ .                      B.  $I = 7$ .                      C.  $I = 2$ .                      D.  $I = 18$ .
- Câu 57.** Giả sử  $\int_1^2 \frac{1}{2x+1} dx = \ln \sqrt{\frac{a}{b}}$  với  $a, b \in \mathbb{N}^*$  và  $a, b < 10$ . Tính  $M = a + b^2$ .
- A.  $M = 28$ .                      B.  $M = 14$ .                      C.  $M = 106$ .                      D.  $M = 8$ .
- Câu 58.** Biết  $I = \int_2^4 \frac{2x+1}{x^2+x} dx = a \ln 2 + b \ln 3 + c \ln 5$ , với  $a, b, c$  là các số nguyên. Tính  $P = 2a + 3b + 4c$ .
- A.  $P = -3$ .                      B.  $P = 3$ .                      C.  $P = 9$ .                      D.  $P = 1$ .
- Câu 59.** Cho hàm số  $y = f(x) = \begin{cases} 3x^2 & \text{khi } 0 \leq x \leq 1 \\ 4-x & \text{khi } 1 \leq x \leq 2 \end{cases}$ . Tính tích phân  $\int_0^2 f(x) dx$ .
- A.  $\frac{7}{2}$ .                      B. 1.                      C.  $\frac{5}{2}$ .                      D.  $\frac{3}{2}$ .
- Câu 60.** Cho biết  $\int_0^2 f(x) dx = 3$  và  $\int_0^2 g(x) dx = -2$ . Tính tích phân  $I = \int_0^2 [2x + f(x) - 2g(x)] dx$ .
- A.  $I = 18$ .                      B.  $I = 5$ .                      C.  $I = 11$ .                      D.  $I = 3$ .
- Câu 61.** Biết  $\int_0^1 \frac{2x^2 + 3x + 3}{x^2 + 2x + 1} dx = a - \ln b$  với  $a, b$  là các số nguyên dương. Tính  $P = a^2 + b^2$ .
- A. 13.                      B. 5.                      C. 4.                      D. 10.
- Câu 62.** Biết rằng  $\int_2^3 \frac{x^2 - x + 1}{x + \sqrt{x-1}} dx = \frac{a - 4\sqrt{b}}{c}$ , với  $a, b, c$  là các số nguyên dương. Tính  $T = a + b + c$ .
- A. 31.                      B. 29.                      C. 33.                      D. 27.
- Câu 63.** Cho  $\int_0^3 f(x) dx = a$ ,  $\int_2^3 f(x) dx = b$ . Khi đó  $\int_0^2 f(x) dx$  bằng:
- A.  $-a - b$ .                      B.  $b - a$ .                      C.  $a + b$ .                      D.  $a - b$ .
- Câu 64.** Cho  $\int_1^2 f(x^2 + 1) x dx = 2$ . Khi đó  $I = \int_2^5 f(x) dx$  bằng:
- A. 2.                      B. 1.                      C. -1.                      D. 4.
- Câu 65.** Biết  $\int_{\frac{\pi}{3}}^{\frac{\pi}{2}} \cos x dx = a + b\sqrt{3}$ , với  $a, b$  là các số hữu tỉ. Tính  $T = 2a + 6b$ .
- A.  $T = 3$ .                      B.  $T = -1$                       C.  $T = -4$ .                      D.  $T = 2$ .
- Câu 66.** Cho  $f(x), g(x)$  là hai hàm liên tục trên  $[1;4]$  thỏa:  $\int_1^4 [f(x) - 3g(x)] dx = 10$ ,  $\int_1^4 [2f(x) + g(x)] dx = 6$ . Tính  $\int_1^4 [f(x) + g(x)] dx$ .
- A. -6.                      B. 4.                      C. 2.                      D. 7.

**Câu 67.** Cho  $\int_1^2 \frac{1}{x^2 + 5x + 6} dx = a \ln 2 + b \ln 3 + c \ln 5$  với  $a, b, c$  là các số nguyên. Mệnh đề nào dưới đây đúng ?

- A.  $a + b + c = 4$ .    B.  $a + b + c = -3$ .    C.  $a + b + c = 2$ .    D.  $a + b + c = 6$ .

**Câu 68.** Tính tích phân  $I = \int_0^1 \frac{5-2x}{x^2+3x+2} dx$

- A.  $7 \ln 2 - 9 \ln 3$ .    B.  $16 \ln 2 - 9 \ln 3$ .    C.  $9 \ln 3 - 16 \ln 2$ .    D.  $9 \ln 3 - 6 \ln 2$ .

**Câu 69.** Tích phân  $\int_0^{\ln 2} \frac{e^{2x+1} + 1}{e^x} dx = e + \frac{a}{b}$ , với  $a, b \in \mathbb{Q}$ ,  $\frac{a}{b}$  tối giản. Tính tích  $ab$ .

- A. 1.    B. 2.    C. 12.    D. 6.

**Câu 70.** Cho hàm số  $f(x)$  thỏa mãn  $\int_0^1 (x+1)f'(x) dx = 10$  và  $2f(1) - f(0) = 2$ . Tính  $I = \int_0^1 f(x) dx$ .

- A.  $I = 1$ .    B.  $I = 8$ .    C.  $I = -12$ .    D.  $I = -8$ .

**Câu 71.** Cho hàm số  $f(x)$  liên tục trên  $\mathbb{R}$  thỏa  $\int_1^4 \frac{f(\sqrt{x})}{\sqrt{x}} dx = 6$  và  $\int_0^{\frac{\pi}{2}} f(\sin x) \cos x dx = 3$ . Tính tích phân

$$I = \int_0^2 f(x) dx.$$

- A.  $I = 9$ .    B.  $I = 3$ .    C.  $I = 6$ .    D.  $I = 15$ .

**Câu 72.** Biết  $\int_0^{\frac{\pi}{3}} \frac{1}{\cos^4 x} dx = \frac{a\sqrt{b}}{c}$ , trong đó  $a, b, c$  là các số tự nhiên đôi một nguyên tố cùng nhau. Khi đó giá

trị của  $T = 2a^2 - 3b^2 + 4c^2$  bằng bao nhiêu?

- A.  $T = -15$ .    B.  $T = 14$ .    C.  $T = -13$ .    D.  $T = 17$ .

**Câu 73.** Cho hàm số  $f(x)$  xác định trên  $\mathbb{R} \setminus \{0\}$  thỏa mãn  $f'(x) = \frac{x+1}{x^2}$ ,  $f(-2) = \frac{3}{2}$  và  $f(2) = 2 \ln 2 - \frac{3}{2}$ .

Giá trị của biểu thức  $f(-1) + f(4)$  bằng

- A.  $\frac{6 \ln 2 - 3}{4}$ .    B.  $\frac{6 \ln 2 + 3}{4}$ .    C.  $\frac{8 \ln 2 + 3}{4}$ .    D.  $\frac{8 \ln 2 - 3}{4}$ .

**Câu 74.** Cho hàm số  $f(x)$  liên tục trên  $\mathbb{R}$  và có  $\int_0^1 f(x) dx = 2$ ;  $\int_0^3 f(x) dx = 6$ . Tính  $I = \int_{-1}^1 f(|2x-1|) dx$ .

- A.  $I = \frac{2}{3}$ .    B.  $I = 4$ .    C.  $I = \frac{3}{2}$ .    D.  $I = 6$ .

**Câu 75.** Biết tích phân  $\int_0^1 \frac{x}{\sqrt{3x+1} + \sqrt{2x+1}} dx = \frac{a+b\sqrt{3}}{9}$  với  $a, b$  là các số thực. Tính tổng  $T = a + b$ .

- A.  $T = -10$ .    B.  $T = -4$ .    C.  $T = 15$ .    D.  $T = 8$ .

**Câu 76.** Tính tích phân  $I = \int_1^2 2x\sqrt{x^2-1} dx$ , bằng cách đặt  $t = x^2 - 1$ . Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A.  $I = 2 \int_0^3 \sqrt{t} dt$ .    B.  $I = \int_1^2 \sqrt{t} dt$ .    C.  $I = \int_0^3 \sqrt{t} dt$ .    D.  $I = \frac{1}{2} \int_{-1}^2 \sqrt{t} dt$ .



**Câu 77.** Biết tích phân  $\int_1^2 (x^2 - 1) \ln x dx = a \ln b + c; a, b, c \in \mathbb{R}$ . Khi đó  $a + b + c$  bằng bao nhiêu?

- A.  $\frac{26}{9}$ .                      B.  $\frac{13}{3}$ .                      C. 13.                      D. 0.

**Câu 78.** Tính tích phân  $I = \int_0^1 \frac{x^2}{\sqrt{4-x^2}} dx$  bằng cách đặt  $x = 2 \sin t$ . Mệnh đề nào dưới đây đúng ?

- A.  $I = 2 \int_0^{\frac{\pi}{6}} (1 - \cos 2t) dt$ .                      B.  $I = 2 \int_0^{\frac{\pi}{6}} (1 + \cos 2t) dt$ .  
 C.  $I = \frac{1}{2} \int_0^{\frac{\pi}{6}} (1 - \cos 2t) dt$ .                      D.  $I = 2 \int_0^{\frac{\pi}{2}} (1 - \cos 2t) dt$ .

**Câu 79.** Cho tích phân  $I = \int_0^1 (2x + 3) e^x dx = a.e + b$ , với  $a, b \in \mathbb{Q}$ . Mệnh đề nào dưới đây là đúng?

- A.  $a - b = 2$ .                      B.  $a^3 + b^3 = 28$ .                      C.  $a + 2b = 1$ .                      D.  $ab = 3$ .

**Câu 80.** Cho biết  $I = \int_0^1 x^2 \cdot \sqrt{4 - 2x^2} dx = \frac{a}{b} \pi; a, b \in \mathbb{R}$ . Mệnh đề nào sau đây là đúng?

- A.  $\log_a b = 5$ .                      B.  $\log_a b = 3$ .                      C.  $\log_a b = 4$ .                      D.  $\log_a b = 6$ .

## ỨNG DỤNG CỦA TÍCH PHÂN

**Câu 81.** Tìm thể tích  $V$  của khối tròn xoay được tạo ra khi quay hình thang cong, giới hạn bởi đồ thị hàm số  $y = f(x)$ , trục  $Ox$  và hai đường thẳng  $x = a, x = b$  ( $a < b$ ), xung quanh trục  $Ox$ .

- A.  $V = \int_a^b |f(x)| dx$ .                      B.  $V = \pi \int_a^b f^2(x) dx$ .                      C.  $V = \int_a^b f^2(x) dx$ .                      D.  $V = \pi \int_a^b f(x) dx$ .

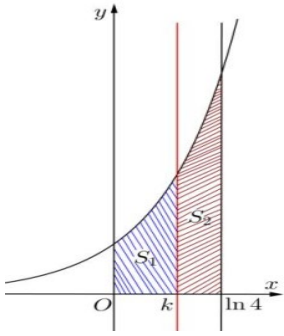
**Câu 82.** Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số  $y = x^4 - 5x^2 + 4$ , trục hoành và hai đường thẳng  $x = 0, x = 1$ .

- A.  $\frac{7}{3}$ .                      B.  $\frac{8}{5}$ .                      C.  $\frac{64}{25}$ .                      D.  $\frac{38}{15}$ .

**Câu 83.** Cho hình  $D$  giới hạn bởi đường cong  $y = \sqrt{x^2 + 1}$ , trục hoành và các đường thẳng  $x = 0, x = 1$ . Khối tròn xoay tạo thành khi quay  $D$  quanh trục hoành có thể tích  $V$  bằng bao nhiêu ?

- A.  $V = \frac{4}{3}$ .                      B.  $V = 2\pi$ .                      C.  $V = \frac{4\pi}{3}$ .                      D.  $V = 2$ .

**Câu 84.** Cho hình cong  $(H)$  giới hạn bởi đường  $y = e^x$ , trục hoành và các đường thẳng  $x = 0$  và  $x = \ln 4$ . Đường thẳng  $x = k$  ( $0 < k < \ln 4$ ) chia  $(H)$  thành hai phần có diện tích là  $S_1$  và  $S_2$  như hình vẽ bên. Tìm  $k$  để  $S_1 = 2S_2$ .



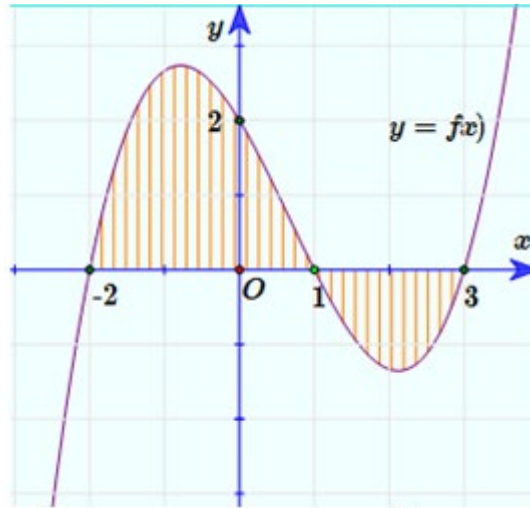
A.  $k = \frac{2}{3} \ln 4.$

B.  $k = \ln 2.$

C.  $k = \ln \frac{8}{3}.$

D.  $k = \ln 3.$

**Câu 85.** Cho đồ thị hàm số  $y = f(x)$  như hình vẽ. Tìm diện tích  $S$  của hình phẳng được giới hạn bởi đồ thị và trục  $Ox$ . (Phần gạch sọc).



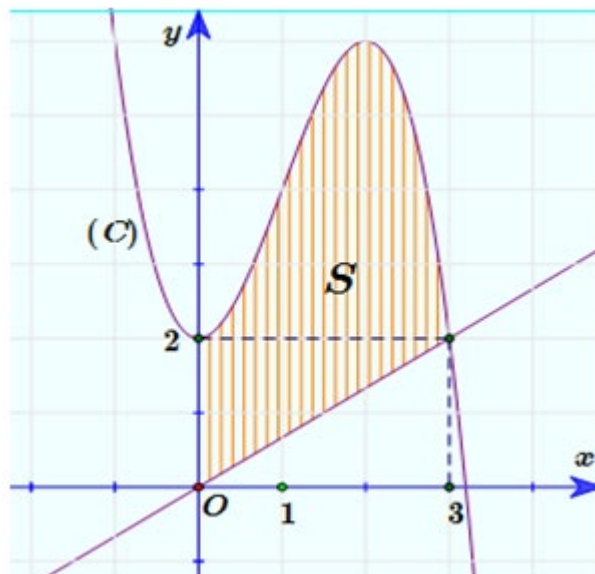
A.  $S = \left| \int_{-2}^3 f(x) dx \right|.$

B.  $S = \int_{-2}^3 f(x) dx.$

C.  $S = \int_{-2}^1 f(x) dx - \int_1^3 f(x) dx$

D.  $S = \int_{-2}^1 f(x) dx + \int_1^3 f(x) dx.$

**Câu 86.** Cho hàm số  $f(x) = -x^3 + 3x^2 + 2$  có đồ thị  $(C)$  như hình vẽ. Tính diện tích  $S$  của hình phẳng (phần gạch sọc).



A.  $S = \frac{39}{4}.$

B.  $S = \frac{41}{4}.$

C.  $S = 10.$

D.  $S = 13.$

**Câu 87.** Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường  $y = x^2 - 1$  và  $y = -x^2 + 2x + 3$  **không** được tính bằng công thức nào sau đây?

A.  $S = \int_2^{-1} (2x^2 - 2x - 4) dx.$

B.  $S = \int_{-1}^2 |2x^2 - 2x - 4| dx.$

C.  $S = \int_{-1}^2 |(x^2 - 1) - (-x^2 + 2x + 3)| dx.$

D.  $S = \int_{-1}^2 (-x^2 - x + 2) dx.$

**Câu 88.** Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi Parabol  $y = \frac{x^2}{2}$  và đường tròn tâm  $O$  (gốc tọa độ), bán kính  $R = 2\sqrt{2}$  được kết quả là  $S = a\pi + b; a, b \in \mathbb{Q}$ . Mệnh đề nào sau đây là đúng?

A.  $a + b = 5.$

B.  $ab = \frac{8}{3}.$

C.  $a + 3b = \frac{7}{2}.$

D.  $a^2 - b = \frac{1}{2}.$

**Câu 89.** Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số  $y = x^3 - 6x^2 + 9x$ , trục tung và tiếp tuyến tại điểm có hoành độ thỏa mãn  $y'' = 0$  được tính bằng công thức nào sau đây?

A.  $\int_0^2 (-x^3 + 6x^2 - 12x + 8) dx.$

B.  $\int_0^3 (-x^3 + 6x^2 - 10x + 5) dx.$

C.  $\int_0^2 (x^3 - 6x^2 + 12x - 8) dx.$

D.  $\int_0^3 (x^3 - 6x^2 + 10x - 5) dx.$

**Câu 90.** Thể tích vật thể tròn xoay sinh ra khi quay hình phẳng được giới hạn bởi các đường  $y = x^{\frac{1}{2}}e^x, x = 1, x = 2, y = 0$ , quanh trục hoành là  $V = \pi(ae^2 + be)$ . Khi đó,  $a + b$  bằng bao nhiêu?

A. 0.

B. 2.

C. 1.

D. -2.

**Câu 91.** Thể tích  $V$  của khối tròn xoay sinh ra khi quay hình phẳng (H), giới hạn bởi đồ thị hàm số  $y = \frac{x-1}{x+1}$  và các trục tọa độ, quanh trục  $Ox$  được tính bằng công thức  $V = \pi(a + b \ln c); a, b, c \in \mathbb{Z}$ . Mệnh đề nào sau đây là đúng?

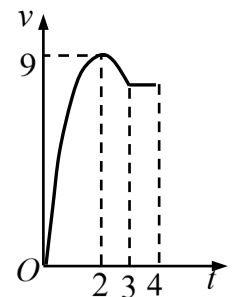
A.  $3a + 2b + c = 11.$

B.  $3a + 2b + c = 3.$

C.  $3a + 2b + c = 5.$

D.  $3a + 2b + c = -27.$

**Câu 92.** Một vật chuyển động trong 4 giờ với vận tốc  $v$  (km/h) phụ thuộc thời gian  $t$  (h) có đồ thị vận tốc như hình bên. Trong khoảng thời gian 3 giờ kể từ khi bắt đầu chuyển động, đồ thị đó là một phần của đường parabol có đỉnh  $I(2;9)$  với trục đối xứng song song với trục tung, khoảng thời gian còn lại đồ thị là một đoạn thẳng song song với trục hoành. Tính quãng đường  $s$  mà vật di chuyển được trong 4 giờ đó



A.  $26,5(km).$

B.  $28,5(km).$

C.  $27(km).$

D.  $24(km).$

**Câu 93.** Cho hình (H) giới hạn bởi các đường  $y = \sqrt{x}, x = 4$  và trục hoành. Quay hình (H) quanh trục  $Ox$  ta được khối tròn xoay có thể tích là bao nhiêu?

A.  $\frac{15\pi}{2}.$

B.  $\frac{14\pi}{3}.$

C.  $8\pi.$

D.  $\frac{16\pi}{3}.$

**Câu 94.** Một vật đang chuyển động với vận tốc  $10 m/s$  thì tăng tốc với gia tốc  $a(t) = t^2 + 3t (m/s^2)$ . Quãng đường vật đi được trong khoảng thời gian 10 giây kể từ lúc bắt đầu tăng tốc bằng bao nhiêu?

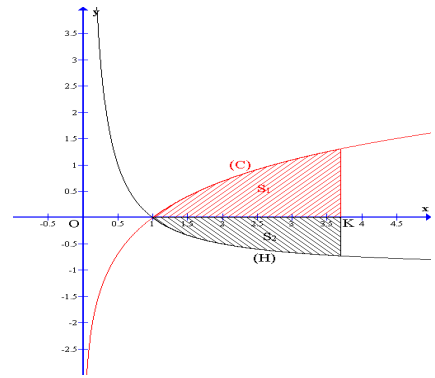
A.  $\frac{4000}{3} m.$

B.  $\frac{4300}{3} m.$

C.  $\frac{1900}{3} m.$

D.  $\frac{2200}{3} m.$

**Câu 95.** Gọi  $S_1$  là diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường  $(C): y = \ln x; Ox; x = k$  và  $S_2$  là diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường  $(H): y = -1 + \frac{1}{x}; Ox; x = k$  với  $k > 1$  như hình vẽ bên. Biết rằng  $S_1 - S_2 = 4$ . Tìm  $k$ .

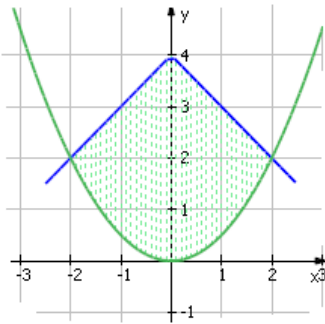


- A.  $k = e^2$ .                      B.  $k = 2e$ .  
 C.  $k = 2^e$ .                      D.  $k = e + 2$ .

**Câu 96.** Cho hình phẳng  $D$  giới hạn bởi đường cong  $y = \sqrt{2 + \sin x}$ , trục hoành và các đường thẳng  $x = 0, x = \pi$ . Khối tròn xoay tạo thành khi quay  $D$  quanh trục hoành có thể tích  $V$  bằng bao nhiêu?

- A.  $V = 2(\pi + 1)$ .              B.  $V = 2\pi(\pi + 1)$ .  
 C.  $V = 2\pi^2$ .                      D.  $V = 2\pi$ .

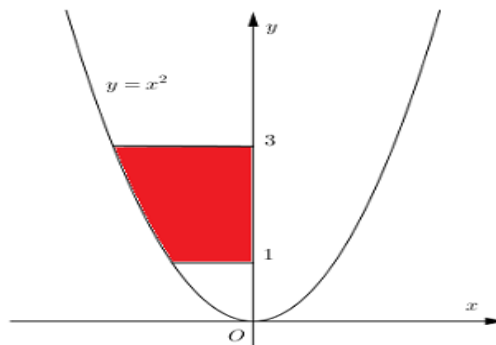
**Câu 97.** Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đường thẳng  $y = 4 - |x|$  và parabol  $y = \frac{x^2}{2}$ .



- A.  $\frac{28}{3}$ .                              B.  $\frac{25}{3}$ .  
 C.  $\frac{22}{3}$ .                              D.  $\frac{26}{3}$ .

**Câu 98.** Tính diện tích hình phẳng được đánh dấu trên hình bên

- A.  $S = \frac{26}{3}$ .                      B.  $S = \frac{28}{3}$ .  
 C.  $S = 2\sqrt{3} - \frac{2}{3}$ .              D.  $S = 3\sqrt{2} - \frac{1}{3}$ .



**Câu 99.** Tính thể tích khối tròn xoay tạo nên do quay quanh trục  $Ox$  hình phẳng giới hạn bởi các đường  $y = 1 - x^2, y = 0, x = 0$  và  $x = 2$ .

- A.  $\frac{8\pi\sqrt{2}}{3}$ .                      B.  $\frac{46\pi}{15}$ .                      C.  $2\pi$ .                      D.  $\frac{5\pi}{2}$ .

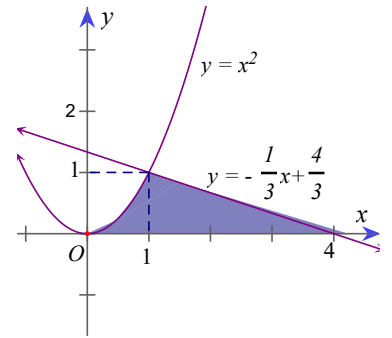
**Câu 100.** Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường  $y = x^2$ ,  $y = -\frac{1}{3}x + \frac{4}{3}$  và trục hoành như hình vẽ.

A.  $\frac{7}{3}$ .

B.  $\frac{56}{3}$ .

C.  $\frac{39}{2}$ .

D.  $\frac{11}{6}$ .



## SỐ PHỨC

**Câu 1.** Cho số phức  $z \in \mathbb{C}$  thỏa mãn  $|z| = 4$ . Biết tập hợp các điểm biểu diễn cho số phức  $w = (3 + 4i)z + i$  là đường tròn  $I$ , bán kính  $R$ . Khi đó.

A.  $I(0;1), R = 2\sqrt{5}$ .

B.  $I(1;0), R = 20$

C.  $I(0;1), R = 20$ .

D.  $I(1;-2), R = 22$ .

**Câu 2.** Phần thực và phần ảo của số phức  $z = 1 + 2i$

A. 1 và 2.

B. 2 và 1.

C. 1 và  $2i$ .

D. 1 và  $i$ .

**Câu 3.** Cho số phức  $z = 1 + 3i$ . Số phức  $z^2$  có phần thực là

A.  $-8$ .

B. 10.

C.  $8 + 6i$ .

D.  $-8 + 6i$ .

**Câu 4.** Phần thực của số phức  $z = \frac{3-4i}{4-i}$  bằng

A.  $\frac{16}{17}$ .

B.  $\frac{3}{4}$ .

C.  $-\frac{13}{17}$ .

D.  $-\frac{3}{4}$ .

**Câu 5.** Phần ảo của số phức  $z = \frac{(1-2i)^2}{(3+i)(2+i)}$  là

A.  $-\frac{1}{10}$ .

B.  $-\frac{7}{10}$ .

C.  $-\frac{i}{10}$ .

D.  $\frac{7}{10}$ .

**Câu 6.** Tìm  $|z|$  biết  $z = (1+2i)(1-i)^2$ ?

A.  $2\sqrt{5}$ .

B.  $2\sqrt{3}$

C.  $5\sqrt{2}$

D. 20.

**Câu 7.** Cho  $z = \frac{2}{1+i\sqrt{3}}$ . Số phức liên hợp của  $z$  là

A.  $\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i$ .

B.  $\frac{1}{4} + \frac{\sqrt{3}}{4}i$ .

C.  $\frac{1}{4} - \frac{\sqrt{3}}{4}i$ .

D.  $\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i$ .

**Câu 8.** Cho số phức  $z = \frac{1+i}{1-i} + \frac{1-i}{1+i}$ . Trong các kết luận sau kết luận nào **sai**?

A.  $z \in \mathbb{R}$ .

B.  $z$  là số thuần ảo.

C. Mô đun của  $z$  bằng 1.

D.  $z$  có phần thực và phần ảo đều bằng 0.

**Câu 9.** Cho số phức  $z = m + ni \neq 0$ . Số phức  $\frac{1}{z}$  có phần thực là

A.  $\frac{m}{m^2 - n^2}$ .

B.  $-\frac{n}{m^2 - n^2}$ .

C.  $\frac{m}{m^2 + n^2}$ .

D.  $-\frac{n}{m^2 + n^2}$ .

**Câu 10.** Cho số phức  $z$ , Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào **sai**?

A.  $|z| = |\bar{z}|$ .

B.  $z + \bar{z}$  là một số thuần ảo.

C.  $z\bar{z}$  là một số thực .

D. môđun số phức  $z$  là một số thực dương.

**Câu 11.** Cho số phức  $z = x + yi$ . Số phức  $z^2$  có phần thực là

A.  $x^2 + y^2$ .

B.  $x^2 - y^2$ .

C.  $x^2$ .

D.  $2xy$ .

**Câu 12.** Cho số phức  $z$  thỏa mãn  $(1+i)^2(2-i)z = 8+i+(1+2i)z$ . Phần thực và phần ảo của số phức  $z$  lần lượt là:

A. 2;3.

B. 2;-3.

C. -2;3.

D. -2;-3.

**Câu 13.** Tính  $z = \frac{1+i^{2017}}{2+i}$ .

A.  $\frac{3}{5} + \frac{1}{5}i$ .

B.  $\frac{1}{5} - \frac{3}{5}i$ .

C.  $\frac{1}{5} + \frac{3}{5}i$ .

D.  $\frac{3}{5} - \frac{1}{5}i$ .

**Câu 14.** Trên tập số phức, tính  $\frac{1}{i^{2017}}$

A.  $i$ .

B.  $-i$ .

C. 1.

D. -1.

**Câu 15.** Tổng  $i^k + i^{k+1} + i^{k+2} + i^{k+3}$  bằng:

A.  $i$ .

B.  $-i$ .

C. 1.

D. 0.

**Câu 16.** Phần thực và phần ảo của số phức  $z = \frac{i^{2012} + i^{2013} + i^{2014} + i^{2015} + i^{2016}}{i^{2017} + i^{2018} + i^{2019} + i^{2020} + i^{2021}}$  lần lượt là:

A. 0;-1.

B. 1;0.

C. -1;0.

D. 0;1.

**Câu 17.** Số phức  $z$  thỏa mãn  $z + 2(z + \bar{z}) = 2 - 6i$  có phần thực là

A. -6.

B.  $\frac{2}{5}$ .

C. -1.

D.  $\frac{3}{4}$ .

**Câu 18.** Cho số phức  $z$  thỏa mãn điều kiện  $2z + 3(1-i)\bar{z} = 1 - 9i$ . Môđun của  $z$  bằng:

A.  $\sqrt{13}$ .

B.  $\sqrt{82}$ .

C.  $\sqrt{5}$ .

D. 13.

**Câu 19.** Phần thực của số phức  $(1+i)^2(2-i)z = 8+i+(1+2i)z$  là

A. -6.

B. -3.

C. 2.

D. -1.

**Câu 20.** Cho số phức  $z = 6 + 7i$ . Số phức liên hợp của  $z$  có điểm biểu diễn là:

A. (6;7).

B. (6;-7).

C. (-6;7).

D. (-6;-7).

**Câu 21.** (Đề thi chính thức THPT QG năm 2017) Cho số phức  $z = 1 - 2i$ . Điểm nào dưới đây là điểm biểu diễn của số phức  $w = iz$  trên mặt phẳng tọa độ ?

A.  $Q(1;2)$

B.  $N(2;1)$

C.  $M(1;-2)$

D.  $P(-2;1)$

**Câu 22.** (Vận dụng) Cho số phức  $z$  thỏa mãn điều kiện  $|z - 3 + 4i| \leq 2$ . Trong mặt phẳng  $Oxy$  tập hợp điểm biểu diễn số phức  $w = 2z + 1 - i$  là hình tròn có diện tích

A.  $S = 9\pi$ .

B.  $S = 12\pi$ .

C.  $S = 16\pi$ .

D.  $S = 25\pi$ .

**Câu 23.** Điểm biểu diễn hình học của số phức  $z = a + ai$  nằm trên đường thẳng:

A.  $y = x$

B.  $y = 2x$

C.  $y = -x$

D.  $y = -2x$

**Câu 24.** Gọi  $A$  là điểm biểu diễn của số phức  $5 + 8i$  và  $B$  là điểm biểu diễn của số phức  $-5 + 8i$ . Chọn mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau

A. Hai điểm  $A$  và  $B$  đối xứng với nhau qua trục hoành.

B. Hai điểm  $A$  và  $B$  đối xứng với nhau qua trục tung.

C. Hai điểm  $A$  và  $B$  đối xứng với nhau qua gốc tọa độ  $O$ .

D. Hai điểm  $A$  và  $B$  đối xứng với nhau qua đường thẳng  $y = x$ .

- Câu 25.** Điểm  $M$  biểu diễn số phức  $z = \frac{3+4i}{i^{2019}}$  có tọa độ là
- A.  $M(4; -3)$                       B.  $M(3; -4)$                       C.  $M(3; 4)$                       D.  $M(-4; 3)$
- Câu 26.** Trong mặt phẳng phức, gọi  $A, B, C$  lần lượt là các điểm biểu diễn của các số phức  $z_1 = -1+3i$ ,  $z_2 = 1+5i$ ,  $z_3 = 4+i$ . Số phức với điểm biểu diễn  $D$  sao cho tứ giác  $ABCD$  là một hình bình hành là:
- A.  $2+3i$ .                      B.  $2-i$ .                      C.  $2+3i$ .                      D.  $3+5i$ .
- Câu 27.** Gọi  $z_1$  và  $z_2$  là các nghiệm phức của phương trình  $z^2 - 4z + 9 = 0$ . Gọi  $M, N$  là các điểm biểu diễn của  $z_1$  và  $z_2$  trên mặt phẳng phức. Khi đó độ dài của  $MN$  là:
- A.  $MN = 4$ .                      B.  $MN = 5$ .                      C.  $MN = -2\sqrt{5}$ .                      D.  $MN = 2\sqrt{5}$ .
- Câu 28.** Gọi  $z_1$  và  $z_2$  là các nghiệm của phương trình  $z^2 - 4z + 9 = 0$ . Gọi  $M, N, P$  lần lượt là các điểm biểu diễn của  $z_1, z_2$  và số phức  $k = x + yi$  trên mặt phẳng phức. Khi đó tập hợp điểm  $P$  trên mặt phẳng phức để tam giác  $MNP$  vuông tại  $P$  là:
- A. đường thẳng có phương trình  $y = x - \sqrt{5}$ .
- B. là đường tròn có phương trình  $x^2 - 2x + y^2 - 8 = 0$ .
- C. là đường tròn có phương trình  $x^2 - 2x + y^2 - 8 = 0$ , nhưng không chứa  $M, N$ .
- D. là đường tròn có phương trình  $x^2 - 4x + y^2 - 1 = 0$  nhưng không chứa  $M, N$ .
- Câu 29.** Biết  $|z - i| = |(1+i)z|$ , tập hợp điểm biểu diễn số phức  $z$  có phương trình
- A.  $x^2 + y^2 + 2y + 1 = 0$ .                      B.  $x^2 + y^2 - 2y + 1 = 0$ .
- C.  $x^2 + y^2 + 2y - 1 = 0$ .                      D.  $x^2 + y^2 - 2y - 1 = 0$ .
- Câu 30.** Trong mặt phẳng tọa độ  $Oxy$ , tập hợp điểm biểu diễn số phức  $z$  thỏa mãn  $|z - 1| = |(1+i)z|$  là:
- A. Đường tròn có tâm  $I(0; -1)$ , bán kính  $r = \sqrt{2}$
- B. Đường tròn có tâm  $I(0; 1)$ , bán kính  $r = \sqrt{2}$
- C. Đường tròn có tâm  $I(1; 0)$ , bán kính  $r = \sqrt{2}$
- D. Đường tròn có tâm  $I(-1; 0)$ , bán kính  $r = \sqrt{2}$
- Câu 31.** Gọi  $A, B, C$  lần lượt là các điểm biểu diễn cho các số phức  $z_1 = -1+3i; z_2 = -3-2i; z_3 = 4+i$ . Chọn kết luận sai:
- A. Tam giác  $ABC$  vuông cân.                      B. Tam giác  $ABC$  cân.
- C. Tam giác  $ABC$  vuông.                      D. Tam giác  $ABC$  đều.
- Câu 32.** Gọi  $z_1$  và  $z_2$  là các nghiệm của phương trình  $z^2 - 2z + 5 = 0$ . Tính  $P = z_1^4 + z_2^4$
- A.  $-14$ .                      B.  $14$ .                      C.  $-14i$ .                      D.  $14i$ .
- Câu 33.** Gọi  $z_1, z_2$  là 2 nghiệm phức của phương trình  $z^2 + 2z + 5 = 0$ . Giá trị của  $A = |z_1|^2 + |z_2|^2$
- A.  $6$ .                      B.  $8$ .                      C.  $10$ .                      D.  $\sqrt{10}$
- Câu 34.** Gọi  $z_1$  là nghiệm phức có phần ảo âm của phương trình  $z^2 + 2z + 3 = 0$ . Tọa độ điểm  $M$  biểu diễn số phức  $z_1$  là:
- A.  $M(-1; 2)$ .                      B.  $M(-1; -2)$ .                      C.  $M(-1; -\sqrt{2})$ .                      D.  $M(-1; -\sqrt{2}i)$ .
- Câu 35.** Gọi  $z_1$  và  $z_2$  lần lượt là nghiệm của phương trình:  $z^2 - 2z + 5 = 0$ . Tính  $F = |z_1| + |z_2|$
- A.  $2\sqrt{5}$ .                      B.  $10$ .                      C.  $3$ .                      D.  $6$ .

**Câu 36.** Nghiệm của phương trình  $z^4 - z^2 - 2 = 0$  là

- A.  $2; -1$ .                      B.  $\pm\sqrt{2}; \pm i$ .                      C.  $\pm 1; \pm i\sqrt{2}$ .                      D.  $2, \pm i$ .

**Câu 37.** Cho số phức  $z = 3 + 4i$  và  $\bar{z}$  là số phức liên hợp của  $z$ . Phương trình bậc hai nhận  $z$  và  $\bar{z}$  làm nghiệm là

- A.  $z^2 - 6z + 25 = 0$ .                      B.  $z^2 + 6z - 25 = 0$ .  
C.  $z^2 - 6z + \frac{3}{2}i = 0$ .                      D.  $z^2 - 6z + \frac{1}{2} = 0$ .

**Câu 38.** Trong  $\mathbb{C}$ , Phương trình  $z^3 + 1 = 0$  có nghiệm là

- A.  $-1$ .                      B.  $-1; \frac{1 \pm i\sqrt{3}}{2}$ .                      C.  $-1; \frac{5 \pm i\sqrt{3}}{4}$ .                      D.  $-1; \frac{2 \pm i\sqrt{3}}{2}$ .

**Câu 39.** Trong  $\mathbb{C}$ , phương trình  $z^4 - 1 = 0$  có nghiệm là

- A.  $\begin{cases} z = \pm 2 \\ z = \pm 2i \end{cases}$ .                      B.  $\begin{cases} z = \pm 3 \\ z = \pm 4i \end{cases}$ .                      C.  $\begin{cases} z = \pm 1 \\ z = \pm i \end{cases}$ .                      D.  $\begin{cases} z = \pm 1 \\ z = \pm 2i \end{cases}$ .

**Câu 40.** Trong  $\mathbb{C}$ , biết  $z_1, z_2$  là nghiệm của phương trình  $z^2 - \sqrt{3}z + 1 = 0$ . Khi đó, tổng bình phương của hai nghiệm có giá trị bằng:

- A.  $0$ .                      B.  $1$ .                      C.  $\sqrt{3}$ .                      D.  $2\sqrt{3}$ .

**Câu 41.** Tìm số phức  $z$  thỏa mãn:  $|z - (2 + i)| = \sqrt{10}$  và  $z\bar{z} = 25$ .

- A.  $z = 3 + 4i$  hoặc  $z = 5$ .                      B.  $z = -3 + 4i$  hoặc  $z = -5$ .  
C.  $z = 3 - 4i$  hoặc  $z = 5$ .                      D.  $z = 4 + 5i$  hoặc  $z = 3$ .

**Câu 42.** Phương trình  $iz + 2 - i = 0$  (với ẩn  $z$ ) có nghiệm là:

- A.  $1 + i$ .                      B.  $1 + 2i$ .                      C.  $1 - 2i$ .                      D.  $1 - i$ .

**Câu 43.** Các căn bậc hai của số phức  $1 + 4\sqrt{3}i$  là:

- A.  $\pm\sqrt{3}(2 - i)$ .                      B.  $\pm(2 - i\sqrt{3})$ .                      C.  $\pm(2 + i\sqrt{3})$ .                      D.  $\pm\sqrt{3}(2 + i)$ .

**Câu 44.** Phương trình  $z + \frac{1}{z} = \sqrt{2}$  có nghiệm là:

- A.  $\frac{\sqrt{2}}{2}(1 \pm i)$ .                      B.  $-\frac{\sqrt{2}}{2}(1 \pm i)$ .                      C.  $\frac{1}{2}(1 \pm i)$ .                      D.  $-\frac{1}{2}(1 \pm i)$ .

**Câu 45.** Phương trình  $z^4 + 4 = 0$  có nghiệm là:

- A.  $\pm(1 + i)$  và  $\pm(1 - i)$ .                      B.  $\pm(1 + i)$  và  $\pm(2 - i)$ .  
C.  $\pm(2 + i)$  và  $\pm(1 - i)$ .                      D.  $\pm(2 + i)$  và  $\pm(2 - i)$ .

**Câu 46.** Các căn bậc hai của số phức  $1 + 4\sqrt{3}i$  là:

- A.  $\pm\sqrt{3}(2 - i)$ .                      B.  $\pm(2 - i\sqrt{3})$ .                      C.  $\pm(2 + i\sqrt{3})$ .                      D.  $\pm\sqrt{3}(2 + i)$ .

**Câu 47.** Phương trình  $z + \frac{1}{z} = \sqrt{2}$  có nghiệm là:

- A.  $\frac{\sqrt{2}}{2}(1 \pm i)$ .                      B.  $-\frac{\sqrt{2}}{2}(1 \pm i)$ .                      C.  $\frac{1}{2}(1 \pm i)$ .                      D.  $-\frac{1}{2}(1 \pm i)$ .

**Câu 48.** Phương trình  $z^4 + 4 = 0$  có nghiệm là:



- A.  $\pm(1+i)$  và  $\pm(1-i)$ .                      B.  $\pm(1+i)$  và  $\pm(2-i)$ .  
 C.  $\pm(2+i)$  và  $\pm(1-i)$ .                      D.  $\pm(2+i)$  và  $\pm(2-i)$ .

**Câu 49.** Gọi  $A, B, C, D$  lần lượt là các điểm biểu diễn cho các số phức  $z_1 = 7 - 3i, z_2 = 8 + 4i, z_3 = 1 + 5i, z_4 = -2i$ . Tứ giác  $ABCD$  là

- A. là hình vuông.                                      B. là hình thoi.  
 C. là hình chữ nhật.                                  D. là hình bình hành.

**Câu 50.** Trong  $\mathbb{C}$ , phương trình  $(iz)(\bar{z} - 2 + 3i) = 0$  có nghiệm là:

- A.  $\begin{cases} z = 0 \\ z = 2 - 3i \end{cases}$ .                      B.  $\begin{cases} z = 0 \\ z = 5 + 3i \end{cases}$ .                      C.  $\begin{cases} z = 0 \\ z = 2 + 3i \end{cases}$ .                      D.  $\begin{cases} z = 0 \\ z = 2 - 5i \end{cases}$ .

## PHẦN HÌNH HỌC

### A. TỌA ĐỘ

**Câu 1.** Cho véc tơ  $\overrightarrow{AO} = 3(\vec{i} + 4\vec{j}) - 2\vec{k} + 5\vec{j}$ . Tọa độ của điểm A là:

- A. (3; -2; 5).                      B. (-3; -17; 2).                      C. (3; 17; -2).                      D. (3; 5; -2).

**Câu 2.** Cho  $\vec{m} = (1; 0; -1), \vec{n} = (0; 1; 1)$ . Kết luận nào sai?

- A.  $\vec{m} \cdot \vec{n} = -1$     B.  $[\vec{m}, \vec{n}] = (1; -1; 1)$     C.  $\vec{m}$  và  $\vec{n}$  không cùng phương.    D. Góc của  $\vec{m}$  và  $\vec{n}$  là  $60^\circ$ .

**Câu 3.** Cho  $\vec{a}$  và  $\vec{b}$  tạo với nhau một góc  $\frac{2\pi}{3}$ . Biết  $|\vec{a}| = 3, |\vec{b}| = 5$  thì  $|\vec{a} - \vec{b}|$  bằng:

- A. 6.                      B. 5.                      C. 4.                      D. 7.

**Câu 4.** Cho 2 véc tơ  $\vec{a} = (1; m; -1), \vec{b} = (2; 1; 3)$ .  $\vec{a} \perp \vec{b}$  khi:

- A.  $m = -1$ .                      B.  $m = 1$ .                      C.  $m = 2$ .                      D.  $m = -2$ .

**Câu 5.** Cho  $\vec{u} = (4; 3; 4), \vec{v} = (2; -1; 2), \vec{w} = (1; 2; 1)$ . Khi đó  $[\vec{u}, \vec{v}] \cdot \vec{w}$  là:

- A. 2.                      B. 3.                      C. 0.                      D. 1.

**Câu 6.** Cho ba véc tơ  $\vec{a}(0; 1; -2), \vec{b}(1; 2; 1), \vec{c}(4; 3; m)$ . Để ba véc tơ trên đồng phẳng thì m bằng:

- A. 14.                      B. 5.                      C. -7.                      D. 7.

**Câu 7.** Cho 3 véc tơ  $\vec{a}(-1; 1; 0), \vec{b}(1; 1; 0), \vec{c}(1; 1; 1)$ . Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào sai:

- A.  $|\vec{a}| = \sqrt{2}$ .                      B.  $|\vec{c}| = \sqrt{3}$ .                      C.  $\vec{a} \perp \vec{b}$ .                      D.  $\vec{b} \perp \vec{c}$ .

**Câu 8.** Cho 3 điểm  $M(2; 3; -1), N(-1; 1; 1), P(1; m - 1; 2)$ . Tìm m để  $\Delta MNP$  vuông tại N?

- A. 3.                      B. 2.                      C. 1.                      D. 0.

**Câu 9.** Cho  $\vec{a}(-1; 1; 0), \vec{b}(1; 1; 0), \vec{c}(1; 1; 1)$ . Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng:

- A.  $\vec{a} \cdot \vec{c} = 1$ .                      B.  $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$  đồng phẳng.                      C.  $\cos(\vec{b}, \vec{c}) = \frac{2}{\sqrt{6}}$ .                      D.  $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} = \vec{0}$ .

**Câu 10.** Cho  $\vec{a}(3; 2; 1), \vec{b}(-2; 0; 1)$ . Độ dài của véc tơ  $\vec{a} + \vec{b}$  bằng:

- A. 1.                      B. 2.                      C. 3.                      D.  $\sqrt{2}$ .

**Câu 11.** Cho  $\vec{a}(3; -2; 4), \vec{b}(5; 1; 6), \vec{c}(-3; 0; 2)$ . Tìm  $\vec{x}$  để  $\vec{x}$  đồng thời vuông góc với  $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ :

- A. (0; 0; 1).                      B. (0; 0; 0).                      C. (0; 1; 0).                      D. (1; 0; 0).

**Câu 12.** Cho điểm  $M(3; 1; -2)$ . Điểm N đối xứng với M qua trục Ox có tọa độ là:

- A. (-3; 1; 2).                      B. (-3; -1; -2).                      C. (3; 1; 0).                      D. (3; -1; 2).

**Câu 13.** Cho ba điểm (1; 2; 0), (2; 3; -1), (-2; 2; 3). Trong các điểm A(-1; 3; 2), B(-3; 1; 4), C(0; 0; 1) thì điểm nào tạo với ba điểm ban đầu thành hình bình hành?

- A. Cả A và B.                      B. Chỉ có điểm C.                      C. Chỉ có điểm A.                      D. Cả B và C.

- Câu 14.** Cho  $A(4; 2; 6)$ ,  $B(10; -2; 4)$ ,  $C(4; -4; 0)$ ,  $D(-2; 0; 2)$  thì tứ giác ABCD là hình:  
 A. Bình hành.                      B. Vuông.                      C. Chữ nhật.                      D. Thoi.
- Câu 15.** Cho  $\Delta ABC$  biết  $A(-1; 0; 2)$ ,  $B(1; 3; -1)$ ,  $C(2; 2; 2)$ . khẳng định nào sai?  
 A. Điểm  $G\left(\frac{2}{3}; \frac{5}{3}; 1\right)$  là trọng tâm của tam giác ABC.                      B.  $AB = \sqrt{2}BC$ .  
 C. Điểm  $M\left(0; \frac{3}{2}; \frac{1}{2}\right)$  là trung điểm của cạnh AB.                      D.  $AC < BC$ .
- Câu 16.** Cho  $\Delta ABC$  với  $A(-3; 2; -7)$ ,  $B(2; 2; -3)$ ,  $C(-3; 6; -2)$ . Tìm trọng tâm của tam giác ABC:  
 A.  $(-4; 10; -12)$ .                      B.  $\left(\frac{4}{3}; -\frac{10}{3}; 4\right)$ .                      C.  $(4; -10; 12)$ .                      D.  $\left(-\frac{4}{3}; \frac{10}{3}; -4\right)$ .
- Câu 17.** Cho  $A(1; 0; 0)$ ,  $B(0; 1; 0)$ ,  $C(0; 0; 1)$ ,  $D(1; 1; 1)$ . Tìm trọng tâm G của tứ diện ABCD.  
 A.  $\left(\frac{1}{2}; \frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right)$ .                      B.  $\left(\frac{1}{3}; \frac{1}{3}; \frac{1}{3}\right)$ .                      C.  $\left(\frac{2}{3}; \frac{2}{3}; \frac{2}{3}\right)$ .                      D.  $\left(\frac{1}{4}; \frac{1}{4}; \frac{1}{4}\right)$ .
- Câu 18.** Cho 3 điểm  $A(2; -1; 5)$ ,  $B(5; -5; 7)$  và  $M(x; y; 1)$ . Tìm  $x, y$  để A, B, M thẳng hàng?  
 A.  $x = 4, y = 7$ .                      B.  $x = -4, y = -7$ .                      C.  $x = 4, y = -7$ .                      D.  $x = -4, y = 7$ .
- Câu 19.** Cho  $A(0; 2; -2)$ ,  $B(-3; 1; -1)$ ,  $C(4; 3; 0)$ ,  $D(1; 2; m)$ . Tìm  $m$  để A, B, C, D đồng phẳng:  
 A.  $-5$ .                      B.  $-1$ .                      C.  $1$ .                      D.  $5$ .
- Câu 20.** Cho 3 điểm  $A(2; 5; -1)$ ,  $B(2; 2; 3)$ ,  $C(-3; 2; 3)$ . Mệnh đề nào sau đây sai?  
 A.  $\Delta ABC$  đều.                      B. A, B, C không thẳng hàng.                      C.  $\Delta ABC$  vuông.                      D.  $\Delta ABC$  cân tại B.
- Câu 21.** Cho 4 điểm  $A(1; 0; 0)$ ,  $B(0; 1; 0)$ ,  $C(0; 0; 1)$ ,  $D(1; 1; 1)$ . Mệnh đề nào sai?  
 A. 4 điểm A, B, C, D tạo thành 1 tứ diện.                      B.  $\Delta ABD$  đều.                      C.  $AB \perp CD$ .                      D.  $\Delta ABCD$  vuông.
- Câu 22.** Cho 4 điểm  $A(-1; 1; 1)$ ,  $B(5; 1; -1)$ ,  $C(2; 5; 2)$ ,  $D(0; -3; 1)$ . Nhận xét nào đúng?  
 A. A, B, C, D là 4 đỉnh của một tứ diện.                      B. Ba điểm A, B, C thẳng hàng.  
 C. Cả A và B đều đúng.                      D. ABCD là hình thang.

## B. PHƯƠNG TRÌNH MẶT PHẪNG.

- Câu 1.** Véc tơ nào sau đây là véc tơ pháp tuyến của mặt phẳng (P):  $4x - 3y + 1 = 0$ .  
 A.  $(4; -3; 0)$ .                      B.  $(4; -3; 1)$ .                      C.  $(4; -3; -1)$ .                      D.  $(-3; 4; 0)$ .
- Câu 2.** Phương trình mặt phẳng (P) chứa điểm  $M(-1; 2; 0)$  và có véc tơ pháp tuyến  $\vec{n}(4; 0; -5)$  là:  
 A.  $4x - 5y - 4 = 0$ .                      B.  $4x - 5z - 4 = 0$ .                      C.  $4x - 5y + 4 = 0$ .                      D.  $4x - 5z + 4 = 0$ .
- Câu 3.** Mặt phẳng song song với hai đường thẳng  $\Delta_1: \frac{x-2}{2} = \frac{y+1}{-3} = \frac{z}{4}$ ,  $\Delta_2: \begin{cases} x = 2 + t \\ y = 3 + 2t \\ z = 1 - t \end{cases}$  có một véc tơ pháp tuyến là:  
 A.  $\vec{n}(-5; 6; -7)$ .                      B.  $\vec{n}(5; -6; 7)$ .                      C.  $\vec{n}(-5; -6; 7)$ .                      D.  $\vec{n}(-5; 6; 7)$ .
- Câu 4.** Cho  $A(0; 1; 2)$  và 2 đường thẳng  $d: \frac{x}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z+1}{-1}$ ,  $d': \begin{cases} x = 1 + t \\ y = -1 - 2t \\ z = 2 + t \end{cases}$ . Viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua A đồng thời song song với d và d'.  
 A.  $x + 3y + 5z - 13 = 0$ .                      B.  $2x + 6y + 10z - 11 = 0$ .  
 C.  $2x + 3y + 5z - 13 = 0$ .                      D.  $x + 3y + 5z + 13 = 0$ .
- Câu 5.** Cho hai điểm  $M(1; -2; -4)$ ,  $M'(5; -4; 2)$ . Biết  $M'$  là hình chiếu vuông góc của M lên mặt phẳng  $(\alpha)$ . Khi đó,  $(\alpha)$  có phương trình là:  
 A.  $2x - y + 3z + 20 = 0$                       B.  $2x + y - 3z - 20 = 0$                       C.  $2x - y + 3z - 20 = 0$                       D.  $2x + y - 3z + 20 = 0$
- Câu 6.** Cho điểm  $A(0; 0; 3)$ ,  $B(-1; -2; 1)$ ,  $C(-1; 0; 2)$ . Cho các nhận xét:  
 (1) Ba điểm A, B, C thẳng hàng.  
 (2) Tồn tại duy nhất một mặt phẳng đi qua ba điểm A, B, C.  
 (3) Tồn tại vô số mặt phẳng đi qua ba điểm A, B, C.  
 (4) A, B, C tạo thành ba đỉnh một tam giác.

- (5) Độ dài chân đường cao kẻ từ A là  $\frac{3\sqrt{5}}{5}$ .
- (6) Phương trình mặt phẳng (A, B, C) là  $2x + y - 2z + 6 = 0$ .
- (7) Mặt phẳng (ABC) có véc tơ pháp tuyến là  $(2; 1; -2)$ .
- Có bao nhiêu nhận xét đúng?

A. 5.                                      B. 2.                                      C. 4.                                      D. 3.

**Câu 7.** Cho hai điểm  $A(-2; 0; 1)$ ,  $B(4; 2; 5)$ . Phương trình mặt phẳng trung trực của AB là:

- A.  $3x + y + 2z - 10 = 0$ .                                      B.  $3x + y + 2z + 10 = 0$ .  
C.  $3x + y - 2z - 10 = 0$ .                                      D.  $3x - y + 2z - 10 = 0$ .

**Câu 8.** Cho (Q):  $3x - y - 2z + 1 = 0$ . (P) song song với (Q), chứa  $A(0; 0; 1)$  có phương trình là:

- A.  $3x - y - 2z + 2 = 0$ .                                      B.  $3x - y - 2z - 2 = 0$ .  
C.  $3x - y - 2z + 3 = 0$ .                                      D.  $3x - y - 2z + 5 = 0$ .

**Câu 9.** Mặt phẳng (P) song song với (Oxy) và đi qua điểm  $A(1; -2; 1)$  có phương trình là:

- A.  $z - 1 = 0$ .                                      B.  $x - 2y + z = 0$ .                                      C.  $x - 1 = 0$ .                                      D.  $y + 2 = 0$ .

**Câu 10.** Cho hai mặt phẳng  $(\alpha): 3x - 2y + 2z + 7 = 0$  và  $(\beta): 5x - 4y + 3z + 1 = 0$ . Phương trình mặt phẳng đi qua gốc tọa độ O và vuông góc cả  $(\alpha)$  và  $(\beta)$  là:

- A.  $2x - y + 2z = 0$ .                                      B.  $2x + y - 2z = 0$ .  
C.  $2x + y - 2z + 1 = 0$ .                                      D.  $2x - y - 2z = 0$ .

**Câu 11.** Trong không gian Oxyz, phương trình mặt phẳng (Oxy) là:

- A.  $z = 0$ .                                      B.  $x + y = 0$ .                                      C.  $x = 0$ .                                      D.  $y = 0$ .

**Câu 12.** Mặt phẳng (P) chứa  $A(1; -2; 3)$ , vuông góc với (d):  $\frac{x+1}{2} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z-1}{3}$  có phương trình là:

- A.  $2x - y + 3z - 13 = 0$ .                                      B.  $2x - y + 3z + 13 = 0$ .  
C.  $2x - y - 3z - 13 = 0$ .                                      D.  $2x + y + 3z - 13 = 0$ .

**Câu 13.** Mặt phẳng đi qua  $D(2; 0; 0)$  vuông góc với trục Oy có phương trình là:

- A.  $z = 0$ .                                      B.  $y = 2$ .                                      C.  $y = 0$ .                                      D.  $z = 2$ .

**Câu 14.** Cho hai điểm  $A(-1; 0; 0)$ ,  $B(0; 0; 1)$ . Mặt phẳng (P) chứa đường thẳng AB và song song với trục Oy có phương trình là:

- A.  $x - z + 1 = 0$ .                                      B.  $x - z - 1 = 0$ .  
C.  $x + y - z + 1 = 0$ .                                      D.  $y - z + 1 = 0$ .

**Câu 15.** Cho 2 mặt phẳng (Q):  $x - y + 3 = 0$  và (R):  $2y - z + 1 = 0$  và điểm  $A(1; 0; 0)$ . Mặt phẳng vuông góc với (Q) và (R) đồng thời đi qua A có phương trình là:

- A.  $x + y + 2z - 1 = 0$ .                                      B.  $x + 2y - z - 1 = 0$ .  
C.  $x - 2y + z - 1 = 0$ .                                      D.  $x + y - 2z - 1 = 0$ .

**Câu 16.** Mặt phẳng (P) chứa trục Oz và đi qua điểm  $A(1; 2; 3)$  có phương trình là:

- A.  $2x - y = 0$ .                                      B.  $x + y - z = 0$ .                                      C.  $x - y + 1 = 0$ .                                      D.  $x - 2y + z = 0$ .

**Câu 17.** Viết phương trình mặt phẳng (P) biết (P) cắt ba trục tọa độ lần lượt tại A, B, C sao cho M(1; 2; 3) làm trọng tâm tam giác ABC:

- A.  $6x + 3y + 2z - 18 = 0$ .                                      B.  $X + 2y + 3z = 0$ .  
C.  $6x - 3y + 2z - 18 = 0$ .                                      D.  $6x + 3y + 2z + 18 = 0$ .

**Câu 18.** Mặt phẳng (P) đi qua  $M(1; 2; 2)$  và cắt các trục Ox, Oy, Oz lần lượt tại A, B, C sao cho M là trọng tâm của tam giác ABC. Phương trình của (P) là:

- A.  $2x + y + z - 4 = 0$ .                                      B.  $2x + y + z - 2 = 0$ .  
C.  $2x + 4y + 4z - 9 = 0$ .                                      D.  $x + 2y + 2z - 9 = 0$ .

**Câu 19.** Trong không gian Oxyz cho mặt phẳng (Q):  $3x + 4y - 1 = 0$ . Mặt phẳng (P) song song với (Q) và cách gốc tọa độ một khoảng bằng 1 có phương trình là:

- A.  $3x + 4y + 5 = 0$  hoặc  $3x + 4y - 5 = 0$ .                                      B.  $3x + 4y + 5 = 0$ .

- C.  $3x + 3y - 5 = 0$ . D.  $4x + 3y + 5 = 0$  hoặc  $3x + 4y + 5 = 0$ .
- Câu 20.** Trong không gian Oxyz cho mặt phẳng (Q):  $5x - 12z + 3 = 0$  và mặt cầu (S):  $x^2 + y^2 + z^2 - 2x = 0$ , mặt phẳng (P) song song với (Q) và tiếp xúc với (S) có phương trình là:  
 A.  $5x - 12z + 8 = 0$  hoặc  $5x - 12z - 18 = 0$ . B.  $5x - 12z + 8 = 0$ .  
 C.  $5x - 12z - 18 = 0$ . D.  $5x - 12z - 8 = 0$  hoặc  $5x - 12z + 18 = 0$ .
- Câu 21.** Cho mặt cầu (S):  $(x - 2)^2 + (y + 1)^2 + z^2 = 14$ . Mặt cầu (S) cắt trục Oz tại A và B ( $z_A < 0$ ). Phương trình nào sau đây là phương trình tiếp diện của (S) tại B?  
 A.  $2x - y - 3z - 9 = 0$ . B.  $x - 2y + z + 3 = 0$ . C.  $2x - y - 3z + 9 = 0$ . D.  $x - 2y - z - 3 = 0$ .
- Câu 22.** Trong không gian Oxyz cho mặt phẳng (Q):  $2x + y - 2z + 1 = 0$  và mặt cầu (S):  $x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 2z - 23 = 0$ . Mặt phẳng (P) song song với (Q) và cắt (S) theo giao tuyến là một đường tròn có bán kính bằng 4.  
 A.  $2x + y - 2z + 9 = 0$  hoặc  $2x + y - 2z - 9 = 0$ . B.  $2x + y - 2z + 8 = 0$  hoặc  $2x + y - 2z - 8 = 0$ .  
 C.  $2x + y - 2z - 11 = 0$  hoặc  $2x + y - 2z + 11 = 0$ . D.  $2x + y - 2z - 1 = 0$ .
- Câu 23.** Trong không gian Oxyz cho hai mặt phẳng song song (Q):  $2x - y + z - 2 = 0$  và (P):  $2x - y + z - 6 = 0$ . Mặt phẳng (R) song song và cách đều (Q), (P) có phương trình là:  
 A.  $2x - y + z - 4 = 0$ . B.  $2x - y + z + 4 = 0$ . C.  $2x - y + z = 0$ . D.  $2x - y + z + 12 = 0$ .
- Câu 24.** Mặt phẳng qua A(1; -2; -5) và song song với mặt phẳng (P):  $x - y + 1 = 0$  cách (P) một khoảng có độ dài là:  
 A. 2. B.  $\sqrt{2}$ . C. 4. D.  $2\sqrt{2}$ .
- Câu 25.** Trong không gian Oxyz cho đường thẳng (d):  $\begin{cases} x = -1 + t \\ y = 2 - t \\ z = t \end{cases}$  và điểm A(-1; 1; 0), mặt phẳng (P) chứa (d) và A có phương trình là:  
 A.  $x - z + 1 = 0$ . B.  $x + y = 0$ . C.  $x + y - z = 0$ . D.  $y - z + 2 = 0$ .
- Câu 26.** Mặt phẳng (P) đi qua điểm A(4; 9; 8), B(1; -3; 4), C(2; 5; -1) có phương trình dạng tổng quát:  $ax + by + cz + d = 0$ . Biết  $a = 92$ , tìm giá trị của d:  
 A. 101. B. -101. C. -63. D. 36.
- Câu 27.** Trong không gian Oxyz cho hai đường thẳng song song (d):  $\frac{x+1}{1} = \frac{y-1}{1} = \frac{z}{2}$  và (d'):  $\frac{x-1}{1} = \frac{y+2}{1} = \frac{z-1}{2}$ . Khi đó mặt phẳng (P) chứa hai đường thẳng trên có phương trình là:  
 A.  $7x + 3y - 5z + 4 = 0$ . B.  $7x + 3y - 5z - 4 = 0$ .  
 C.  $5x + 3y - 7z + 4 = 0$ . D.  $5x + 3y + 7z + 4 = 0$ .
- Câu 28.** Mặt phẳng (P) đi qua M(2; 0; 0) và vuông góc với đường thẳng (d):  $\begin{cases} x = 4 + 2t \\ y = 1 - 2t \\ z = 5 + 3t \end{cases}$ . Khi đó giao điểm M của (d) và (P) là:  
 A. M(2; 3; 2). B. M(4; 1; 5). C. M(0; 5; -1). D. M(-2; 7; 4).
- Câu 29.** Cho hai điểm A(1; -1; 5), B(0; 0; 1). Mặt phẳng (P) chứa A, B và song song với Oy có phương trình là:  
 A.  $4x + y - z + 1 = 0$ . B.  $2x + z - 5 = 0$ . C.  $4x - z + 1 = 0$ . D.  $y + 4z - 1 = 0$ .
- Câu 30.** Biết tam giác ABC có ba đỉnh A, B, C thuộc các trục tọa độ và trong tâm tam giác là G(-1; -3; 2). Khi đó phương trình mặt phẳng (ABC) là:  
 A.  $2x - 3y - z - 1 = 0$ . B.  $x + y - z - 5 = 0$ .  
 C.  $6x - 2y - 3z + 18 = 0$ . D.  $6x + 2y - 3z + 18 = 0$ .
- Câu 31.** Cho mặt phẳng (P) đi qua 2 điểm A(1; 0; 1), B(2; 1; 1) và vuông góc với ( $\alpha$ ):  $x - y + z - 10 = 0$ . Tính khoảng cách từ điểm C(3; -2; 0) đến (P):  
 A. 6. B.  $\sqrt{6}$ . C. 3. D.  $\sqrt{3}$ .
- Câu 32.** Mặt phẳng (P) đi qua A(1; -1; 2) và vuông góc với Oy. Tìm giao điểm của (P) và Oy.

- A.  $M(0; -1; 0)$ .      B.  $M(0; 2; 0)$ .      C.  $M(0; 1; 0)$ .      D.  $M(0; -2; 0)$ .

**Câu 33.** Trong không gian Oxyz, mặt phẳng (P) đi qua  $B(0; -2; 3)$ , song song với đường thẳng  $d: \frac{x-2}{2} = \frac{y+1}{-3} = z$  và vuông góc với mặt phẳng (Q):  $x + y - z = 0$  có phương trình:

- A.  $2x - 3y + 5z - 9 = 0$ .      B.  $2x - 3y + 5z - 9 = 0$ .  
C.  $2x + 3y - 5z - 9 = 0$ .      D.  $2x + 3y + 5z - 9 = 0$ .

**Câu 34.** Mặt phẳng (Q) song song với mặt phẳng (P):  $x + 2y + z - 4 = 0$  và cách  $D(1; 0; 3)$  một khoảng bằng  $\sqrt{6}$  có phương trình là:

- A.  $x + 2y + z + 2 = 0$ .      B.  $x + 2y - z - 10 = 0$ .  
C.  $x + 2y + z - 10 = 0$ .      D.  $x + 2y + z + 2 = 0$  và  $x + 2y + z - 10 = 0$ .

**Câu 35.** Phương trình mặt phẳng (P) đi qua  $I(-1; 2; 3)$  và chứa giao tuyến của hai mặt phẳng ( $\alpha$ ):  $x + y + z - 9 = 0$  và ( $\beta$ ):  $x - 2y + 3z + 1 = 0$ .

- A.  $2x - y - 4z - 8 = 0$ .      B.  $2x - y + 4z - 8 = 0$ .  
C.  $2x - y - 4z + 8 = 0$ .      D.  $x - 2y + 4z - 8 = 0$ .

**Câu 36.** Phương trình mặt phẳng (P) chứa  $d_1: \begin{cases} x = 5 + 2t \\ y = 1 - t \\ z = 5 - t \end{cases}$  và  $d_2: \begin{cases} x = 9 - 2t \\ y = t \\ z = -2 + t \end{cases}$  là:

- A.  $3x - 5y + z - 25 = 0$ .      B.  $3x + 5y + z - 25 = 0$ .  
C.  $3x - 5y - z + 25 = 0$ .      D.  $3x + y + z - 25 = 0$ .

### C. PHƯƠNG TRÌNH ĐƯỜNG THẲNG.

**Câu 1.** Cho đường thẳng d đi qua  $M(2; 0; -1)$  và có véc tơ chỉ phương  $\vec{a}(4; -6; 2)$ . Phương trình tham số của đường thẳng d là:

- A.  $\begin{cases} x = -2 + 2t \\ y = -3t \\ z = 1 + t \end{cases}$       B.  $\begin{cases} x = 2 + 2t \\ y = -3t \\ z = -1 + t \end{cases}$       C.  $\begin{cases} x = 4 + 2t \\ y = -6 - 3t \\ z = 2 + t \end{cases}$       D.  $\begin{cases} x = -2 + 4t \\ y = -6t \\ z = 1 + 2t \end{cases}$

**Câu 2.** Phương trình đường thẳng AB với  $A(1; 1; 2)$  và  $B(2; -1; 0)$  là:

- A.  $\frac{x-1}{3} = \frac{y-1}{2} = \frac{z-2}{2}$ .      B.  $\frac{x+1}{-1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z+2}{2}$ .      C.  $\frac{x-2}{3} = \frac{y+1}{-2} = \frac{z}{3}$ .      D.  $\frac{x}{1} = \frac{y-3}{-2} = \frac{z-4}{-2}$ .

**Câu 3.** Cho đường thẳng d đi qua điểm  $A(1; 2; 3)$  và vuông góc với mặt phẳng ( $\alpha$ ):  $4x + 3y - 7z + 1 = 0$ . Phương trình tham số của d là:

- A.  $\begin{cases} x = 1 + 4t \\ y = 2 + 3t \\ z = 3 - 7t \end{cases}$       B.  $\begin{cases} x = -1 + 8t \\ y = -2 + 6t \\ z = -3 - 14t \end{cases}$       C.  $\begin{cases} x = 1 + 3t \\ y = 2 - 4t \\ z = 3 - 7t \end{cases}$       D.  $\begin{cases} x = -1 + 4t \\ y = -2 + 3t \\ z = -3 - 7t \end{cases}$

**Câu 4.** Cho  $A(0; 0; 1)$ ,  $B(-1; -2; 0)$ ,  $C(2; 1; -1)$ . Đường thẳng  $\Delta$  đi qua trọng tâm G của tam giác ABC và vuông góc với mặt phẳng (ABC) có phương trình:

- A.  $\begin{cases} x = \frac{1}{3} + 5t \\ y = -\frac{1}{3} + 4t \\ z = 3t \end{cases}$       B.  $\begin{cases} x = \frac{1}{3} + 5t \\ y = -\frac{1}{3} - 4t \\ z = 3t \end{cases}$       C.  $\begin{cases} x = \frac{1}{3} - 5t \\ y = -\frac{1}{3} - 4t \\ z = -3t \end{cases}$       D.  $\begin{cases} x = \frac{1}{3} - 5t \\ y = -\frac{1}{3} - 4t \\ z = 3t \end{cases}$

**Câu 5.** Cho 2 mặt phẳng (P):  $2x + y - z - 3 = 0$  và (Q):  $x + y + z - 1 = 0$ . Phương trình chính tắc đường thẳng giao tuyến của 2 mặt phẳng (P) và (Q) là:

- A.  $\frac{x}{2} = \frac{y-2}{-3} = \frac{z+1}{1}$ .      B.  $\frac{x+1}{-2} = \frac{y-2}{-3} = \frac{z-1}{1}$ .      C.  $\frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{3} = \frac{z+1}{1}$ .      D.  $\frac{x}{2} = \frac{y+2}{-3} = \frac{z-1}{-1}$ .

**Câu 6.** Cho điểm  $M(2; 1; 0)$  và đường thẳng  $\Delta: \frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z}{-1}$ . Đường thẳng d đi qua điểm M cắt và vuông góc với  $\Delta$  có véc tơ chỉ phương:

- A.  $(2; -1; -1)$ .      B.  $(2; 1; -1)$ .      C.  $(1; -4; 2)$ .      D.  $(1; -4; -2)$ .

**Câu 7.** Cho đường thẳng  $d: \frac{x-3}{1} = \frac{y-3}{3} = \frac{z}{2}$ , mặt phẳng  $(\alpha): x + y - z + 3 = 0$  và điểm  $A(1; 2; -1)$ . Đường thẳng  $\Delta$  qua  $A$  cắt  $d$  và song song với mặt phẳng  $(\alpha)$  có phương trình là:

A.  $\frac{x-1}{-1} = \frac{y-2}{-2} = \frac{z+1}{1}$ .    B.  $\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{-2} = \frac{z+1}{-1}$ .    C.  $\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z+1}{1}$ .    D.  $\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z+1}{-1}$ .

**Câu 8.** Cho mặt phẳng  $(P): 3x - 2y - 3z - 7 = 0$  và đường thẳng  $d: \frac{x-2}{3} = \frac{y+4}{-2} = \frac{z-1}{2}$ . Viết phương trình đường thẳng  $\Delta$  đi qua  $A(-1; 0; 1)$  song song với mặt phẳng  $(P)$  và cắt đường thẳng  $d$ :

A.  $\frac{x+1}{-15} = \frac{y}{3} = \frac{z-1}{-17}$ .    B.  $\frac{x+1}{-15} = \frac{y-1}{3} = \frac{z}{-17}$ .    C.  $\frac{x+1}{15} = \frac{y}{3} = \frac{z-1}{17}$ .    D.  $\frac{x-1}{-15} = \frac{y}{3} = \frac{z+1}{-17}$ .

**Câu 9.** Cho 2 đường thẳng  $d1: \frac{x-2}{2} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z-3}{1}$ ,  $d2: \begin{cases} x = 1 - t \\ y = 1 + 2t \\ z = -1 + t \end{cases}$  và điểm  $A(1; 2; 3)$ . Đường thẳng  $\Delta$  đi qua  $A$ , vuông góc với  $d1$  và cắt  $d2$  có phương trình là:

A.  $\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{3} = \frac{z-3}{-5}$ .    B.  $\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{-3} = \frac{z-3}{-5}$ .    C.  $\frac{x-1}{-1} = \frac{y-2}{-3} = \frac{z-3}{-5}$ .    D.  $\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{3} = \frac{z-3}{5}$ .

**Câu 10.** Cho đường thẳng  $d: \frac{x+1}{3} = \frac{y-2}{-2} = \frac{z-2}{2}$  và mặt phẳng  $(P): x + 3y + 2z + 2 = 0$ . Lập phương trình đường thẳng  $\Delta$  song song với mặt phẳng  $(P)$ , đi qua  $M(2; 2; 4)$  và cắt đường thẳng  $(d)$ .

A.  $\frac{x-2}{9} = \frac{y-2}{7} = \frac{z-4}{6}$ .    B.  $\frac{x-2}{9} = \frac{y-2}{-7} = \frac{z-4}{6}$ .    C.  $\frac{x+2}{9} = \frac{y+2}{-7} = \frac{z+4}{6}$ .    D.  $\frac{x-2}{3} = \frac{y-2}{-2} = \frac{z-4}{2}$ .

**Câu 11.** Cho  $(d): \frac{x-1}{-3} = \frac{y-3}{2} = \frac{z-1}{-2}$  và  $(\alpha): x - 3y + z - 4 = 0$ . Phương trình hình chiếu của  $(d)$  trên  $(\alpha)$  là:

A.  $\frac{x+3}{2} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z-1}{1}$ .    B.  $\frac{x-2}{-2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z-1}{1}$ .    C.  $\frac{x+5}{2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z-1}{-1}$ .    D.  $\frac{x}{2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z-1}{1}$ .

**Câu 12.** Cho  $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z-2}{1}$ . Hình chiếu vuông góc của  $d$  trên  $(Oxy)$  có dạng?

A.  $\begin{cases} x = 0 \\ y = -1 - t \\ z = 0 \end{cases}$ .    B.  $\begin{cases} x = -1 + 2t \\ y = 1 + t \\ z = 0 \end{cases}$ .    C.  $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -1 + t \\ z = 0 \end{cases}$ .    D.  $\begin{cases} x = -1 + 2t \\ y = -1 + t \\ z = 0 \end{cases}$ .

**Câu 13.** Cho 2 đường thẳng  $d1: \frac{x-7}{1} = \frac{y-3}{2} = \frac{z-9}{-1}$  và  $d2: \frac{x-3}{-7} = \frac{y-1}{2} = \frac{z-1}{3}$ . Phương trình đường vuông góc chung của  $d1$  và  $d2$  là:

A.  $\frac{x-3}{-1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z-1}{-4}$ .    B.  $\frac{x-7}{2} = \frac{y-3}{-1} = \frac{z-9}{4}$ .    C.  $\frac{x-7}{2} = \frac{y-3}{1} = \frac{z-9}{4}$ .    D.  $\frac{x-7}{2} = \frac{y-3}{1} = \frac{z-9}{-4}$ .

**Câu 14.** Cho  $d1: \begin{cases} x = t \\ y = 4 - t \\ z = -1 + 2t \end{cases}$ ,  $d2: \frac{x}{1} = \frac{y-2}{-3} = \frac{z}{-3}$ ,  $d3: \frac{x+1}{5} = \frac{y-1}{2} = \frac{z+1}{1}$ . Viết phương trình đường thẳng  $\Delta$ , biết  $\Delta$  cắt  $d1$ ,  $d2$ ,  $d3$  lần lượt tại  $A, B, C$  sao cho  $AB = BC$ .

A.  $\frac{x}{1} = \frac{y-2}{1} = \frac{z}{1}$ .    B.  $\frac{x}{1} = \frac{y+2}{1} = \frac{z-1}{1}$ .    C.  $\frac{x}{1} = \frac{y+2}{1} = \frac{z}{1}$ .    D.  $\frac{x}{1} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z}{1}$ .

## D. PHƯƠNG TRÌNH MẶT CẦU.

**Câu 1.** Tâm  $I$  và bán kính  $R$  của mặt cầu  $(S): (x - 1)^2 + (y + 2)^2 + z^2 = 4$  là:

A.  $I(-1; 2; 0), R = 2$ .    B.  $I(1; -2; 0), R = 2$ .    C.  $I(1; -2; 0), R = 4$ .    D.  $I(-1; 2; 0), R = 4$ .

**Câu 2.** Tâm và bán kính của mặt cầu  $(S): 3x^2 + 3y^2 + 3z^2 - 6x + 8y + 15z - 3 = 0$  là:

A.  $I(3; -4; -\frac{15}{2}), R = \frac{19}{6}$ .    B.  $I(1; -\frac{4}{3}; -\frac{5}{2}), R = \frac{361}{36}$ .  
C.  $I(-3; 4; \frac{15}{2}), R = \frac{19}{6}$ .    D.  $I(3; -\frac{4}{3}; -\frac{5}{2}), R = \frac{19}{6}$ .

**Câu 3.** Cho mặt cầu  $(S): (x + 1)^2 + (y - 2)^2 + (z - 3)^2 = 12$ . Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào sai:

A.  $(S)$  có tâm  $I(-1; 2; 3)$ .    B.  $(S)$  có bán kính  $R = 2\sqrt{3}$ .  
C.  $(S)$  đi qua điểm  $M(1; 0; 1)$ .    D.  $(S)$  đi qua điểm  $N(-3; 4; 2)$ .

**Câu 4.** Phương trình  $x^2 + y^2 + z^2 - 2mx + 4y + 2mz + m^2 + 5m = 0$  là phương trình mặt cầu khi:

A.  $\begin{cases} m < 1 \\ m > 4 \end{cases}$ .    B.  $\begin{cases} m \leq 1 \\ m \geq 4 \end{cases}$ .    C.  $m > 1$ .    D.  $m < 4$ .

- Câu 5.** Cho mặt cầu (S):  $x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 4y + 6z + m = 0$ . Tìm m để (S) tiếp xúc với mặt phẳng (P):  $x - 2y + 2z - 1 = 0$ .
- A. 2.                                      B. -2.                                      C. 3.                                      D. -3.
- Câu 6.** Tâm I và bán kính R của mặt cầu đường kính AB với  $A(-1; 3; 2)$ ,  $B(5; 2; -1)$  là:
- A.  $I\left(2; \frac{5}{2}; \frac{1}{2}\right)$ ,  $R = \frac{\sqrt{46}}{2}$ .                                      B.  $I(6; -1; -3)$ ,  $R = \frac{\sqrt{46}}{2}$ .
- C.  $I\left(3; -\frac{1}{2}; -\frac{3}{2}\right)$ ,  $R = \frac{23}{2}$ .                                      D.  $I\left(2; \frac{5}{2}; \frac{1}{2}\right)$ ,  $R = \sqrt{46}$ .
- Câu 7.** Tâm I và bán kính R của mặt cầu đi qua 4 điểm  $A(1; 0; 0)$ ,  $B(0; -2; 0)$ ,  $C(0; 0; 4)$  và gốc tọa độ:
- A.  $I\left(-\frac{1}{2}; 1; -2\right)$ ,  $R = \frac{\sqrt{21}}{2}$ .                                      B.  $I(1; -2; 4)$ ,  $R = \frac{\sqrt{21}}{2}$ .
- C.  $I\left(\frac{1}{2}; -1; 2\right)$ ,  $R = \frac{21}{2}$ .                                      D.  $I\left(\frac{1}{2}; -1; 2\right)$ ,  $R = \frac{\sqrt{21}}{2}$ .
- Câu 8.** Cho mặt cầu (S) có tâm  $I(-1; 4; 2)$  và có thể tích  $V = 972\pi$ . Khi đó phương trình của mặt cầu (S) là:
- A.  $(x + 1)^2 + (y - 4)^2 + (z - 2)^2 = 81$ .                                      B.  $(x + 1)^2 + (y - 4)^2 + (z - 2)^2 = 9$ .
- C.  $(x - 1)^2 + (y + 4)^2 + (z - 2)^2 = 9$ .                                      D.  $(x - 1)^2 + (y + 4)^2 + (z + 2)^2 = 81$ .
- Câu 9.** Phương trình mặt cầu tâm  $I(3; -2; 4)$  và tiếp xúc với (P):  $2x - y + 2z + 4 = 0$  là:
- A.  $(x - 3)^2 + (y + 2)^2 + (z - 4)^2 = \frac{400}{9}$                                       B.  $(x + 3)^2 + (y - 2)^2 + (z + 4)^2 = \frac{400}{9}$ .
- C.  $(x - 3)^2 + (y + 2)^2 + (z - 4)^2 = \frac{20}{3}$ .                                      D.  $(x + 3)^2 + (y - 2)^2 + (z + 4)^2 = \frac{20}{3}$ .
- Câu 10.** Cho 4 điểm  $A(1; 1; 1)$ ,  $B(1; 2; 1)$ ,  $C(1; 1; 2)$ ,  $D(2; 2; 1)$ . Tâm I của mặt cầu ngoại tiếp tứ diện ABCD có tọa độ:
- A.  $(3; 3; -3)$ .                                      B.  $\left(\frac{3}{2}; -\frac{3}{2}; \frac{3}{2}\right)$ .                                      C.  $\left(\frac{3}{2}; \frac{3}{2}; \frac{3}{2}\right)$ .                                      D.  $(3; 3; 3)$ .
- Câu 11.** Phương trình mặt cầu đi qua  $A(3; -1; 2)$ ,  $B(1; 1; -2)$  và có tâm thuộc Oz là:
- A.  $x^2 + y^2 + z^2 - 2y - 11 = 0$ .                                      B.  $(x - 1)^2 + y^2 + z^2 = 11$ .
- C.  $x^2 + (y - 1)^2 + z^2 = 11$ .                                      D.  $x^2 + y^2 + z^2 - 2z - 10 = 0$ .
- Câu 12.** Phương trình mặt cầu đi qua  $A(1; 2; -4)$ ,  $B(1; -3; 1)$ ,  $C(2; 2; 3)$  và có tâm thuộc (Oxy) là:
- A.  $(x + 2)^2 + (y - 1)^2 + z^2 = 26$ .                                      B.  $(x - 2)^2 + (y + 1)^2 + z^2 = \sqrt{26}$ .
- C.  $(x - 2)^2 + (y + 1)^2 + z^2 = 26$ .                                      D.  $(x + 2)^2 + (y - 1)^2 + z^2 = \sqrt{26}$ .
- Câu 13.** Cho 2 mặt phẳng (P):  $2x - y + z - 3 = 0$ , (Q):  $x + y - z = 0$ . (S) là mặt cầu có tâm thuộc (P) và tiếp xúc (Q) tại điểm  $H(1; -1; 0)$ . Phương trình của (S) là:
- A.  $(x - 2)^2 + y^2 + (z + 1)^2 = 1$ .                                      B.  $(x - 1)^2 + (y - 1)^2 + z^2 = 3$ .
- C.  $(x + 1)^2 + (y - 2)^2 + z^2 = 1$ .                                      D.  $(x - 2)^2 + y^2 + (z + 1)^2 = 3$ .
- Câu 14.** Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho điểm  $A(1; -2; 3)$  và đường thẳng d có phương trình  $\frac{x+1}{2} = \frac{y-2}{1} = \frac{z+3}{-1}$ . Viết phương trình mặt cầu tâm A, tiếp xúc với d.
- A.  $(x - 1)^2 + (y + 2)^2 + (z - 3)^2 = 5$ .                                      B.  $(x - 1)^2 + (y + 2)^2 + (z - 3)^2 = 50$ .
- C.  $(x + 1)^2 + (y - 2)^2 + (z + 3)^2 = 5$ .                                      D.  $(x - 1)^2 + (y + 2)^2 + (z - 3)^2 = \sqrt{50}$ .
- Câu 15.** Bán kính của mặt cầu tâm  $I(3; 3; -4)$ , tiếp xúc với trục Oy bằng:
- A.  $\sqrt{5}$ .                                      B. 4.                                      C. 5.                                      D.  $\frac{5}{2}$ .
- Câu 16.** Cho các điểm  $A(1; 2; 0)$ ,  $B(-3; 4; 2)$ . Tìm tọa độ điểm I trên Ox cách đều 2 điểm A, B và viết phương trình mặt cầu tâm I đi qua 2 điểm A, B.
- A.  $(x + 3)^2 + y^2 + z^2 = 20$ .                                      B.  $(x - 3)^2 + y^2 + z^2 = 20$ .
- C.  $(x + 1)^2 + (y - 3)^2 + (z - 1)^2 = \frac{11}{4}$ .                                      D.  $(x + 1)^2 + (y - 3)^2 + (z - 1)^2 = 20$ .
- Câu 17.** Giả sử mặt cầu (S<sub>m</sub>):  $x^2 + y^2 + z^2 - 4mx + 4y + 2mz + m^2 + 4m = 0$  có bán kính nhỏ nhất. Khi đó giá trị của m là:

- A.  $\frac{1}{2}$ .                                      B.  $\frac{1}{3}$ .                                      C.  $\frac{\sqrt{3}}{2}$ .                                      D. 0.

**Câu 18.** Cho mặt cầu (S):  $x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 4y + 6z + m = 0$ . Tìm m để (S) cắt mặt phẳng (P):  $2x - y - 2z + 1 = 0$  theo giao tuyến là đường tròn có diện tích bằng  $4\pi$ .

- A. 9.    B. 10.    C. 3.    D. -3.

**Câu 19.** Cho đường thẳng (d):  $\frac{x}{1} = \frac{y+2}{1} = \frac{z+6}{2}$ , mặt cầu (S):  $x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 2y + 2z - 1 = 0$ . Phương trình mặt phẳng chứa (d) và cắt (S) theo giao tuyến là đường tròn có bán kính  $r = 1$  là:

- A.  $x + y + z - 4 = 0$  v  $7x - 17y - 5z - 4 = 0$ .                                      B.  $x + y - z - 4 = 0$  v  $7x - 17y + 5z - 4 = 0$ .  
C.  $x + y - z - 4 = 0$  v  $7x + 17y + 5z - 4 = 0$ .                                      D.  $x + y - z + 4 = 0$  v  $7x - 17y + 5z + 4 = 0$ .

**Câu 20.** Cho mặt phẳng (P):  $2x - 2y - z - 4 = 0$  và mặt cầu (S):  $x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y - 6z - 11 = 0$ . Gọi (C) là đường tròn giao tuyến của (P) và (S). Tâm H và bán kính r của (C) là:

- A. H(1; 0; 2), r = 2.                                      B. H(2; 0; 3), r = 4.                                      C. H(1; 3; 2), r = 4.                                      D. H(3; 0; 2), r = 4.

**Câu 21.** Cho điểm I(3; 4; 0) và đường thẳng  $\Delta: \frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{1} = \frac{z+1}{-4}$ . Viết phương trình mặt cầu (S) có tâm I và cắt  $\Delta$  tại 2 điểm A, B sao cho diện tích tam giác IAB bằng 12.

- A.  $(x-3)^2 + (y-4)^2 + z^2 = 25$ .                                      B.  $(x+3)^2 + (y+4)^2 + z^2 = 5$ .  
C.  $(x-3)^2 + (y-4)^2 + z^2 = 5$ .                                      D.  $(x+3)^2 + (y+4)^2 + z^2 = 25$ .

**Câu 22.** Cho mặt cầu (S) có phương trình:  $x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 6y - 4z - 2 = 0$ . Viết phương trình mặt phẳng (P) song song với giá của véc tơ  $\vec{v} = (1; 6; 2)$ , vuông góc với mặt phẳng ( $\alpha$ ):  $x + 4y + z - 11 = 0$  và tiếp xúc với (S).

- A. (P):  $2x - y + 2z - 3 = 0$  hoặc (P):  $2x - y + 2z = 0$ .                                      B. (P):  $2x - y + 2z - 21 = 0$ .  
C. (P):  $2x - y + 2z + 3 = 0$  hoặc (P):  $2x - y + 2z - 21 = 0$ .                                      D. (P):  $2x - y + 2z + 3 = 0$ .

## E. KHOẢNG CÁCH.

**Câu 1.** Khoảng cách từ M(1; 4; -7) đến mặt phẳng (P):  $2x - y + 2z - 9 = 0$  là:

- A.  $\frac{25}{3}$ .    B. 5.    C. 7.    D. 12.

**Câu 2.** Khoảng cách từ M(-2; -4; 3) đến mặt phẳng (P):  $2x - y + 2z - 3 = 0$  là:

- A. 3.    B. 2.    C. 1.    D. 11.

**Câu 3.** Cho mặt cầu (S):  $x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 2y - 2z - 22 = 0$ , mặt phẳng (P):  $3x - 2y + 6z + 14 = 0$ . Khoảng cách từ tâm I của mặt cầu (S) đến mặt phẳng (P) là:

- A. 2.    B. 1.    C. 3.    D. 4.

**Câu 4.** Khoảng cách giữa 2 mặt phẳng (P):  $5x + 5y - 5z - 1 = 0$  và (Q):  $x + y - z + 1 = 0$  là:

- A.  $\frac{2\sqrt{3}}{15}$ .    B.  $\frac{2}{5}$ .    C.  $\frac{2}{15}$ .    D.  $\frac{2\sqrt{3}}{5}$ .

**Câu 5.** Cho mặt phẳng ( $\alpha$ ):  $3x - 2y - z + 5 = 0$  và đường thẳng (d):  $\frac{x-1}{2} = \frac{y-7}{1} = \frac{z-3}{4}$ . Gọi ( $\beta$ ) là mặt phẳng chứa (d) và song song với ( $\alpha$ ). Khoảng cách giữa ( $\alpha$ ) và ( $\beta$ ) là:

- A.  $\frac{9}{14}$ .    B.  $\frac{3}{14}$ .    C.  $\frac{9}{\sqrt{14}}$ .    D.  $\frac{3}{\sqrt{14}}$ .

**Câu 6.** Cho 4 điểm A(0; 0; 2), B(3; 0; 5), C(1; 1; 0), D(4; 1; 2). Khoảng cách từ D đến (ABC) là:

- A. 11.    B. 1.    C.  $\sqrt{11}$ .    D.  $\frac{\sqrt{11}}{11}$ .

**Câu 7.** Gọi H là hình chiếu vuông góc của A(2; -1; -1) đến mặt phẳng (P) có phương trình  $16x - 12y - 15z - 4 = 0$ . Độ dài đoạn thẳng AH là:

- A.  $\frac{11}{25}$ .    B.  $\frac{11}{5}$ .    C.  $\frac{22}{25}$ .    D.  $\frac{22}{5}$ .

**Câu 8.** Cho điểm A(0; -1; 3) và đường thẳng d:  $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 2 \\ z = -t \end{cases}$ . Khoảng cách từ A đến d là:



- A.  $\sqrt{14}$ .                      B.  $\sqrt{8}$ .                      C.  $\sqrt{6}$ .                      D.  $\sqrt{3}$ .

**Câu 9.** Khoảng cách giữa hai đường thẳng  $d_1: \begin{cases} x = 2 + 2t \\ y = -1 + t \\ z = 1 \end{cases}$ ,  $d_2: \begin{cases} x = 1 \\ y = 1 + u \\ z = 3 - u \end{cases}$  là:

- A. 9.                      B. 3.                      C.  $\frac{1}{3}$ .                      D. 1.

**Câu 10.** Cho 2 điểm  $A(1; -2; 0)$ ,  $B(4; 1; 1)$ . Độ dài đường cao  $OH$  của tam giác  $OAB$  là:

- A.  $\frac{1}{\sqrt{19}}$ .                      B.  $\sqrt{\frac{86}{19}}$ .                      C.  $\sqrt{\frac{19}{86}}$ .                      D.  $\frac{\sqrt{19}}{2}$ .

**Câu 11.** Gọi  $H$  là hình chiếu vuông góc của  $A(2; -1; -1)$  đến mặt phẳng  $(P): 16x - 12y - 15z - 4 = 0$ . Độ dài đoạn  $AH$  là:

- A.  $\frac{11}{25}$ .                      B.  $\frac{11}{5}$ .                      C.  $\frac{22}{25}$ .                      D.  $\frac{22}{5}$ .

**Câu 12.** Cho tam giác  $ABC$  có  $A = (1; 0; 1)$ ,  $B = (0; 2; 3)$ ,  $C = (2; 1; 0)$ . Độ dài chiều cao hạ từ  $C$  là:

- A.  $\sqrt{26}$ .                      B.  $\frac{\sqrt{26}}{2}$ .                      C.  $\frac{\sqrt{26}}{3}$ .                      D. 26.

**Câu 13.** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình thoi. Gốc tọa độ là giao điểm của 2 đường chéo  $AC$  và  $BD$ . Biết  $A(2; 0; 0)$ ,  $B(0; 1; 0)$ ,  $S(0; 0; 2\sqrt{2})$ .  $M$  là trung điểm của  $SC$ . Khoảng cách giữa  $SA$  và  $BM$  là:

- A.  $3\sqrt{6}$ .                      B.  $\frac{\sqrt{6}}{3}$ .                      C.  $\frac{2\sqrt{6}}{3}$ .                      D.  $\frac{2}{\sqrt{6}}$ .

**Câu 14.** Cho hình lập phương  $ABCD.A'B'C'D'$  biết  $A(0; 0; 0)$ ,  $B(1; 0; 0)$ ,  $D(0; 1; 0)$ ,  $A'(0; 0; 1)$ .  $M, N$  lần lượt là trung điểm của  $AB, CD$ . Khoảng cách giữa  $MN$  và  $A'C$  là:

- A.  $\frac{1}{\sqrt{2}}$ .                      B.  $\frac{\sqrt{2}}{4}$ .                      C.  $\frac{1}{2}$ .                      D.  $\frac{3}{2\sqrt{2}}$ .

**Câu 15.** Cho 2 điểm nằm trên đường thẳng  $d: \begin{cases} x = 3 + 2t \\ y = -t \\ z = 1 - t \end{cases}$  cùng cách gốc tọa độ bằng  $\sqrt{3}$  thì tổng hai tung độ của chúng là:

- A.  $-\frac{2}{3}$ .                      B.  $\frac{3}{5}$ .                      C.  $\frac{5}{3}$ .                      D.  $\frac{2}{3}$ .

## F. GÓC

**Câu 1.** Góc tạo bởi 2 véc tơ  $\vec{a} = (-4; 2; 4)$  và  $\vec{b} = (2\sqrt{2}; -2\sqrt{2}; 0)$  là:

- A.  $30^0$ .                      B.  $90^0$ .                      C.  $135^0$ .                      D.  $45^0$ .

**Câu 2.** Góc giữa 2 đường thẳng  $(d): \begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 + t \\ z = 3 - t \end{cases}$  và  $(d'): \begin{cases} x = 1 + 2t' \\ y = -1 + 2t' \\ z = 2 - 2t' \end{cases}$ .

- A.  $0^0$ .                      B.  $30^0$ .                      C.  $45^0$ .                      D.  $60^0$ .

**Câu 3.** Cosin của góc giữa 2 đường thẳng  $d_1: \frac{x-1}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z+3}{-2}$ ,  $d_2: \frac{x-3}{1} = \frac{y+1}{-2} = \frac{z}{2}$  là:

- A.  $\frac{2}{\sqrt{5}}$ .                      B.  $-\frac{2}{\sqrt{5}}$ .                      C.  $\frac{4}{9}$ .                      D.  $-\frac{4}{9}$ .

**Câu 4.** Cho tam giác  $ABC$  biết  $A(1; 0; 0)$ ,  $B(0; 0; 1)$ ,  $C(2; 1; 1)$ . Khi đó  $\cos B$  bằng:

- A. 0.                      B.  $\frac{\sqrt{15}}{5}$ .                      C.  $\frac{\sqrt{10}}{5}$ .                      D.  $\frac{3}{\sqrt{10}}$ .

**Câu 5.** Cho 4 điểm  $A(1; 1; 0)$ ,  $B(0; 2; 1)$ ,  $C(1; 0; 2)$ ,  $D(1; 1; 1)$ . Góc giữa 2 đường thẳng  $AB$  và  $CD$  bằng:

- A. 0.                      B.  $45^0$ .                      C.  $90^0$ .                      D.  $60^0$ .

**Câu 6.** Cho mặt phẳng  $(P): 3x + 4y + 5z + 8 = 0$  và đường thẳng  $d: \begin{cases} x = -1 + 2t \\ y = t \\ z = -2 + t \end{cases}$ . Góc giữa  $(P)$  và  $d$ :

- A.  $90^0$ .                      B.  $45^0$ .                      C.  $60^0$ .                      D.  $30^0$ .

- Câu 7.** Cho mặt phẳng (P):  $3x + 4y + 5z + 8 = 0$  và đường thẳng  $d$  là giao tuyến của 2 mặt phẳng ( $\alpha$ ):  $x - 2y + 1 = 0$  và ( $\beta$ ):  $x - 2z - 3 = 0$ . Gọi  $\varphi$  là góc giữa đường thẳng  $d$  và mặt phẳng (P). Khi đó  $\varphi$  bằng:
- A.  $45^\circ$ .                      B.  $60^\circ$ .                      C.  $30^\circ$ .                      D.  $90^\circ$ .
- Câu 8.** Tìm góc giữa 2 mặt phẳng ( $\alpha$ ):  $2x - y + z + 3 = 0$  và ( $\beta$ ):  $x + y + 2z - 1 = 0$ :
- A.  $30^\circ$ .                      B.  $90^\circ$ .                      C.  $45^\circ$ .                      D.  $60^\circ$ .
- Câu 9.** Cho mặt phẳng (P):  $x - y - 1 = 0$  và mặt phẳng (Q). Biết hình chiếu của gốc O lên (Q) là điểm  $H(2; -1; -2)$ . Khi đó góc giữa hai mặt phẳng (P) và (Q) có giá trị là:
- A.  $30^\circ$ .                      B.  $60^\circ$ .                      C.  $90^\circ$ .                      D.  $45^\circ$ .

## G. VỊ TRÍ TƯƠNG ĐỐI GIỮA ĐIỂM, ĐƯỜNG THẲNG, MẶT PHẪNG, MẶT CẦU

- Câu 1.** Cho (P):  $2x - y + 2z - 4 = 0$ . Mặt phẳng nào sau đây vuông góc với (P):
- A.  $x - 4y + z - 2 = 0$ .                      B.  $x + 4y - z - 5 = 0$ .                      C.  $-x + 4y + z - 2 = 0$ .                      D.  $x + 4y + z - 1 = 0$ .
- Câu 2.** Cho  $I(2; 6; -3)$  và 3 mặt phẳng ( $\alpha$ ):  $x - 2 = 0$ , ( $\beta$ ):  $y - 6 = 0$ , ( $\gamma$ ):  $z + 3 = 0$ . Tìm mệnh đề sai:
- A. ( $\alpha$ ) đi qua I.                      B. ( $\beta$ ) // (Oxz).                      C. ( $\gamma$ ) // Oz.                      D. ( $\alpha$ )  $\perp$  ( $\beta$ ).
- Câu 3.** Cho  $A(2; 0; 3)$ ,  $B(2; -2; -3)$  và  $\Delta: \frac{x-2}{1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z}{3}$ . Nhận xét nào sau đây đúng?
- A. A, B và  $\Delta$  cùng nằm trong một mặt phẳng.  
 B. A, B cùng thuộc đường thẳng  $\Delta$ .  
 C. Tam giác MAB cân tại M với  $M(2; 1; 0)$ .  
 D.  $\Delta$  và đường thẳng AB là 2 đường thẳng chéo nhau.
- Câu 4.** Đường thẳng  $\frac{x+1}{-3} = \frac{y}{2} = \frac{z}{-1}$  vuông góc với mặt phẳng nào trong các mặt phẳng sau đây?
- A.  $6x - 4y - 2z + 1 = 0$ .                      B.  $6x + 4y - 2z + 1 = 0$ .  
 C.  $6x - 4y + 2z + 1 = 0$ .                      D.  $6x + 4y + 2z + 1 = 0$ .
- Câu 5.** Cho 3 mặt phẳng ( $\alpha$ ):  $x + y + 2z + 1 = 0$ , ( $\beta$ ):  $x + y - z + 2 = 0$ , ( $\gamma$ ):  $x - y + 5 = 0$ . Tìm mệnh đề sai trong các mệnh đề sau:
- A. ( $\alpha$ )  $\perp$  ( $\beta$ ).                      B. ( $\alpha$ )  $\perp$  ( $\gamma$ ).                      C. ( $\beta$ )  $\perp$  ( $\gamma$ ).                      D. ( $\alpha$ ) // ( $\beta$ ).
- Câu 6.** Cho ( $\alpha$ ):  $m^2x - y + (m^2 - 2)z + 2 = 0$  và ( $\beta$ ):  $2x + m^2y - 2z + 1 = 0$ . ( $\alpha$ )  $\perp$  ( $\beta$ ) khi:
- A.  $|m| = \sqrt{2}$ .                      B.  $|m| = 2$ .                      C.  $|m| = 1$ .                      D.  $|m| = \sqrt{3}$ .
- Câu 7.** Cho đường thẳng  $\Delta_1$  qua điểm M có véc tơ chỉ phương  $\vec{u}_1$ , và  $\Delta_2$  qua điểm N có véc tơ chỉ phương  $\vec{u}_2$ . Điều kiện để  $\Delta_1$  và  $\Delta_2$  chéo nhau là:
- A.  $\vec{u}_1$  và  $\vec{u}_2$  cùng phương.                      B.  $[\vec{u}_1, \vec{u}_2] \cdot \vec{MN} \neq 0$ .  
 C.  $[\vec{u}_1, \vec{u}_2]$  và  $\vec{MN}$  cùng phương.                      D.  $[\vec{u}_1, \vec{u}_2] \cdot \vec{MN} \neq \vec{0}$ .
- Câu 8.** Cho  $M(1; -1; 1)$  và 2 đường thẳng ( $d_1$ ):  $\frac{x}{1} = \frac{y+1}{-2} = \frac{z}{-3}$  và ( $d_2$ ):  $\frac{x}{1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z-4}{5}$ . Mệnh đề nào dưới đây đúng:
- A. ( $d_1$ ), ( $d_2$ ) và M đồng phẳng.                      B.  $M \in (d_1)$  nhưng  $M \notin (d_2)$ .  
 C.  $M \in (d_2)$  nhưng  $M \notin (d_1)$ .                      D. ( $d_1$ )  $\perp$  ( $d_2$ ).
- Câu 9.** Cho a:  $\begin{cases} x = 2t \\ y = 1 + 4t \\ z = 2 + 6t \end{cases}$  và b:  $\frac{x-1}{1} = \frac{y}{2} = \frac{z-3}{3}$ . Khẳng định nào sau đây đúng?
- A. a, b cắt nhau.                      B. a, b chéo nhau.                      C. a, b trùng nhau.                      D. a // b.
- Câu 10.** Cho 2 đường thẳng  $d_1: \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 2 + 3t \\ z = 3 + 4t \end{cases}$  và  $d_2: \begin{cases} x = 3 + 4t' \\ y = 5 + 6t' \\ z = 7 + 8t' \end{cases}$ . Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

- A.  $d_1 \perp d_2$ .      B.  $d_1 \equiv d_2$ .      C.  $d_1 // d_2$ .      D.  $d_1$  và  $d_2$  chéo nhau.

**Câu 11.** Đường thẳng nào sau đây song song với (d):  $\frac{x-2}{1} = \frac{y-4}{2} = \frac{z+4}{-3}$ :

- A.  $\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z+1}{-3}$ .      B.  $\frac{x-2}{1} = \frac{y-4}{1} = \frac{z+4}{1}$ .  
 C.  $\frac{x-1}{-1} = \frac{y-2}{-2} = \frac{z+1}{3}$ .      D.  $\frac{x-1}{-1} = \frac{y-2}{-2} = \frac{z-1}{3}$ .

**Câu 12.** Cho  $d_1: \begin{cases} x + 2y - 5 = 0 \\ 5x - 2y + 4z - 1 = 0 \end{cases}$ ,  $d_2: \begin{cases} x - y + z - 5 = 0 \\ 3y - z - 6 = 0 \end{cases}$ . Mệnh đề nào đúng:

- A.  $d_1$  hợp  $d_2$  góc  $60^\circ$ .      B.  $d_1$  cắt  $d_2$ .      C.  $d_1 \perp d_2$ .      D.  $d_1 // d_2$ .

**Câu 13.** Cho 2 đường thẳng (d):  $\begin{cases} x = 1 + mt \\ y = t \\ z = -1 + 2t \end{cases}$ , (d'):  $\begin{cases} x = 1 - t' \\ y = 2 + 2t' \\ z = 3 - t' \end{cases}$ . Giá trị của m để (d) cắt (d') là:

- A. 1.      B. -1.      C. 0.      D. -2.

**Câu 14.** Khi véc tơ chỉ phương của (d) vuông góc với véc tơ pháp tuyến của (P) thì:

- A.  $(d) \perp (P)$ .      B.  $(d) // (P)$ .      C.  $(d) // (P) \vee (d) \in (P)$ .      D.  $(d) \in (P)$ .

**Câu 15.** Cho (P):  $2x + y + 3z + 1 = 0$  và (d):  $\begin{cases} x = -3 + t \\ y = 2 - 2t \\ z = 1 \end{cases}$ . Chọn câu trả lời đúng:

- A.  $(d) \perp (P)$ .      B.  $(d) // (P)$ .      C. (d) cắt (P).      D.  $(d) \subset (P)$ .

**Câu 16.** Cho (d):  $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 2 + 4t \\ z = 3 + t \end{cases}$  và (P):  $x + y + z + 1 = 0$ . Khẳng định nào sau đây đúng?

- A.  $(d) // (P)$ .      B. (d) cắt (P) tại  $M(1; 2; 3)$ .  
 C.  $(d) \subset (P)$ .      D. (d) cắt (P) tại  $M(-1; -2; 2)$ .

**Câu 17.** (P):  $3x + 5y - z - 2 = 0$  cắt (d):  $\frac{x-12}{4} = \frac{y-9}{3} = \frac{z-1}{1}$  tại điểm có tọa độ:

- A. (1; 3; 1).      B. (2; 2; 1).      C. (0; 0; -2).      D. (4; 0; 1).

**Câu 18.** 2 mặt phẳng  $3x - 5y + mz - 3 = 0$  và  $2x + ny - 3z + 1 = 0$  song song khi:

- A.  $m.n = 15$ .      B.  $m.n = 1$ .      C.  $m.n = 5$ .      D.  $m.n = -3$ .

**Câu 19.** Cho  $A(-1; 2; 1)$  và 2 mặt phẳng  $(\alpha): 2x + 4y - 6z - 5 = 0$ ,  $(\beta): x + 2y - 3z = 0$ . Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A.  $(\beta)$  không đi qua A và không song song với  $(\alpha)$ .  
 B.  $(\beta)$  đi qua A và song song với  $(\alpha)$ .  
 C.  $(\beta)$  đi qua A và không song song với  $(\alpha)$ .  
 D.  $(\beta)$  không đi qua A và song song với  $(\alpha)$ .

**Câu 20.** 2 mặt phẳng  $7x - (2m + 5)y + 9 = 0$  và  $mx + y - 3z + 1 = 0$  vuông góc khi m bằng:

- A. 1.      B. 7.      C. -1.      D. -5.

**Câu 21.** Cho  $(\alpha): x + y + 2z + 1 = 0$ ,  $(\beta): x + y - z + 2 = 0$ ,  $(\gamma): x - y + 5 = 0$ . Mệnh đề nào sai:

- A.  $(\alpha) \perp (\gamma)$ .      B.  $(\gamma) \perp (\beta)$ .      C.  $(\alpha) // (\gamma)$ .      D.  $(\alpha) \perp (\beta)$ .

**Câu 22.** Cho d:  $\begin{cases} x = 1 - 3t \\ y = 2t \\ z = -2 - mt \end{cases}$  và (P):  $2x - y - 2z - 6 = 0$ . Giá trị của m để  $d \subset (P)$  là:

- A. 2.      B. -2.      C. 4.      D. -4.

**Câu 23.** Cho d:  $\frac{x-1}{m} = \frac{y+2}{2m-1} = \frac{z+3}{2}$  và (P):  $x + 3y - 2z - 5 = 0$ . Để  $d \perp (P)$  thì m bằng:

- A. 0.      B. 1.      C. -2.      D. -1.

**Câu 24.** Cho mặt cầu (S):  $x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 2z = 0$  và mặt phẳng  $(\alpha): 4x + 3y + m = 0$ . Xét các mệnh đề:

- (I)  $(\alpha)$  cắt (S) theo một đường tròn khi và chỉ khi  $-4 - 5\sqrt{2} < m < -4 + 5\sqrt{2}$ .  
 (II)  $(\alpha)$  tiếp xúc với (S) khi và chỉ khi  $m = -4 \pm 5\sqrt{2}$ .  
 (III)  $(\alpha) \cap (S) = \emptyset$  khi và chỉ khi  $m < -4 - 5\sqrt{2}$  hoặc  $m > -4 + 5\sqrt{2}$ .

Trong 3 mệnh đề trên, những mệnh đề nào đúng?

- A. (II) và (III).      B. (I) và (II).      C. (I).      D. (I), (II), (III).

**Câu 25.** Gọi (d) là giao tuyến của 2 mặt phẳng  $x + 2y - 3z + 1 = 0$  và  $2x - 3y + z + 1 = 0$ . Xác định m để có mặt phẳng (Q) qua (d) và vuông góc với  $\vec{a} = (m; 2; -3)$ .

- A. 6.      B.  $\frac{85}{3}$ .      C. 1.      D.  $\frac{1}{2}$ .

**Câu 26.** Cho ( $\alpha$ ):  $4x - 2y + 3z + 1 = 0$  và (S):  $x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y + 6z = 0$ . Mệnh đề nào sai?

- A. ( $\alpha$ ) cắt (S) theo một đường tròn.      B. ( $\alpha$ ) tiếp xúc với (S).  
C. ( $\alpha$ ) có điểm chung với (S).      D. ( $\alpha$ ) đi qua tâm của (S).

**Câu 27.** Cho (S):  $x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y - 2z - 3 = 0$  và (P):  $x + 2y - 2z - m - 1 = 0$ . (P) tiếp xúc với (S) ứng với giá trị của m:

- A.  $\begin{cases} m = -3 \\ m = -15 \end{cases}$ .      B.  $\begin{cases} m = 3 \\ m = -15 \end{cases}$ .      C.  $\begin{cases} m = 3 \\ m = -5 \end{cases}$ .      D.  $\begin{cases} m = 3 \\ m = 15 \end{cases}$ .

**Câu 28.** Cho (S):  $(x + 1)^2 + (y - 2)^2 + (z - 3)^2 = 25$  và ( $\alpha$ ):  $2x + y - 2z + m = 0$ . Tìm m để ( $\alpha$ ) và (S) không có điểm chung?

- A.  $-9 \leq m \leq 21$ .      B.  $-9 < m < 21$ .  
C.  $M \leq -9$  hoặc  $m \geq 21$ .      D.  $M < -9$  hoặc  $m > 21$ .

**Câu 29.** Cho (S):  $x^2 + y^2 + z^2 - 4x - 2y + 10z + 14 = 0$ . Mặt phẳng (P):  $x + y + z - 4 = 0$  cắt mặt cầu (S) theo một đường tròn có chu vi là:

- A.  $8\pi$ .      B.  $4\pi$ .      C.  $4\pi\sqrt{3}$ .      D.  $2\pi$ .

**Câu 30.** Cho (S):  $(x - 2)^2 + y^2 + z^2 = 9$  và (P):  $x + y - z + m = 0$ , m - tham số. Biết (P) cắt (S) theo một đường tròn có bán kính  $r = \sqrt{6}$ . Giá trị của m là:

- A.  $m = 3; m = 4$ .      B.  $m = 3; m = -5$ .      C.  $m = 1; m = -4$ .      D.  $m = 1; m = -5$ .

## H. TÌM ĐIỂM THỎA MÃN YÊU CẦU BÀI TOÁN

**Câu 1.** Đường thẳng  $\Delta: \frac{x}{1} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z-1}{3}$  đi qua điểm M(2; m; n). Khi đó m, n lần lượt là:

- A.  $m = -2; n = 1$ .      B.  $m = 2; n = -1$ .      C.  $m = -4; n = 7$ .      D.  $m = 0; n = 7$ .

**Câu 2.** Cho điểm M(2; -5; 4). Phát biểu nào sai:

- A. M'(-2; -5; -4) đối xứng M qua Oy.      B. Khoảng cách từ M đến Oz bằng  $\sqrt{29}$ .  
C. Khoảng cách từ M đến (xOz) bằng 5.      D. M'(2; 5; -4) đối xứng M qua (yOz).

**Câu 3.** Cho (S):  $x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y - 6z = 0$  và 3 điểm O(0; 0; 0), A(1; 2; 3), B(2; -1; -1). Trong 3 điểm trên, số điểm nằm trong (S) là:

- A. 1.      B. 2.      C. 0.      D. 3.

**Câu 4.** Đường thẳng (d):  $\frac{x-12}{4} = \frac{y-9}{3} = \frac{z-1}{1}$  cắt mặt phẳng ( $\alpha$ ):  $3x + 5y - z - 2 = 0$  tại điểm có tọa độ:

- A. (2; 0; 4).      B. (0; 1; 3).      C. (1; 0; 1).      D. (0; 0; -2).

**Câu 5.** Cho các điểm A(1; -2; 1), B(2; 1; 3) và (P):  $x - y + 2z - 3 = 0$ . AB cắt (P) tại điểm có tọa độ:

- A. (0; 5; 1).      B. (0; -5; 1).      C. (0; 5; -1).      D. (0; -5; -1).

**Câu 6.** Cho A(1; 2; -1), B(5; 0; 3), C(7; 2; 2). Tọa độ giao điểm M của Ox với mặt phẳng qua ABC là:

- A. M(-1; 0; 0).      B. M(1; 0; 0).      C. M(2; 0; 0).      D. M(-2; 0; 0).

**Câu 7.** Cho (S):  $x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 6y + 4z = 0$ . Biết OA là đường kính của (S). Tìm tọa độ A.

- A. A(-1; 3; 2).      B. Chưa xác định được.      C. A(2; -6; -4).      D. A(-2; 6; 4).

**Câu 8.** Gọi (S) là mặt cầu tâm I thuộc d:  $\frac{x-1}{2} = \frac{y-3}{4} = \frac{z}{1}$ , bán kính  $r = 1$  và tiếp xúc với (P):  $2x - y + 2z = 0$ .

Tọa độ của điểm I là:

- A.  $\begin{bmatrix} I(5; 11; 2) \\ I(1; 1; 1) \end{bmatrix}$ .      B.  $\begin{bmatrix} I(-5; -11; -2) \\ I(-1; -1; -1) \end{bmatrix}$ .      C.  $\begin{bmatrix} I(-5; 11; 2) \\ I(1; -1; -1) \end{bmatrix}$ .      D.  $\begin{bmatrix} I(5; 11; 2) \\ I(-1; -1; -1) \end{bmatrix}$ .

- Câu 9.** Điểm nào nằm trên đường thẳng (d) là giao tuyến của  $x + 2y - z + 3 = 0$  và  $2x - 3y - 2z + 6 = 0$ .  
A. (0; 1; 5). B. (-1; -1; 0). C. (1; 2; 1). D. (1; 0; 4).
- Câu 10.** Mặt phẳng (Q) đi qua 2 điểm A(1; 0; 1), B(2; 1; 2) và vuông góc với mặt phẳng (P):  $x + 2y + 3z + 3 = 0$  cắt trục Oz tại điểm có cao độ:  
A. 2. B. 4. C. 3. D. 1.
- Câu 11.** Trên mặt phẳng (Oxy), cho điểm E có hoành độ bằng 1, tung độ nguyên và cách đều mặt phẳng  $(\alpha): x + 2y + z - 1 = 0$  và mặt phẳng  $(\beta): 2x - y - z + 2 = 0$ . Tọa độ của E là:  
A. (1; 4; 0). B. (1; 0; -4). C. (1; 0; 4). D. (1; -4; 0).
- Câu 12.** Cho 2 mặt phẳng (P):  $x + y - z + 1 = 0$ , (Q):  $x - y + z - 5 = 0$ . Điểm nằm trên Oy cách đều (P) và (Q) là:  
A. (0; 3; 0). B. (0; -3; 0). C. (0; -2; 0). D. (0; 2; 0).
- Câu 13.** Cho A(3; 0; -1) và B(1; 3; -2).  $M \in Ox$  và cách đều A, B. Tọa độ M là:  
A. (2; 0; 0). B. (-1; 0; 0). C. (-2; 0; 0). D. (1; 0; 0).
- Câu 14.** Cho A(1; 0; 0), B(-2; 4; 1). Điểm trên trục tung và cách đều A, B là:  
A. (0; 11; 0). B.  $(0; \frac{5}{2}; 0)$ . C.  $(0; \frac{11}{6}; 0)$ . D.  $(0; \frac{6}{11}; 0)$ .
- Câu 15.** Trong (Oxz), tìm điểm M cách đều 3 điểm A(1; 1; 1), B(-1; 1; 0), C(3; 1; -1).  
A.  $M(\frac{5}{2}; 0; \frac{11}{2})$ . B.  $M(\frac{9}{4}; 0; 5)$ . C.  $M(\frac{5}{6}; 0; -\frac{7}{6})$ . D. M(5; 0; -7).
- Câu 16.** Cho 3 điểm A(0; 1; 2), B(2; -2; 1), C(-2; 0; 1). Gọi M(a; b; c) là điểm thuộc (P):  $2x + 2y + z - 3 = 0$  sao cho MA = MB = MC. Giá trị của a + b + c là:  
A. -2. B. 0. C. -1. D. -3.
- Câu 17.** Cho 2 điểm A(0; 0; -3), B(2; 0; -1) và mặt phẳng (P):  $3x - 8y + 7z - 1 = 0$ . Gọi C là điểm trên (P) để tam giác ABC đều. Khi đó tọa độ điểm C là:  
A. (-3; 1; 2). B.  $(-\frac{1}{2}; \frac{3}{2}; -\frac{1}{2})$ . C.  $(-\frac{2}{3}; -\frac{2}{3}; -\frac{1}{3})$ . D. (1; 2; -1).
- Câu 18.** Cho mặt phẳng  $(\alpha): 3x - 2y + z + 6 = 0$  và điểm A(2; -1; 0). Hình chiếu vuông góc của A lên  $(\alpha)$  là:  
A. (1; -1; 1). B. (-1; 1; -1). C. (3; -2; 1). D. (5; -3; 1).
- Câu 19.** Cho A(2; 1; -1) và (P):  $x + 2y - 2z + 3 = 0$ . Gọi H(1; a; b) là hình chiếu vuông góc của A lên (P). Khi đó a bằng:  
A. -1. B. 1. C. -2. D. 2.
- Câu 20.** Cho (P):  $x - 2y - 3z + 14 = 0$  và M(1; -1; 1). Tọa độ điểm N đối xứng của M qua (P) là:  
A. (1; -3; 7). B. (2; -1; 1). C. (2; -3; -2). D. (-1; 3; 7).
- Câu 21.** Cho (P):  $16x - 15y - 12z + 75 = 0$  và mặt cầu (S):  $x^2 + y^2 + z^2 = 9$ . (P) tiếp xúc với (S) tại điểm:  
A.  $(-\frac{48}{25}; 11; \frac{36}{25})$ . B.  $(-1; 1; \frac{19}{3})$ . C.  $(-1; 1; \frac{36}{25})$ . D.  $(-\frac{48}{25}; \frac{9}{5}; \frac{36}{25})$ .
- Câu 22.** Cho mặt cầu (S):  $(x - 1)^2 + (y + 2)^2 + (z - 3)^2 = 0$ . Gọi I là tâm của (S). Giao điểm của OI và (S) có tọa độ là:  
A. (-1; -2; -3) và (3; -6; 9). B. (-1; 2; -3) và (3; -6; 9).  
C. (-1; 2; -3) và (3; -6; -9). D. (-1; 2; -3) và (3; 6; 9).
- Câu 23.** Tìm điểm H trên đường thẳng d:  $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 + t \\ z = 1 + 2t \end{cases}$  sao cho MH ngắn nhất, biết M(2; 1; 4):  
A. H(2; 3; 3). B. H(1; 3; 3). C. H(2; 2; 3). D. H(2; 3; 4).
- Câu 24.** Cho đường thẳng d:  $\frac{x-1}{1} = \frac{y}{2} = \frac{z-2}{-1}$ , (P):  $2x - y - z + 3 = 0$ . Tìm tất cả điểm M trên (d) sao cho d(M, (P)) =  $\sqrt{6}$ :  
A.  $\begin{bmatrix} M(4; 6; -1) \\ M(8; -18; 11) \end{bmatrix}$  B.  $\begin{bmatrix} M(4; 6; -1) \\ M(-8; -18; 11) \end{bmatrix}$  C.  $\begin{bmatrix} M(4; -6; -1) \\ M(-8; -18; 11) \end{bmatrix}$  D.  $\begin{bmatrix} M(4; 6; 1) \\ M(8; -18; 11) \end{bmatrix}$

- Câu 25.** Tìm điểm A trên  $d: \frac{x}{2} = \frac{y}{-1} = \frac{z+1}{1}$  sao cho khoảng cách từ điểm A đến  $(\alpha): x - 2y - 2z + 5 = 0$  bằng 3. Biết A có hoành độ dương.
- A.  $A(0; 0; -1)$ . B.  $A(-2; 1; -2)$ . C.  $A(2; -1; 0)$ . D.  $A(4; -2; 1)$ .
- Câu 26.** Cho tam giác ABC với  $A(1; 2; -1)$ ,  $B(2; -1; 3)$ ,  $C(-4; 7; 5)$ . Chân đường phân giác trong của góc B có tọa độ là:
- A.  $(-\frac{2}{3}; \frac{11}{3}; -1)$ . B.  $(-\frac{2}{3}; -\frac{11}{3}; 1)$ . C.  $(-\frac{2}{3}; \frac{11}{3}; 1)$ . D.  $(\frac{2}{3}; \frac{11}{3}; 1)$ .
- Câu 27.** Tam giác ABC có  $A(1; 0; 0)$ ,  $B(0; 2; 0)$ ,  $C(3; 0; 4)$ . Tọa độ điểm M trên  $(Oyz)$  sao cho MC vuông góc với  $(ABC)$  là:
- A.  $(0; \frac{3}{2}; \frac{11}{2})$ . B.  $(0; \frac{3}{2}; -\frac{11}{2})$ . C.  $(0; -\frac{3}{2}; \frac{11}{2})$ . D.  $(0; -\frac{3}{2}; -\frac{11}{2})$ .
- Câu 28.** Cho  $A(2; 1; -1)$ ,  $B(3; 0; 1)$ ,  $C(2; -1; 3)$ , điểm D thuộc Oy và thể tích tứ diện ABCD bằng 5. Tọa độ điểm D là:
- A.  $(0; -7; 0)$  hoặc  $(0; 8; 0)$ . B.  $(0; -7; 0)$ .  
C.  $(0; 8; 0)$ . D.  $(0; 7; 0)$  hoặc  $(0; -8; 0)$ .
- Câu 29.** Cho  $A(1; 2; 2)$ ,  $B(5; 4; 4)$  và  $(P): 2x + y - z + 6 = 0$ . Tọa độ điểm M trên  $(P)$  sao cho  $MA^2 + MB^2$  nhỏ nhất là:
- A.  $M(-1; 1; 5)$ . B.  $M(1; -1; 3)$ . C.  $M(2; 1; -5)$ . D.  $M(-1; 3; 2)$ .
- Câu 30.** Cho  $A(1; 4; 2)$ ,  $B(-1; 2; 4)$  và  $d: \frac{x-1}{-1} = \frac{y+2}{1} = \frac{z}{2}$ . Điểm M thuộc d, biết  $MA^2 + MB^2$  nhỏ nhất. Điểm M có tọa độ là:
- A.  $(1; 0; 4)$ . B.  $(0; -1; 4)$ . C.  $(-1; 0; 4)$ . D.  $(1; 0; -4)$ .
- Câu 31.** Cho 2 điểm  $A(5; 3; -4)$ ,  $B(1; 3; 4)$ . Tìm  $C \in (Oxy)$  sao cho  $\Delta ABC$  cân tại C và có diện tích bằng  $8\sqrt{5}$ . Chọn câu trả lời đúng nhất.
- A.  $(3; 7; 0)$  và  $(3; -1; 0)$ . B.  $(-3; -7; 0)$  và  $(-3; -1; 0)$ .  
C.  $(3; 7; 0)$  và  $(3; 1; 0)$ . D.  $(-3; -7; 0)$  và  $(3; -1; 0)$ .
- Câu 32.** Cho đường thẳng  $d: \frac{x-3}{1} = \frac{y}{-1} = \frac{z-5}{3}$  và mặt phẳng  $(P): 2x - y + 2z - 7 = 0$ . M là điểm trên d cách  $(P)$  một khoảng bằng 3. Tọa độ M là:
- A.  $(3; 0; 5)$ . B.  $(1; 2; -1)$ . C. Cả A. và B. đều sai. D. Cả A. và B. đều đúng.
- Câu 33.** Cho điểm  $M(0; 1; 1)$ , đường thẳng  $(d_1): \frac{x-1}{3} = \frac{y+2}{2} = \frac{z}{1}$ ,  $(d_2)$  là giao tuyến của 2 mặt phẳng  $(P): x + 1 = 0$  và  $(Q): x + y - z + 2 = 0$ . Gọi  $(d)$  là đường thẳng qua M vuông góc với  $(d_1)$  và cắt  $(d_2)$ . Trong số các điểm  $A(0; 1; 1)$ ,  $B(-3; 3; 6)$ ,  $C(3; -1; -3)$ ,  $D(6; -3; 0)$  có mấy điểm nằm trên d:
- A. 2. B. 0. C. 1. D. 3.

## BÀI TỔNG HỢP

- Câu 1.** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho mặt phẳng  $(P): x + y + z - 3 = 0$  và đường thẳng  $d: \frac{x}{1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-2}{-1}$ . Hình chiếu của d trên  $(P)$  có phương trình là
- A.  $\frac{x+1}{-1} = \frac{y+1}{-4} = \frac{z+1}{5}$ . B.  $\frac{x-1}{3} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z-1}{-1}$ . C.  $\frac{x-1}{1} = \frac{y-1}{4} = \frac{z-1}{-5}$ . D.  $\frac{x-1}{1} = \frac{y+4}{1} = \frac{z+5}{1}$ .
- Câu 2.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho mặt cầu  $(S): (x+1)^2 + (y+1)^2 + (z+1)^2 = 9$  và điểm  $A(2; 3; -1)$ . Xét các điểm M thuộc  $(S)$  sao cho đường thẳng AM tiếp xúc với  $(S)$ , M luôn thuộc mặt phẳng có phương trình là
- A.  $6x + 8y + 11 = 0$  B.  $3x + 4y + 2 = 0$  C.  $3x + 4y - 2 = 0$  D.  $6x + 8y - 11 = 0$

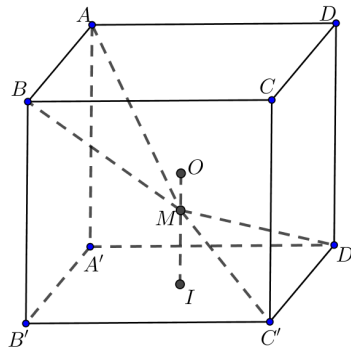
**Câu 3.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho đường thẳng  $d: \begin{cases} x = 1 + 3t \\ y = 1 + 4t \\ z = 1 \end{cases}$ . Gọi  $\Delta$  là đường thẳng đi qua điểm  $A(1;1;1)$  và có vectơ chỉ phương  $\vec{u} = (1; -2; 2)$ . Đường phân giác của góc nhọn tạo bởi  $d$  và  $\Delta$  có phương trình là.

A.  $\begin{cases} x = 1 + 7t \\ y = 1 + t \\ z = 1 + 5t \end{cases}$       B.  $\begin{cases} x = -1 + 2t \\ y = -10 + 11t \\ z = -6 - 5t \end{cases}$       C.  $\begin{cases} x = -1 + 2t \\ y = -10 + 11t \\ z = 6 - 5t \end{cases}$       D.  $\begin{cases} x = -1 + 3t \\ y = 1 + 4t \\ z = 1 - 5t \end{cases}$

**Câu 4.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho mặt cầu  $(S): (x-2)^2 + (y-3)^2 + (z+1)^2 = 16$  và điểm  $A(-1; -1; -1)$ . Xét các điểm  $M$  thuộc  $(S)$  sao cho đường thẳng  $AM$  tiếp xúc với  $(S)$ .  $M$  luôn thuộc một mặt phẳng cố định có phương trình là

A.  $3x + 4y - 2 = 0$       B.  $3x + 4y + 2 = 0$       C.  $6x + 8y + 11 = 0$       D.  $6x + 8y - 11 = 0$

**Câu 5.** Cho hình lập phương  $ABCD.A'B'C'D'$  có tâm  $O$ . Gọi  $I$  là tâm của hình vuông  $A'B'C'D'$  và  $M$  là điểm thuộc đoạn thẳng  $OI$  sao cho  $MO = \frac{1}{2}MI$  (tham khảo hình vẽ). Khi đó cosin của góc tạo bởi hai mặt phẳng  $(MC'D')$  và  $(MAB)$  bằng



A.  $\frac{6\sqrt{13}}{65}$ .      B.  $\frac{7\sqrt{85}}{85}$ .      C.  $\frac{6\sqrt{85}}{85}$ .      D.  $\frac{17\sqrt{13}}{65}$ .

**Câu 6.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho hai đường thẳng  $d_1: \frac{x-3}{-1} = \frac{y-3}{-2} = \frac{z+2}{1}$ ;  $d_2: \frac{x-5}{-3} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-2}{1}$  và mặt phẳng  $(P): x + 2y + 3z - 5 = 0$ . Đường thẳng vuông góc với  $(P)$ , cắt  $d_1$  và  $d_2$  có phương trình là

A.  $\frac{x-1}{1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z}{3}$       B.  $\frac{x-2}{1} = \frac{y-3}{2} = \frac{z-1}{3}$       C.  $\frac{x-3}{1} = \frac{y-3}{2} = \frac{z+2}{3}$       D.  $\frac{x-1}{3} = \frac{y+1}{2} = \frac{z}{1}$

**Câu 7.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho điểm  $M(1;1;2)$ . Hỏi có bao nhiêu mặt phẳng  $(P)$  đi qua  $M$  và cắt các trục  $x'Ox, y'Oy, z'Oz$  lần lượt tại các điểm  $A, B, C$  sao cho  $OA = OB = OC \neq 0$ ?

A. 3      B. 1      C. 4      D. 8

**Câu 8.** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho ba điểm  $A(-2;0;0)$ ,  $B(0;-2;0)$ ,  $C(0;0;-2)$ . Gọi  $D$  là điểm khác  $O$  sao cho  $DA, DB, DC$  đôi một vuông góc nhau và  $I(a;b;c)$  là tâm mặt cầu ngoại tiếp tứ diện  $ABCD$ . Tính  $S = a + b + c$ .

A.  $S = -4$       B.  $S = -1$       C.  $S = -2$       D.  $S = -3$

**Câu 9.** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho mặt cầu  $(S): (x+1)^2 + (y-1)^2 + (z+2)^2 = 2$  và hai đường thẳng  $d: \frac{x-2}{1} = \frac{y}{2} = \frac{z-1}{-1}$ ;  $\Delta: \frac{x}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z-1}{-1}$ . Phương trình nào dưới đây là phương trình của một mặt phẳng tiếp xúc với  $(S)$  và song song với  $d, \Delta$ .

- A.  $y+z+3=0$       B.  $x+z+1=0$       C.  $x+y+1=0$       D.  $x+z-1=0$

**Câu 10.** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho hai đường thẳng  $d_1: \begin{cases} x=1+3t \\ y=-2+t \\ z=2 \end{cases}$ ,  $d_2: \frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z}{2}$  và

mặt phẳng  $(P): 2x+2y-3z=0$ . Phương trình nào dưới đây là phương trình mặt phẳng đi qua giao điểm của  $d_1$  và  $(P)$ , đồng thời vuông góc với  $d_2$ ?

- A.  $2x-y+2z-13=0$       B.  $2x-y+2z+22=0$       C.  $2x-y+2z+13=0$       D.  $2x+y+2z-22=0$

**Câu 11.** Trong không gian  $Oxyz$  cho điểm  $M(-1;1;3)$  và hai đường thẳng  $\Delta: \frac{x-1}{3} = \frac{y+3}{2} = \frac{z-1}{1}$ ,  $\Delta': \frac{x+1}{1} = \frac{y}{3} = \frac{z}{-2}$ . Phương trình nào dưới đây là phương trình đường thẳng đi qua  $M$  và vuông góc với  $\Delta$  và  $\Delta'$ .

- A.  $\begin{cases} x=-1-t \\ y=1+t \\ z=1+3t \end{cases}$       B.  $\begin{cases} x=-t \\ y=1+t \\ z=3+t \end{cases}$       C.  $\begin{cases} x=-1-t \\ y=1-t \\ z=3+t \end{cases}$       D.  $\begin{cases} x=-1-t \\ y=1+t \\ z=3+t \end{cases}$

**Câu 12.** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho mặt cầu  $(S): x^2+y^2+z^2=9$ , điểm  $M(1;1;2)$  và mặt phẳng  $(P): x+y+z-4=0$ . Gọi  $\Delta$  là đường thẳng đi qua  $M$ , thuộc  $(P)$  và cắt  $(S)$  tại 2 điểm  $A, B$  sao cho  $AB$  nhỏ nhất. Biết rằng  $\Delta$  có một vector chỉ phương là  $\vec{u}(1;a;b)$ , tính  $T=a-b$ .

- A.  $T=0$       B.  $T=-1$       C.  $T=-2$       D.  $T=1$

**Câu 13.** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$  cho điểm  $A(1;0;2)$  và đường thẳng  $d$  có phương trình:  $\frac{x-1}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z+1}{2}$ . Viết phương trình đường thẳng  $\Delta$  đi qua  $A$ , vuông góc và cắt  $d$ .

- A.  $\frac{x-1}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z-2}{1}$       B.  $\frac{x-1}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z-2}{-1}$       C.  $\frac{x-1}{2} = \frac{y}{2} = \frac{z-2}{1}$       D.  $\frac{x-1}{1} = \frac{y}{-3} = \frac{z-2}{1}$

**Câu 14.** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho bốn điểm  $A(1;-2;0)$ ,  $B(0;-1;1)$ ,  $C(2;1;-1)$  và  $D(3;1;4)$ . Hỏi tất cả có bao nhiêu mặt phẳng cách đều bốn điểm đó?

- A. 1 mặt phẳng      B. 4 mặt phẳng      C. 7 mặt phẳng      D. có vô số

**Câu 15.** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho đường thẳng  $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y+5}{-1} = \frac{z-3}{4}$ . Phương trình nào dưới đây là phương trình hình chiếu vuông góc của  $d$  trên mặt phẳng  $x+3=0$ ?

- A.  $\begin{cases} x=-3 \\ y=-5-t \\ z=3+4t \end{cases}$       B.  $\begin{cases} x=-3 \\ y=-5+t \\ z=3+4t \end{cases}$       C.  $\begin{cases} x=-3 \\ y=-5+2t \\ z=3-t \end{cases}$       D.  $\begin{cases} x=-3 \\ y=-6-t \\ z=7+4t \end{cases}$

**Câu 16.** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho mặt phẳng  $(P): 6x-2y+z-35=0$  và điểm  $A(-1;3;6)$ . Gọi  $A'$  là điểm đối xứng với  $A$  qua  $(P)$ , tính  $OA'$ .

- A.  $OA'=3\sqrt{26}$       B.  $OA'=5\sqrt{3}$       C.  $OA'=\sqrt{46}$       D.  $OA'=\sqrt{186}$

**Câu 17.** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , viết phương trình mặt phẳng  $(P)$  song song và cách đều hai đường thẳng  $d_1: \frac{x-2}{-1} = \frac{y}{1} = \frac{z}{1}$  và  $d_2: \frac{x}{2} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z-2}{-1}$



A.  $(P): 2x - 2z + 1 = 0$

B.  $(P): 2y - 2z + 1 = 0$

C.  $(P): 2x - 2y + 1 = 0$

D.  $(P): 2y - 2z - 1 = 0$

**Câu 18.** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , xét các điểm  $A(0;0;1)$ ,  $B(m;0;0)$ ,  $C(0;n;0)$ ,  $D(1;1;1)$  với  $m > 0$ ;  $n > 0$  và  $m + n = 1$ . Biết rằng khi  $m, n$  thay đổi, tồn tại một mặt cầu cố định tiếp xúc với mặt phẳng  $(ABC)$  và đi qua  $D$ . Tính bán kính  $R$  của mặt cầu đó?

A.  $R = 1$ .

B.  $R = \frac{\sqrt{2}}{2}$ .

C.  $R = \frac{3}{2}$ .

D.  $R = \frac{\sqrt{3}}{2}$ .

**Câu 19.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho điểm  $E(2;1;3)$ , mặt phẳng  $(P): 2x + 2y - z - 3 = 0$  và mặt cầu  $(S): (x-3)^2 + (y-2)^2 + (z-5)^2 = 36$ . Gọi  $\Delta$  là đường thẳng đi qua  $E$ , nằm trong  $(P)$  và cắt  $(S)$  tại hai điểm có khoảng cách nhỏ nhất. Phương trình của  $\Delta$  là

A.  $\begin{cases} x = 2 + 9t \\ y = 1 + 9t \\ z = 3 + 8t \end{cases}$

B.  $\begin{cases} x = 2 - 5t \\ y = 1 + 3t \\ z = 3 \end{cases}$

C.  $\begin{cases} x = 2 + t \\ y = 1 - t \\ z = 3 \end{cases}$

D.  $\begin{cases} x = 2 + 4t \\ y = 1 + 3t \\ z = 3 - 3t \end{cases}$

**Câu 20.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho mặt cầu  $(S)$  có tâm  $I(-2;1;2)$  và đi qua điểm  $A(1;-2;-1)$ . Xét các điểm  $B, C, D$  thuộc  $(S)$  sao cho  $AB, AC, AD$  đôi một vuông góc với nhau. Thể tích khối tứ diện  $ABCD$  có giá trị lớn nhất bằng

A. 72

B. 216

C. 108

D. 36