

ĐỀ 04

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Trong không gian $Oxyz$ cho mặt cầu $(S): (x-3)^2 + y^2 + (z-2)^2 = 16$. Bán kính của (S) bằng

- A. 8. B. 32. C. 16. D. 4.

Câu 2: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $M(3;-2;5)$, $N(-1;6;-3)$. Mặt cầu đường kính MN có phương trình là:

- A. $(x+1)^2 + (y+2)^2 + (z+1)^2 = 6$. B. $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-1)^2 = 6$.
C. $(x+1)^2 + (y+2)^2 + (z+1)^2 = 36$. D. $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-1)^2 = 36$.

Câu 3: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x-2)^2 + (y+1)^2 + (z-1)^2 = 9$. Tìm tọa độ tâm I và bán kính R của mặt cầu (S)

- A. $I(-2;1;-1), R=3$. B. $I(-2;1;-1), R=9$.
C. $I(2;-1;1), R=3$. D. $I(2;-1;1), R=9$.

Câu 4: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, phương trình nào sau đây không phải là phương trình của một mặt cầu?

- A. $x^2 + y^2 + z^2 + 4x - 5y + 6z - 4 = 0$. B. $2x^2 + 2y^2 + 2z^2 + 4x - 5y + 6z = 0$
C. $x^2 + y^2 + z^2 + 2x + 4y - 4z + 10 = 0$. D. $x^2 + y^2 + z^2 + 4x - 5y + 6z - 5 = 0$

Câu 5: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, trong các mặt cầu dưới đây, mặt cầu nào có bán kính $R=2$?

- A. $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 4x + 2y + 2z - 3 = 0$.
B. $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 4x + 2y + 2z - 10 = 0$.
C. $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 4x + 2y + 2z + 2 = 0$.
D. $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 4x + 2y + 2z + 5 = 0$.

Câu 6: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, Phương trình nào sau đây là phương trình mặt cầu (S) tâm $A(2;1;0)$, đi qua điểm $B(0;1;2)$?

- A. $(S): (x+2)^2 + (y+1)^2 + z^2 = 8$. B. $(S): (x-2)^2 + (y-1)^2 + z^2 = 8$.
C. $(S): (x+2)^2 + (y+1)^2 + z^2 = 64$. D. $(S): (x+2)^2 + (y+1)^2 + z^2 = 64$.

Câu 7: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $I(3;1;5)$. Viết phương trình mặt cầu (S) tâm I và có bán kính $R=3$.

- A. $(S): (x-3)^2 + (y-1)^2 + (z-5)^2 = 9$.
B. $(S): (x-3)^2 + (y-1)^2 + (z-5)^2 = 3$.
C. $(S): (x+3)^2 + (y+1)^2 + (z+5)^2 = 9$.
D. $(S): (x+3)^2 + (y+1)^2 + (z+5)^2 = 3$.

Câu 8: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 4$. Diện tích của mặt cầu (S) là

- A. π . B. 4π . C. 16π . D. 32π .

Câu 9: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(2;1;3)$, $B(-1;3;2)$, $C(5;2;1)$. Viết phương trình mặt cầu (S) tâm A và đi qua trọng tâm G của tam giác ABC .

A. $(S): (x-2)^2 + (y-1)^2 + (z-3)^2 = 4$.

B. $(S): (x-2)^2 + (y-1)^2 + (z-3)^2 = 2$.

C. $(S): (x+2)^2 + (y+1)^2 + (z+3)^2 = 4$.

D. $(S): (x+2)^2 + (y+1)^2 + (z+3)^2 = 2$.

Câu 10: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, lập phương trình mặt cầu có tâm $I(1;1;1)$ và tiếp xúc với mặt phẳng $(P): 2x + y + 2z + 1 = 0$.

A. $(x-1)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 1$.

B. $(x-1)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 4$.

C. $(x+1)^2 + (y+1)^2 + (z+1)^2 = 4$.

D. $(x-1)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 2$.

Câu 11: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(1;-2;3)$, $B(-1;1;2)$. Tập hợp $M(x;y;z)$ sao cho $MA = \sqrt{2}MB$ là một mặt cầu có bán kính bằng

A. $\sqrt{7}$.

B. $4\sqrt{7}$.

C. $2\sqrt{7}$.

D. $\sqrt{14}$.

Câu 12: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, tính diện tích S của mặt cầu (S) có tâm $I(1;2;0)$, biết giao tuyến của mặt cầu (S) và mặt phẳng $(P): x + 2y + 2z + 1 = 0$ là đường tròn có chu vi bằng $\frac{3\pi}{2}$.

A. $S = 146\pi$.

B. $S = \frac{73\pi}{16}$.

C. $S = \frac{73\pi}{4}$.

D. $S = 73\pi$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(2;4;1)$, $B(-2;2;-3)$. Gọi I là tâm mặt cầu (S) có đường kính AB . Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) $I(0;3;-1)$, $R = 6$.

b) Phương trình mặt phẳng tiếp xúc mặt cầu tại A là $(P): 2x + y + 2z - 10 = 0$.

c) Bán kính đường tròn giao tuyến của mặt cầu với $(Q): 2x - y + 2z - 1 = 0$ là 5.

d) Gọi I' là tâm mặt cầu (S') sao cho diện tích mặt cầu (S) gấp 4 lần diện tích mặt cầu (S') . Khi đó $II' = \frac{11}{2}$.

Câu 2: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y - 6z - 11 = 0$. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) Mặt cầu (S) có tâm là $I(1;2;3)$ và bán kính $R = 25$.

b) Mặt phẳng (Q) tiếp xúc với mặt cầu (S) tại điểm $A(1;2;8)$ thì (Q) có phương trình $z - 8 = 0$ c) Mặt cầu (S) cắt mặt phẳng $(P): x + y + z - 3 = 0$ theo giao tuyến là đường tròn có bán kính $\sqrt{22}$.

d) Trên bề mặt của (S) có 288 điểm nguyên (điểm có hoành độ, tung độ, cao độ đều là các số nguyên).

Câu 3: Một tháp kiểm soát không lưu ở sân bay cao 109 m đặt một đài kiểm soát không lưu ở độ cao 105 m. Máy bay trong phạm vi cách đài kiểm soát 450 km sẽ hiển thị trên màn hình ra đa. Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ có gốc O trùng với vị trí chân tháp, mặt phẳng (Oxy) trùng với mặt đất sao cho trục Ox là hướng tây, trục Oy là hướng nam và trục Oz là trục thẳng đứng như hình vẽ dưới đây (đơn vị trên mỗi trục là kilômét).



Một máy bay đang ở vị trí A cách mặt đất 8 km, cách 268 km về phía đông, 185 km về phía nam so với tháp kiểm soát không lưu và đang chuyển động theo đường thẳng d có vectơ chỉ phương là $\vec{u} = (82; 76; 0)$ hướng về đài kiểm soát không lưu. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

- a) Đài kiểm soát không lưu có tọa độ là $(0; 0; 0)$.
- b) Vị trí A có tọa độ là $(-268; 185; 8)$
- c) Đài kiểm soát không lưu có phát hiện được máy bay tại vị trí A .
- d) Khoảng cách gần nhất giữa máy bay và đài kiểm soát không lưu là 217,96 km

Câu 4: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ (đơn vị trên mỗi trục là mét), tháp hải đăng Mũi Điện-Phú Yên (là nơi đón ánh bình minh đầu tiên trên đất liền Tổ Quốc), chân tháp được đặt vuông góc với mặt đất (chiều từ chân tháp lên đỉnh tháp cùng hướng với chiều dương của trục Oz) ở vị trí điểm $A(12.040.271; 1.418.620; 84)$.

Ngọn đèn của hải đăng được đặt trên đỉnh của tháp hải đăng hình trụ cao 26m so với mặt đất và sử dụng pin năng lượng mặt trời, có thể phát tín hiệu ánh sáng xa khoảng 27 hải lý tương đương 50 km. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:



- a) Mặt cầu mô tả ranh giới vùng phủ sáng trên biển của hải đăng có:

$$I(12.040.271; 1.418.620; 110); R = 50000 \text{ m}$$

- b) Phương trình mặt cầu mô tả ranh giới vùng phủ sáng trên biển của hải đăng là:

$$(S): (x - 12.040.271)^2 + (y - 1.418.620)^2 + (z - 84)^2 = 50.000^2$$

- c) Người đi biển ở trên Cù lao Mái nhà tại vị trí $B(12.026.000; 1.461.000; 0)$ nhìn thấy ánh đèn của ngọn hải đăng.

d) Điểm cực đông của mũi Điện là điểm $C(12.040.452;1.418.462;0)$. Từ điểm C một chiếc tàu di chuyển trên mặt biển (mặt phẳng (Oxy)) theo hướng của vector đơn vị $\vec{i}$. Để vẫn nhìn thấy ánh đèn của hải đăng thì khoảng cách tối đa tàu di chuyển là 50.000 mét.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn

Câu 1: Gọi (S) là mặt cầu đi qua 4 điểm $A(2;0;0), B(1;3;0), C(-1;0;3), D(1;2;3)$. Bình phương bán kính R của (S) bằng bao nhiêu?

Đáp án:

--	--	--	--

Câu 2: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(2;1;3)$; mặt phẳng $(P): 2x + 2y - z - 3 = 0$ và mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 6x - 4y - 10z + 2 = 0$. Gọi Δ là đường thẳng đi qua A , nằm trong mặt phẳng (P) và cắt (S) tại hai điểm M, N . Độ dài đoạn MN nhỏ nhất bằng a . Tính giá trị a^2 .

Đáp án:

--	--	--	--

Câu 3: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x-2)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 9$ và điểm $M(x_0; y_0; z_0)$ thuộc mặt cầu (S) . Khi biểu thức $P = x_0 + 2y_0 + 2z_0$ đạt giá trị nhỏ nhất thì giá trị $x_0 + y_0 + z_0$ bằng bao nhiêu?

Đáp án:

--	--	--	--

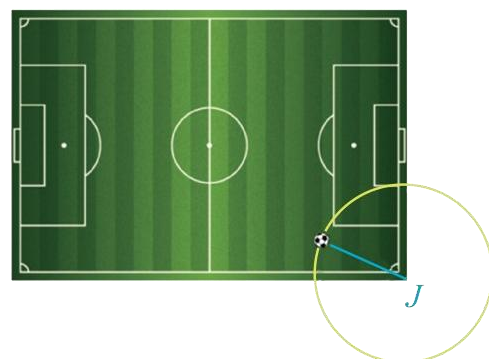
Câu 4: Bản vẽ thiết kế của một công trình được vẽ trong một hệ trục tọa độ $Oxyz$. Sàn nhà của công trình thuộc mặt phẳng (Oxz) , đường ống thoát nước thẳng và đi qua hai điểm $A(1;2;3), B(-1;4;-2)$ Tính góc tạo bởi đường ống thoát nước và mặt sàn.

Đáp án:

--	--	--	--

Câu 5: Công nghệ hỗ trợ trọng tài VAR (Video Assistant Referee) thiết lập một hệ tọa độ $Oxyz$ để theo dõi vị trí của quả bóng M . Cho biết M đang nằm trên mặt sân nằm trên mặt phẳng (Oyz) , đồng thời thuộc mặt cầu $(S): (x-12)^2 + (y-23)^2 + (z-4)^2 = 169$ (đơn vị độ dài tính theo mét). Gọi J là hình chiếu vuông góc của tâm I của mặt cầu (S) lên mặt sân. Tính khoảng cách từ vị trí M của quả bóng đến điểm J .

Đáp án:

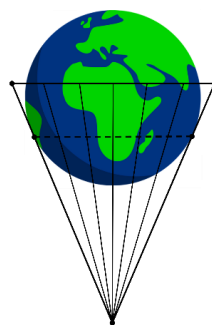


--	--	--	--

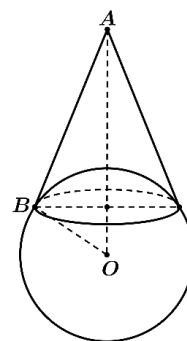
Câu 6: Nếu đứng trước biển và nhìn ra xa, người ta sẽ thấy một đường giao giữa mặt biển và bầu trời, đó là đường chân trời đối với người quan sát (Hình a) . Về mặt Vật lí, đường chân trời là đường giới hạn phần Trái Đất mà người quan sát có thể nhìn thấy được (phần còn lại bị chính Trái Đất che khuất). Ta có thể hình dung rằng, nếu người quan sát ở tại đỉnh một chiếc nón và Trái Đất được “thả” vào trong chiếc nón đó, thì đường chân trời trong trường hợp này là đường chạm giữa Trái Đất và chiếc nón (Hình b). Trong mô hình toán học, đường chân trời đối với người quan sát tại vị trí B là tập hợp những điểm A nằm trên bề mặt Trái Đất sao cho $BAO = 90^\circ$, với O là tâm Trái Đất (Hình c). Trong không gian $Oxyz$, giả sử bề mặt Trái Đất (S) có phương trình $x^2 + y^2 + z^2 = 1$ và người quan sát ở vị trí $B(3; 2; -2)$. Gọi A là một vị trí bất kì trên đường chân trời đối với người quan sát ở vị trí B . Tính khoảng cách AB .



a)



b)



c)

Đáp án:

--	--	--	--

-----HẾT-----