

ĐỀ THI THỬ
(Đề thi có 06 trang)

Họ, tên thí sinh:.....
Số báo danh:.....

Mã đề 900 (Gốc)

Câu 1. Có bao nhiêu số tự nhiên có hai chữ số khác nhau ?

- A. 100. B. 90. C. 81. D. 18.

Câu 2. Cho cấp số nhân (u_n) có $u_1 = 1, u_2 = 4$ thì u_3 bằng

- A. 5. B. 16. C. 7. D. 4.

Câu 3. Cho hàm số $y = \frac{1}{x-1}$. Khẳng định nào sau đây đúng ?

- A. Hàm số đồng biến trên $(-\infty; 1)$ và $(1; +\infty)$. B. Hàm số đồng biến trên $(2; +\infty)$.
C. Hàm số nghịch biến trên \mathbb{R} . D. Hàm số nghịch biến trên $(2; +\infty)$.

Câu 4. Hàm số dạng $y = ax^4 + bx^2 + c$ ($a \neq 0$) có tối đa bao nhiêu điểm cực trị ?

- A. 3. B. 2. C. 1. D. 4.

Câu 5. Cho $a < b$. Giá trị lớn nhất của hàm số $y = x^3$ trên $[a; b]$ là:

- A. a . B. b . C. a^3 . D. b^3 .

Câu 6. Đồ thị hàm số $y = \frac{2x-1}{x+1}$ có tiệm cận đứng là đường

- A. $x = -1$. B. $x = \frac{1}{2}$. C. $y = 2$. D. $y = -1$.

Câu 7. Đồ thị hàm số $y = \frac{1-x}{x+1}$ cắt trục Oy tại điểm có tọa độ là

- A. $(1; 0)$. B. $(1; 1)$. C. $(0; 1)$. D. $(0; -1)$.

Câu 8. Hàm số nào sau đây đồng biến trên \mathbb{R} ?

- A. $y = 2^{-x}$. B. $y = 2^{\frac{x}{2}}$. C. $y = \log_2 x$. D. $y = \log_{0,5} x$.

Câu 9. Véc tơ nào sau đây cùng phương với véc tơ $\vec{u}(0; 1; -2)$?

- A. $\vec{a}(1; 1; -2)$. B. $\vec{b}(0; -1; 2)$. C. $\vec{c}(0; 0; 1)$. D. $\vec{d}(1; 2; -1)$.

Câu 10. Với mọi $a > 0, a \neq 1$ và mọi $x > 0, y > 0$, khẳng định nào sau đây đúng ?

- A. $\log_a(x-y) = \frac{\log_a x}{\log_a y}$. B. $\log_a \frac{1}{x} = \frac{1}{\log_a x}$.
C. $\log_a \frac{x}{y} = \log_a x - \log_a y$. D. $\log_a x.y = \log_a x . \log_a y$.

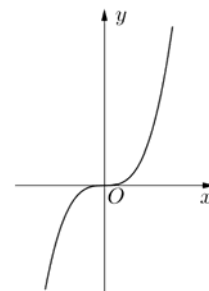
Câu 11. Hàm số nào dưới đây có đồ thị như hình vẽ bên ?

- A. $y = x^3$. B. $y = x^4$. C. $y = -x^3$. D. $y = x^2$.

Câu 12. Phương trình $\log_a f(x) = b, (a > 0, a \neq 1)$ tương đương với:

- A. $f(x) = a^b$. B. $f(x) = b^a$.
C. $f(x) = \log_b a$. D. $f(x) = \log_a b$.

Câu 13. Với hai hàm số $f(x)$ và $g(x)$ liên tục trên $[a; b]$, k là một hằng số thực, khẳng định nào sau đây **sai** ?



A. $\int_a^b [f(x) + g(x)]dx = \int_a^b f(x)dx + \int_a^b g(x)dx.$ B. $\int_a^b [f(x) - g(x)]dx = \int_a^b f(x)dx - \int_a^b g(x)dx.$
 C. $\int_a^b f(x)g(x)dx = \int_a^b f(x)dx \cdot \int_a^b g(x)dx.$ D. $\int_a^b kf(x)dx = k \int_a^b f(x)dx.$

Câu 14. Cho khối chóp $S.ABC$ có diện tích mặt đáy và thể tích lần lượt là $a^2\sqrt{3}$ và $6a^3$. Độ dài chiều cao của khối chóp $S.ABC$ là

A. $2a\sqrt{3}.$ B. $a\sqrt{3}.$ C. $6a\sqrt{3}.$ D. $\frac{2a\sqrt{3}}{3}.$

Câu 15. $\int \sin x dx$ bằng

A. $-\cos x + C.$ B. $\cos x + C.$ C. $\sin x + C.$ D. $-\sin x + C.$

Câu 16. Phần ảo của số phức $z = 3 - 2i$ bằng

A. 3. B. 2. C. -2. D. -2i.

Câu 17. Trên mặt phẳng tọa độ, số phức $z = 3i$ được biểu diễn bởi điểm

A. $M(-3;0).$ B. $N(3;0).$ C. $P(0;-3).$ D. $Q(0;3).$

Câu 18. Trong không gian Oxyz, cho mặt cầu $(S): 2x^2 + 2y^2 + 2z^2 + 4x - 8y + 2 = 0$. Tọa độ tâm I và bán kính R của mặt cầu là

A. $I(1;-2;0); R = 2.$ B. $I(-1;2;0); R = 2.$

C. $I(-2;4;0); R = \sqrt{18}.$ D. $I(-1;2;0); R = 4.$

Câu 19. Cho khối chóp tam giác đều. Nếu tăng cạnh đáy của khối chóp lên hai lần thì thể tích của khối chóp đó sẽ:

A. Tăng lên bốn lần. B. Tăng lên hai lần. C. Giảm đi hai lần. D. Giảm đi ba lần.

Câu 20. Cho điểm A nằm ngoài mặt cầu (S) . Có bao nhiêu tiếp tuyến của mặt cầu (S) đi qua điểm A ?

A. 1. B. 2. C. 3. D. Vô số.

Câu 21. Một khối trụ (T) có chiều cao bằng bán kính đáy và có diện tích toàn phần bằng diện tích mặt cầu (C) . Khẳng định nào sau đây đúng về thể tích khối trụ $V_{(T)}$ và thể tích khối cầu $V_{(C)}$?

A. $V_{(T)} = V_{(C)}.$ B. $4V_{(T)} = 3V_{(C)}.$ C. $3V_{(T)} = 4V_{(C)}.$ D. $3V_{(T)} = 2V_{(C)}.$

Câu 22. Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, mặt phẳng (α) đi qua điểm $M(5;4;3)$ và cắt các tia Ox, Oy, Oz tại các điểm A, B, C sao cho $OA = OB = OC$ có phương trình là

A. $x + y + z - 12 = 0.$ B. $x + y + z = 6.$ C. $x + y + z + 3 = 0.$ D. $x - y + z = 0.$

Câu 23. Cho hai số phức $z_1 = 3 + i; z_2 = 2 - 5i$. Môđun của số phức $z_1 \cdot z_2$ bằng

A. 290. B. $\sqrt{290}.$ C. 28. D. $2\sqrt{7}.$

Câu 24. Cho hàm số $y = \ln(x+1)$. Bất phương trình $y' \leq 0$ có tập nghiệm là

A. $(-\infty; -1).$ B. $(-\infty; -1].$ C. $\emptyset.$ D. $(-1; +\infty).$

Câu 25. Số giao điểm của hai đồ thị $y = x + \frac{1}{x}; y = -1$.

A. 0. B. 1 C. 2. D. 3

Câu 26. Phương trình $100^x - 7 \cdot 10^x + 1 = 0$ có bao nhiêu nghiệm?

A. 3. B. 2. C. 1. D. 0.

Câu 27. Hàm số $y = -x + \sin x$ có bao nhiêu điểm cực trị ?

A. Vô số. B. 1. C. 0. D. 2.

Câu 28. Tập nghiệm của bất phương trình $0,3^x > 0,09$ là:

A. $(-\infty; -2)$. B. $(-\infty; 2)$. C. $(2; +\infty)$. D. $(-2; +\infty)$.

Câu 29. Trên mặt phẳng tọa độ, tập hợp các điểm biểu diễn số phức có dạng $\frac{z}{|z|}, z \neq 0$ là

A. Một đường tròn. B. Một điểm. C. Một đường thẳng. D. Một parabol.

Câu 30. Cho $f(x)$ liên tục trên đoạn $[0; 10]$ thỏa mãn $\int_0^{10} f(x) dx = 7; \int_2^6 f(x) dx = 3$

Khi đó giá trị của $P = \int_0^2 f(x) dx + \int_6^{10} f(x) dx$ là

A. 10. B. 4. C. 3. D. -4.

Câu 31. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = x^3 - 4x$ và trục Ox bằng :

A. $S = \int_{-2}^2 (x^3 - 4x) dx$. B. $S = \int_{-2}^0 (x^3 - 4x) dx - \int_0^2 (x^3 - 4x) dx$.

C. $S = -\int_{-2}^0 (x^3 - 4x) dx + \int_0^2 (x^3 - 4x) dx$. D. $S = \int_0^8 |x^3 - 4x| dx$.

Câu 32. Cho $a, b \in \mathbb{R}$ và phương trình $z^2 + 8az + 64b = 0$ có nghiệm $z = 8 + 16i$. Tính môđun của $w = a + bi$.

A. $|w| = \sqrt{17}$. B. $|w| = \sqrt{5}$. C. $|w| = \sqrt{13}$. D. $|w| = \sqrt{29}$.

Câu 33. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(\alpha): m^2x - y + (m^2 - 2)z + 2 = 0$ và $(\beta): 2x + m^2y - 2z + 1 = 0$. Hai mặt phẳng (α) và (β) vuông góc với nhau khi:

A. $|m| = 2$ B. $|m| = 1$ C. $|m| = \sqrt{2}$ D. $|m| = \sqrt{3}$

Câu 34. Côsin góc giữa hai mặt của tứ diện đều bằng

A. 0. B. $\frac{1}{2}$. C. $\frac{1}{3}$. D. $\frac{\sqrt{3}}{2}$.

Câu 35. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, đường thẳng đi qua hai điểm $A(2; 0; 0)$ và $B(0; 3; 0)$ có phương trình là

A. $\frac{x}{2} + \frac{y}{3} = 1$. B. $2x - 3y + 5 = 0$. C. $\begin{cases} x = 2 - 2t \\ y = 3t \\ z = 0 \end{cases}$ D. $\begin{cases} x = -2 + 2t \\ y = 3 \\ z = 0 \end{cases}$

Câu 36. Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số m để hàm số $y = x^3 - 3mx^2 + 3(m^2 - 2)x$ đồng biến trên khoảng $(12; +\infty)$?

A. 0. B. 11. C. 10. D. 13.

Câu 37. Cho $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x) = x^3 \cdot e^x$ thỏa mãn $F(0) = -6$. Tìm tập nghiệm S của phương trình $F(x) = f(x) - 4e^x$.

A. $S = \left\{ \frac{-3 \pm \sqrt{3}}{3} \right\}$. B. $S = \left\{ \frac{3 \pm \sqrt{3}}{3} \right\}$. C. $S = \left\{ \frac{3 \pm \sqrt{21}}{6} \right\}$. D. $S = \left\{ \frac{-3 \pm \sqrt{21}}{6} \right\}$.

Câu 38. Cho tứ diện $ABCD$ có ABC và DBC là 2 tam giác đều cạnh chung $BC = 2$. Cho biết góc hai mặt phẳng (DBC) và (ABC) là α với $\cos \alpha = \frac{1}{3}$, hình chiếu của D trên (ABC) nằm ngoài tam giác ABC . Bán kính mặt cầu ngoại tiếp tứ diện bằng

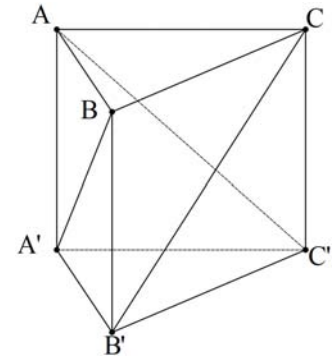
- A. 2. B. $\sqrt{2}$. C. $\sqrt{3}$. D. 1.

Câu 39. Một tổ có 10 học sinh trong đó có 2 học sinh A và B hay nói chuyện với nhau. Trong một giờ ngoại khóa, 10 bạn học sinh này được xếp ngẫu nhiên thành một hàng dọc. Xác suất để xếp được hàng mà giữa 2 bạn A và B luôn có đúng 3 bạn khác bằng

- A. $\frac{2}{15}$. B. $\frac{1}{15}$. C. $\frac{1}{10}$. D. $\frac{1}{5}$.

Câu 40. Một người thợ thiết kế một chiếc khung bằng sắt dạng hình lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có tất cả các cạnh bằng $1m$ và có thêm các thanh nối $A'B$; $B'C$; AC' (như hình vẽ bên). Người thợ muốn khung thêm chắc chắn nên hàn thêm thanh nối $A'B$ với $B'C$, $B'C$ với AC' , AC' với $A'B$. Độ dài thanh nối $A'B$ với $B'C$ ngắn nhất bằng

- A. $\frac{\sqrt{5}}{10} m$. B. $\frac{1}{2} m$. C. $\frac{\sqrt{5}}{5} m$. D. $\frac{1}{3} m$.



Câu 41. Cho đường thẳng $(d): \begin{cases} x = 1 - t \\ y = 1 - t \\ z = 2t \end{cases}$ và mp $(P): x + y - 2 = 0$. Tìm phương trình đường thẳng nằm trong mặt phẳng (P) cắt và vuông góc với (d) .

- A. $\begin{cases} x = 1 - 2t \\ y = 1 + 2t \\ z = 0 \end{cases}$. B. $\begin{cases} x = 1 - 3t \\ y = 1 + 3t \\ z = 5 \end{cases}$. C. $\begin{cases} x = 1 - 2t \\ y = 1 - 2t \\ z = 0 \end{cases}$. D. $\begin{cases} x = 1 - t \\ y = 1 + t \\ z = 5 \end{cases}$.

Câu 42. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = x^3 - y^3 - 3(x^2 - y^2)$ khi $x, y \in [0; 3]$ là

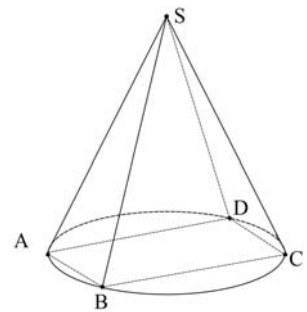
- A. 0. B. -4 C. -2. D. 2.

Câu 43. Số nghiệm nguyên dương của bất phương trình $(\log_3 x)^2 - \log_3 x^2 \leq 0$ bằng

- A. 9. B. 2. C. 10. D. Vô số.

Câu 44. Khối chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có tất cả các cạnh bằng a được đặt trong một khối nón đỉnh S ; các điểm A, B, C, D thuộc đường tròn đáy của khối nón (như hình vẽ bên), thể tích của khối nón bằng

- A. $\frac{a^3 \sqrt{2}}{6}$. B. $\frac{\pi a^3 \sqrt{2}}{12}$. C. $\frac{a^3 \sqrt{2}}{2}$. D. $\frac{\pi a^3 \sqrt{3}}{8}$.



Câu 45. Trong mặt phẳng (P) , cho góc xOy với tia phân giác Oz . Mặt phẳng (Q) thay đổi và luôn vuông góc với Oz , (Q) cắt Ox tại A , cắt Oy tại B . Điểm M thay đổi trong (Q) sao cho $\overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{MB} = 0$. Điểm M luôn thuộc mặt nào sau đây?

- A. Mặt cầu. B. Mặt trụ. C. Mặt nón. D. Mặt phẳng.

Câu 46. Có bao nhiêu giá nguyên của tham số m thuộc $[-10; 10]$ để phương trình $\sqrt{1-x^2} - m(2\sqrt{1+x} + 2\sqrt{1-x} - 3) + 1 = 0$ có nghiệm?

- A. 14 B. 13 C. 15 D. 9

Câu 47. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên \mathbb{R} và có bảng xét dấu $f'(x)$ như sau

x	$-\infty$	0	1	2	3	4	$+\infty$			
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$

Hàm số $g(x) = 2f(x-1) + 3f(x+2)$ đồng biến trên khoảng nào sau đây ?

- A. $(-2; 0)$. B. $(2; 3)$. C. $(1; 2)$. D. $(6; 7)$.

Câu 48. Biết hai số thực x, y thỏa mãn $2^{\sqrt{x+y+2}} = \log_2(14 - (x+2y-14)\sqrt{x+2y-11})$. Giá trị của $x^2 + y^2$ bằng

- A. 288. B. 392. C. 242. D. 200.

Câu 49. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m trong đoạn $[-10; 10]$ để hệ phương trình

$$\begin{cases} 2^{x^2+y^2+z^2} + (x^2 + y^2 + z^2) \cdot 2^{z^2} = 4(2^{z^2} + 4) \\ 2\frac{y}{x} + \frac{z-6}{x} = 3 - m \end{cases} \text{ có nghiệm ?}$$

- A. 18. B. 17. C. 16. D. 15.

Câu 50. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(4; 0; 0)$, $B(0; 4; 0)$, $C(0; 0; 4)$. Thể tích phần khối tứ diện $OABC$ nằm giữa 4 mặt phẳng $x=1$; $x=2$; $y=1$; $y=2$ là

- A. 2. B. 3. C. 1. D. 4.

-----HẾT-----

GỢI Ý GIẢI MỘT SỐ CÂU:

Câu 21. Một khối trụ (T) có chiều cao bằng bán kính đáy và có diện tích toàn phần bằng diện tích khối cầu (C). Khẳng định nào sau đây đúng về thể tích khối trụ $V_{(T)}$ và thể tích khối cầu $V_{(C)}$?

- A. $V_{(T)} = V_{(C)}$. B. $4V_{(T)} = 3V_{(C)}$. C. $3V_{(T)} = 4V_{(C)}$. D. $3V_{(T)} = 2V_{(C)}$.

$$\text{HD } S_p = 2\pi Rh + 2\pi R^2 = 4\pi R^2 = S_C \Rightarrow R_C = R \Rightarrow V_T = h\pi R^2 = \pi R^3; V_C = \frac{4}{3}\pi R^3$$

Câu 22. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, mặt phẳng (α) đi qua điểm $M(5; 4; 3)$ và cắt các tia Ox , Oy , Oz tại các điểm A, B, C sao cho $OA = OB = OC$ có phương trình là

- A. $x + y + z - 12 = 0$. B. $x + y + z = 6$. C. $x + y + z + 3 = 0$. D. $x - y + z = 0$.

$$\text{HD } OA = OB = OC = a \Rightarrow A(a; 0; 0), B(0; a; 0); C(0; 0; a) \Rightarrow (\alpha): \frac{x}{a} + \frac{y}{a} + \frac{z}{a} = 1. (\alpha) \text{ qua}$$

$$M \Rightarrow \frac{5+4+3}{a} = 1 \Rightarrow a = 12 \Rightarrow (\alpha): x + y + z - 12 = 0.$$

Câu 23. Cho hai số phức $z_1 = 3 + i$; $z_2 = 2 - 5i$. Môđun của số phức $z_1 \cdot z_2$ bằng

- A. 290. B. $\sqrt{290}$. C. 28. D. $2\sqrt{7}$.

Câu 24. Cho hàm số $y = \ln(x+1)$. Bất phương trình $y' \leq 0$ có tập nghiệm là

- A. $(-\infty; -1)$. B. $(-\infty; -1]$. C. \emptyset . D. $(-1; +\infty)$.

HD: Đk. $x+1 > 0$, $y' = \frac{1}{x+1}$; $y' \leq 0 \Leftrightarrow \frac{1}{x+1} \leq 0$, vô nghiệm do điều kiện.

Câu 25. Số giao điểm của hai đồ thị $y = x + \frac{1}{x}$; $y = -1$.

A. 0. B. 1 C. 2. D. 3

Câu 26. Phương trình $100^x - 7 \cdot 10^x + 1 = 0$ có bao nhiêu nghiệm?

A. 3. B. 2. C. 1. D. 0.

HD $t = 10^x > 0 \Rightarrow t^2 - 7t + 1 = 0 \Leftrightarrow t = \frac{7 \pm 3\sqrt{5}}{2} > 0$. Vậy phương trình có 2 nghiệm.

Câu này bấm máy 580 báo không giải được.

Câu 27. Hàm số $y = -x + \sin x$ có bao nhiêu điểm cực trị ?

A. Vô số. B. 1. C. 0. D. 2.

HD: $y' = -1 + \cos x$ không đổi dấu

Câu 28. Tập nghiệm của bất phương trình $0,3^x > 0,09$ là:

A. $(-\infty; -2)$. B. $(-\infty; 2)$. C. $(2; +\infty)$. D. $(-2; +\infty)$.

Câu 29. Trên mặt phẳng tọa độ, tập hợp các điểm biểu diễn số phức có dạng $\frac{z}{|z|}$, $z \neq 0$ là

A. Một đường tròn. B. Một điểm. C. Một đường thẳng. D. Một parabol.

HD: vì gọi $w = \frac{z}{|z|} \Rightarrow |w| = 1 \Rightarrow$ đ tròn tâm $O(0; 0)$ bán kính 1

Câu 30. Cho $f(x)$ liên tục trên đoạn $[0; 10]$ thỏa mãn $\int_0^{10} f(x) dx = 7$; $\int_2^6 f(x) dx = 3$

Khi đó giá trị của $P = \int_0^2 f(x) dx + \int_6^{10} f(x) dx$ là

A. 10. B. 4. C. 3. D. -4.

Câu 31. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = x^3 - 4x$ và trục Ox bằng :

A. $S = \int_{-2}^2 (x^3 - 4x) dx$. B. $S = \int_{-2}^0 (x^3 - 4x) dx - \int_0^2 (x^3 - 4x) dx$.

C. $S = -\int_{-2}^0 (x^3 - 4x) dx + \int_0^2 (x^3 - 4x) dx$. D. $S = \int_0^8 |x^3 - 4x| dx$.

Câu 32. Cho $a, b \in \mathbb{R}$ và phương trình $z^2 + 8az + 64b = 0$ có nghiệm $z = 8 + 16i$. Tính môđun của $w = a + bi$.

A. $|w| = \sqrt{17}$. B. $|w| = \sqrt{5}$. C. $|w| = \sqrt{13}$. D. $|w| = \sqrt{29}$.

HD Phương trình cũng có nghiệm $z' = 8 - 16i$. Mà $z + z' = -8a \Leftrightarrow 16 = -8a \Rightarrow a = -2$. $b = 5$.

Câu 33. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(\alpha): m^2x - y + (m^2 - 2)z + 2 = 0$

và $(\beta): 2x + m^2y - 2z + 1 = 0$. Hai mặt phẳng (α) và (β) vuông góc với nhau khi:

A. $|m| = 2$ B. $|m| = 1$ C. $|m| = \sqrt{2}$ D. $|m| = \sqrt{3}$

Câu 34. Cosin góc giữa hai mặt của tứ diện đều bằng

A. 0. B. $\frac{1}{2}$. C. $\frac{1}{3}$. D. $\frac{\sqrt{3}}{2}$.

Câu 35. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, đường thẳng đi qua hai điểm $A(2; 0; 0)$ và $B(0; 3; 0)$ có phương trình là

A. $\frac{x}{2} + \frac{y}{3} = 1$. B. $2x - 3y + 5 = 0$. C. $\begin{cases} x = 2 - 2t \\ y = 3t \\ z = 0. \end{cases}$ D. $\begin{cases} x = -2 + 2t \\ y = 3 \\ z = 0. \end{cases}$

Câu 36. Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số m để hàm số $y = x^3 - 3mx^2 + 3(m^2 - 2)x$ đồng biến trên khoảng $(12; +\infty)$?

A. 0. B. 11. C. 10. D. 13.

Lời giải: Chọn C.

Tập xác định của hàm số: \mathbb{R} .

Hàm số đồng biến trên khoảng $(12; +\infty) \Leftrightarrow y' = 3x^2 - 6mx + 3(m^2 - 2) \geq 0 \quad \forall x \in (12; +\infty)$

$$\Leftrightarrow x^2 - 2mx + (m^2 - 2) \geq 0 \quad \forall x \in (12; +\infty).$$

$$\Leftrightarrow m - \sqrt{2} < m + \sqrt{2} \leq 12 \Leftrightarrow m \leq 12 - \sqrt{2} \Rightarrow m \in \{1; 2; \dots; 10\}$$

Câu 37. Cho $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x) = x^3 \cdot e^x$ thỏa mãn $F(0) = -6$. Tìm tập nghiệm S của phương trình $F(x) = f(x) - 4e^x$.

A. $S = \left\{ \frac{-3 \pm \sqrt{3}}{3} \right\}$. B. $S = \left\{ \frac{3 \pm \sqrt{3}}{3} \right\}$. C. $S = \left\{ \frac{3 \pm \sqrt{21}}{6} \right\}$. D. $S = \left\{ \frac{-3 \pm \sqrt{21}}{6} \right\}$.

HD Từng phần ta được $F(x) = (x^3 - 3x^2 + 6x - 6) \cdot e^x + C$; $F(0) = -6 \Rightarrow C = 0$.

$$F(x) = f(x) - 4e^x \Leftrightarrow (x^3 - 3x^2 + 6x - 6) = x^3 - 4 \Leftrightarrow 3x^2 - 6x + 2 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{3 \pm \sqrt{3}}{3}.$$

Câu 38. Cho tứ diện $ABCD$ có ABC và DBC là 2 tam giác đều cạnh chung $BC = 2$. Cho biết góc hai mặt phẳng (DBC) và (ABC) là α với $\cos \alpha = \frac{1}{3}$, hình chiếu của D trên (ABC) nằm ngoài tam giác ABC . Bán kính mặt cầu ngoại tiếp tứ diện bằng

A. 2. B. $\sqrt{2}$. C. $\sqrt{3}$. D. 1.

HD Gọi M là trung điểm cạnh BC . Vì ABC và DBC là 2 tam giác đều bằng nhau nên 2 trung tuyến AM và DM cùng vuông góc với BC và $AM = DM = \sqrt{3}$

Trong ΔMAD :

$$AD^2 = AM^2 + DM^2 - 2AM \cdot DM \cdot \cos(\pi - \alpha) = 2 \cdot 3 + 2 \cdot 3 \cdot \frac{1}{3} = 8$$

$$\Rightarrow \angle ABD = 90^\circ. \text{ Tương tự: } CA^2 + CD^2 = AD^2$$

$\Rightarrow \angle ACD = 90^\circ$. Vậy mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $ABCD$ có tâm O là trung điểm cạnh AD .

Câu 39. Một tổ có 10 học sinh trong đó có 2 học sinh A và B hay nói chuyện với nhau. Trong một giờ ngoại khóa, 10 bạn học sinh này được xếp ngẫu nhiên thành một hàng dọc. Xác suất để xếp được hàng mà giữa 2 bạn A và B luôn có đúng 3 bạn khác bằng

A. $\frac{2}{15}$. B. $\frac{1}{15}$. C. $\frac{1}{10}$. D. $\frac{1}{5}$.

HD $|\Omega| = 10!$

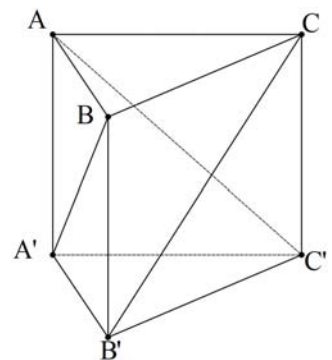
Bước 1: Xếp A, B : 2 cách;

Bước 2: Chọn 3 học sinh từ 8 học sinh còn lại xếp vào giữa A, B : A_8^3 cách;

Bước 3: Xếp nhóm 5 học sinh trên cùng 5 học sinh còn lại: 6! cách.

$$\Rightarrow |\Omega_A| = \frac{2 \cdot A_8^3 \cdot 6!}{10!} = \frac{2}{15}.$$

Câu 40. Một người thợ thiết kế một chiếc khung bằng sắt dạng hình lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có tất cả các cạnh bằng $1m$ và có thêm các thanh



nối $A'B$; $B'C$; AC' (như hình vẽ bên). Người thợ muốn khung thêm chắc chắn nên hàn thêm thanh nối $A'B$ với $B'C$, $B'C$ với AC' , AC' với $A'B$. Độ dài thanh nối $A'B$ với $B'C$ ngắn nhất bằng

- A. $\frac{\sqrt{5}}{10} m$. B. $\frac{1}{2} m$. C. $\frac{\sqrt{5}}{5} m$. D. $\frac{1}{3} m$.

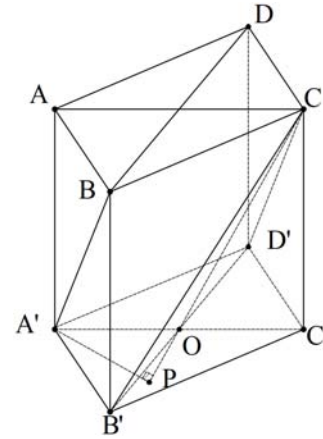
HD Dựng hình hộp như hình vẽ.

$$d(A'B, B'C) = d(A'B, (B'CD')) = d(A', (B'CD')).$$

$$\begin{aligned} \text{Có } (AA'C'C) \perp B'D' &\Rightarrow (AA'C'C) \perp (B'CD'); \\ (AA'C'C) \cap (B'CD') &= CO. \end{aligned}$$

$$\text{Hạ } A'P \perp CO \Rightarrow d = A'P.$$

$$\Delta A'PO \sim \Delta CC'O \Rightarrow \frac{A'P}{CC'} = \frac{A'O}{CO} \Rightarrow A'P = \frac{\frac{a}{2} \cdot a}{\sqrt{a^2 + \frac{a^2}{4}}} = \frac{a}{\sqrt{5}}.$$



Câu 41. Cho đường thẳng $(d) : \begin{cases} x = 1 - t \\ y = 1 - t \\ z = 2t \end{cases}$ và mp $(P) : x + y - 2 = 0$. Tìm phương trình đường thẳng nằm

trong mặt phẳng (P) cắt và vuông góc với (d) .

- A. $\begin{cases} x = 1 - 2t \\ y = 1 + 2t \\ z = 0 \end{cases}$. B. $\begin{cases} x = 1 - 3t \\ y = 1 + 3t \\ z = 5 \end{cases}$. C. $\begin{cases} x = 1 - 2t \\ y = 1 - 2t \\ z = 0 \end{cases}$. D. $\begin{cases} x = 1 - t \\ y = 1 + t \\ z = 5 \end{cases}$.

HD

Gọi I là giao điểm của (d) và (P)

$$I(1-t; 1-t; 2t)$$

$$I \in (P) \Rightarrow t = 0 \Rightarrow I(1; 1; 0)$$

(d) có vector chỉ phương $\vec{u} = (-1; -1; 2)$

(P) có vector pháp tuyến $\vec{n} = (1; 1; 0)$

Vector pháp tuyến của mặt phẳng cần tìm là

$$\vec{u}_\Delta = [\vec{u}, \vec{n}] = (-2; 2; 0)$$

$$\text{Phương trình đường thẳng cần tìm là } \begin{cases} x = 1 - 2t \\ y = 1 + 2t \\ z = 0 \end{cases}$$

Câu 42. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = x^3 - y^3 - 3(x^2 - y^2)$ khi $x, y \in [0; 3]$ là

- A. 0. B. -4 C. -2. D. 2.

HD Do x, y độc lập nên $P = (x^3 - 3x^2) - (y^3 - 3y^2) = f(x) - f(y)$ nhỏ nhất $f(x)$ nhỏ nhất và $f(y)$ lớn nhất.

$$f'(x) = 3x^2 - 6x = 3x(x - 2). \quad \min_{[0;3]} f(x) = f(2) = -4; \quad \max_{[0;3]} f(x) = f(0) = f(3) = 0.$$

Câu 43. Số nghiệm nguyên dương của bất phương trình $(\log_3 x)^2 - \log_3 x^2 \leq 0$ bằng

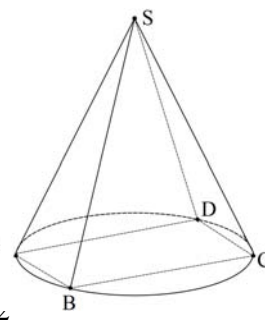
- A. 9. B. 2. C. 10. D. Vô số.

Câu 44. Khối chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có tất cả các cạnh bằng a được đặt trong một khối nón đỉnh S ; các điểm A, B, C, D thuộc đường tròn đáy của khối nón (như hình vẽ bên), thể tích của khối nón bằng

- A. $\frac{a^3\sqrt{2}}{6}$. B. $\frac{\pi a^3\sqrt{2}}{12}$. C. $\frac{a^3\sqrt{2}}{2}$. D. $\frac{\pi a^3\sqrt{3}}{8}$.

HD

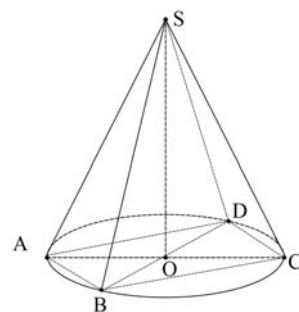
$$\Delta SAC = \Delta BAC \Rightarrow SO = BO = \frac{a\sqrt{2}}{2} \Rightarrow V_{(N)} = \frac{1}{3} \cdot SO \cdot \pi \cdot OA^2 = \frac{1}{3} \pi \cdot \left(\frac{a\sqrt{2}}{2}\right)^3 = \frac{\pi a^3\sqrt{2}}{12}$$



Câu 45. Trong mặt phẳng (P) , cho góc xOy với tia phân giác Oz . Mặt phẳng (Q) thay đổi và luôn vuông góc với Oz , (Q) cắt Ox tại A , cắt Oy tại B . Điểm M thay đổi trong (Q) sao cho $\overline{MA} \cdot \overline{MB} = 0$. Điểm M luôn thuộc mặt nào sau đây ?

- A. Mặt cầu. B. Mặt trụ. C. Mặt nón. D. Mặt phẳng.

HD: ĐA: C. M thuộc đường tròn đường kính AB trong (Q) vuông góc phân giác. Mặt nón đỉnh O, trục là đường phân giác.



Câu 46. Có bao nhiêu giá nguyên của tham số m thuộc $[-10;10]$ để phương trình $\sqrt{1-x^2} - m(2\sqrt{1+x} + 2\sqrt{1-x} - 3) + 1 = 0$ có nghiệm?

A. 14

B. 13

C. 15

D. 9

HD

$$t = \sqrt{1+x} + \sqrt{1-x} \Rightarrow t^2 = 2 + 2\sqrt{1-x^2} \in [2;4] \Rightarrow t \in [\sqrt{2};2].$$

$$\frac{t^2-2}{2} - m(2t-3) + 1 = 0 \Leftrightarrow m = \frac{t^2}{2(2t-3)}$$

$$f'(t) = \frac{1}{2} \frac{2t(2t-3) - 2t^2}{(2t-3)^2} = \frac{t^2-3t}{(2t-3)^2}, \quad \text{bảng biến thiên,} \quad f(2) = 2; f(\sqrt{2}) = -3 - 2\sqrt{2} = -5,8$$

$$\Rightarrow m \leq -3 - 2\sqrt{2} \vee m \geq 2 \Rightarrow m \in \{-10; -9; -8; -7; -6; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9; 10\} : 14$$

Câu 47. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên \mathbb{R} và có bảng xét dấu $f'(x)$ như sau

x	$-\infty$	0	1	2	3	4	$+\infty$			
$f'(x)$		-	0	+	0	-	0	+	0	-

Hàm số $g(x) = 2f(x-1) + 3f(x+2)$ đồng biến trên khoảng nào sau đây ?

- A. $(-2;0)$. B. $(2;3)$. C. $(1;2)$. D. $(6;7)$.

HD Tịnh tiến sang phải 1 đơn vị, sang trái 2 đơn vị và lấy tổng.

Câu 48. Biết hai số thực x, y thỏa mãn $2^{\sqrt{x+y+2}} = \log_2(14 - (x+2y-14)\sqrt{x+2y-11})$. Giá trị của $x^2 + y^2$ bằng

- A. 288. B. 392. C. 242. D. 200.

$$\text{HD } VT \geq 2^2 = 4;$$

$$\text{VP: } t = \sqrt{x+2y-11} \geq 0 \Rightarrow x+2y-11=t^2 \Rightarrow 14-(t^2-3)t = -t^3+3t+14 = f(t)$$

$$f'(t) = -3t^2+3, t \geq 0 \Rightarrow f(t) \leq f(1) = 16 \Rightarrow VP \leq 4$$

$$\text{Đấu bằng xảy ra} \Leftrightarrow \begin{cases} x+y=0 \\ x+2y=12 \end{cases} \Leftrightarrow x=-12; y=12$$

Câu 49. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m trong đoạn $[-10;10]$ để hệ phương trình

$$\begin{cases} 2^{x^2+y^2+z^2} + (x^2+y^2+z^2) \cdot 2^{z^2} = 4(2^{z^2}+4) \\ 2\frac{y}{x} + \frac{z-6}{x} = m-3 \end{cases} \text{ có nghiệm?}$$

A. 18. B. 17. C. 16. D. 15.

$$\text{HD} \Leftrightarrow \begin{cases} (2^{x^2+y^2+z^2} - 2^4) + (x^2+y^2+z^2 - 4) \cdot 2^{z^2} = 0 \\ (m-3)x + 2y + z - 6 = 0 \\ x \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2+y^2+z^2 = 4 \\ (m-3)x + 2y + z - 6 = 0 \text{ có nghiệm} \\ x \neq 0 \end{cases}$$

$$x^2+y^2+z^2 > 4 \text{ thì } VT > 0$$

(Đánh giá: nếu $x^2+y^2+z^2 < 4$ thì $VT < 0$)

$$\Rightarrow x^2+y^2+z^2 = 4$$

$\Leftrightarrow (P): (m-3)x + 2y + z - 6 = 0$ và $(S): x^2+y^2+z^2 = 4$ có điểm chung không thuộc (Oyz)

$$\Leftrightarrow d(O, (P)) \leq 2 \Leftrightarrow \frac{|6|}{\sqrt{(m-3)^2+5}} \leq 2 \Leftrightarrow (m-3)^2 \geq 4 \Leftrightarrow m \leq 1 \vee m \geq 5.$$

Cách 2: Dùng phương trình đặc trưng:

$$2^{x^2+y^2+z^2} + (x^2+y^2+z^2) \cdot 2^{z^2} = 4(2^{z^2}+4) \Leftrightarrow 2^{x^2+y^2} + x^2+y^2 = 2^{4-z^2} + 4 - z^2.$$

Xét hàm số $f(t) = 2^t + t$, có $f(t)$ đồng biến (1) $\Leftrightarrow x^2+y^2 = 4-z^2$.

Câu 50. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(4;0;0)$, $B(0;4;0)$, $C(0;0;4)$. Thể tích phần khối tứ diện $OABC$ nằm giữa 4 mặt phẳng $x=1$; $x=2$; $y=1$; $y=2$ là

A. 2. B. 3. C. 1. D. 4.

HD Vẽ hình,

$$V = V_{EDFGHJ} = 2V_{D.EGHI} = 2 \cdot \frac{1}{3} \cdot 1 \cdot \frac{(1+2) \cdot 1}{2} = 1.$$

