

CHƯƠNG 1. ĐẠO HÀM VÀ ỨNG DỤNG ĐỂ KHẢO SÁT VÀ VẼ ĐỒ THỊ HÀM SỐ

Bài 1. TÍNH ĐƠN ĐIỆU VÀ CỰC TRỊ CỦA HÀM SỐ

Dạng 1: Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn

Câu 1: Cho hàm số $f(x)$ có bảng xét dấu của đạo hàm như sau

x	$-\infty$		-2		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây

- A. $(-\infty; -2)$. B. $(1; +\infty)$. C. $(-2; 1)$. D. $(-2; +\infty)$.

Câu 2: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-3		-2		-1		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$		$-$	0	$+$	
y	$-\infty$		0		$+\infty$		2		$+\infty$

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(-3; -1)$. B. $(-\infty; 0)$. C. $(-2; -1)$. D. $(-3; -2) \cup (-2; -1)$.

Câu 3: Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-2		1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$		0		-3		$+\infty$

Hàm số đã cho nghịch biến trong khoảng nào dưới đây?

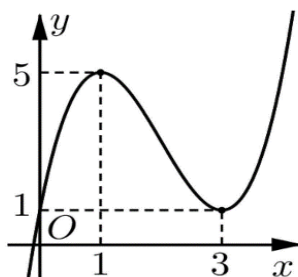
- A. $(-2; 1)$. B. $(1; +\infty)$. C. $(-3; 0)$. D. $(-\infty; -2)$.

Câu 4: Bảng biến thiên hình bên là của hàm số nào dưới đây?

x	$-\infty$		-2		$+\infty$
y'		$+$		$+$	
y	3		$+\infty$		3

- A. $y = x^4 - 4x^2 + 3$. B. $y = -x^3 + 3x - 2$. C. $y = \frac{4x-3}{x+1}$. D. $y = \frac{3x+4}{x+2}$

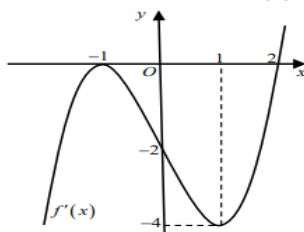
Câu 5: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ.



Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên khoảng

- A. $(0; 1)$. B. $(3; +\infty)$. C. $(1; 2)$. D. $(1; 5)$.

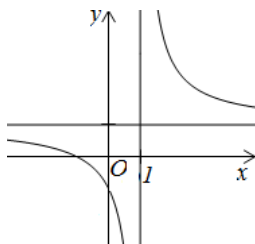
Câu 6: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và $f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới



Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

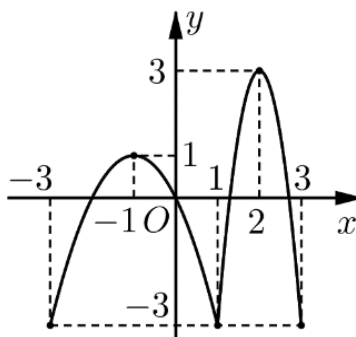
- A. $(-1; 1)$. B. $(-2; +\infty)$. C. $(1; +\infty)$. D. $(2; +\infty)$.

Câu 7: Đường cong ở hình bên là đồ thị của hàm số $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ với a, b, c, d là các số thực. Mệnh đề nào dưới đây đúng?



- A. $y' < 0, \forall x \neq 1$ B. $y' > 0, \forall x \in \mathbb{R}$
C. $y' < 0, \forall x \in \mathbb{R}$ D. $y' > 0, \forall x \neq 1$

Câu 8: Cho hàm số $f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào trong các khoảng sau



- A. $(0; 2)$. B. $(-2; 0)$. C. $(-3; -1)$. D. $(2; 3)$.

Câu 9: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = (x+1)^2(x-2)^3(2x+3)$. Tìm số điểm cực trị của $f(x)$

- A. 3. B. 2. C. 0. D. 1.

Câu 10: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x^2 - 2x, \forall x \in \mathbb{R}$. Hàm số $y = -2f(x)$ đồng biến trên khoảng

- A. $(0; 2)$. B. $(2; +\infty)$. C. $(-\infty; -2)$. D. $(-2; 0)$.

Câu 11: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ dưới đây.

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
y'	$-$	0	$+$	0	$-$
y	$+\infty$	0	1	0	$+\infty$

Giá trị cực đại của hàm số đã cho là

- A. $y = 1$. B. $x = 0$. C. $y = 0$. D. $x = 1$.

Câu 12: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
y'	$-$	0	$+$	0	$+$
y	$+\infty$	0	3	0	$+\infty$

Mệnh đề nào dưới đây là **sai**?

- A.** Hàm số có giá trị cực đại bằng 0.
C. Hàm số có ba điểm cực trị.

- B.** Hàm số có giá trị cực đại bằng 3.
D. Hàm số có hai điểm cực tiểu.

Dạng 2: Câu trắc nghiệm đúng, sai

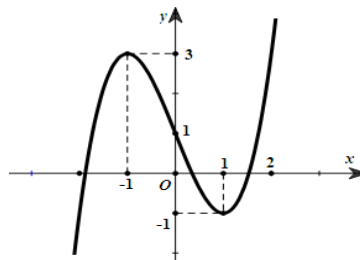
Câu 1: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên dưới đây:

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
y'	$-$	0	$+$	0	$+$
y	$+\infty$	-4	-3	-4	$+\infty$

Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a) Hàm số đạt cực đại tại $x=1$.
b) Hàm số có hai điểm cực đại.
c) Hàm số có ba điểm cực trị.
d) Hàm số đạt cực tiểu tại $x=0$.

Câu 2: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong như hình vẽ.



Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a) Đồ thị hàm số có điểm cực đại là $(-1; 3)$.
b) Đồ thị hàm số có điểm cực tiểu là $(-1; 1)$.
c) Đồ thị hàm số có điểm cực đại là $(1; -1)$.
d) Đồ thị hàm số có điểm cực đại là $(3; -1)$.

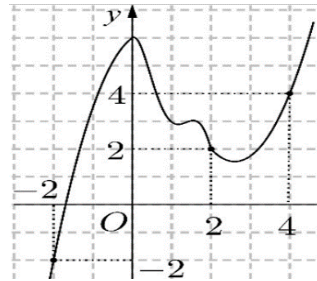
Câu 3: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như hình vẽ:

x	$-\infty$		-1		1		3		$+\infty$
y'		$-$	$ $	$+$	$ $	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$				2				$+\infty$

Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a) Hàm số có 1 điểm cực trị.
- b) Hàm số không có điểm cực trị.
- c) Hàm số có 2 điểm cực trị.
- d) Hàm số có 3 điểm cực trị.

Câu 4: Cho hàm số $y = f(x)$. Đồ thị của hàm số $y = f'(x)$ như hình vẽ. Đặt $h(x) = f(x) - x$.



Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a) $h(1) + 1 = h(4) < h(2)$.
- b) $h(0) = h(4) + 2 < h(2)$
- c) $h(-1) < h(0) < h(2)$.
- d) $h(2) < h(4) < h(0)$.

Dạng 3: Câu trắc nghiệm trả lời ngắn

Câu 1: Tìm các khoảng đơn điệu của hàm số $y = -\frac{1}{3}x^3 + x^2 - x + 5$.

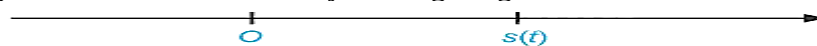
Câu 2: Tìm điểm cực trị của hàm số $y = \frac{x^2 + x + 1}{x + 1}$.

Câu 3: Tìm các khoảng đơn điệu và cực trị của hàm số $y = x^4 + 2x^2 - 3$.

Câu 4: Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để hàm số $y = \frac{x+3}{x+4m}$ nghịch biến trên khoảng $(2; +\infty)$?

Câu 5: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - 2mx^2 + 4x - 5$ đồng biến trên $\mathbb{R}$

Câu 6: Xét một chất điểm chuyển động trên một trục số nằm ngang, chiều dương từ trái sang phải (H.1.1). Giả sử vị trí $s(t)$ (mét) của chất điểm trên trục số đã chọn tại thời điểm t (giây) được cho bởi công thức $s(t) = t^3 - 9t^2 + 15t, t \geq 0$. Hỏi trong khoảng thời gian nào thì chất điểm chuyển động sang phải, trong khoảng thời gian nào thì chất điểm chuyển động sang trái?

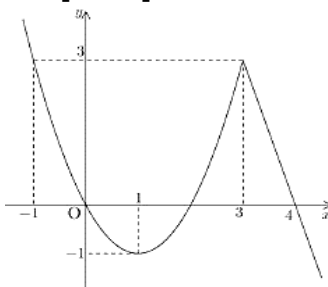


Hình 1.1

Bài 2. GIÁ TRỊ LỚN NHẤT VÀ GIÁ TRỊ NHỎ NHẤT CỦA HÀM SỐ

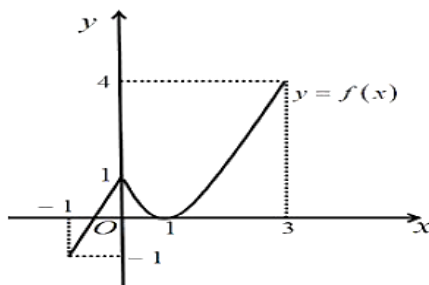
Dạng 1: Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn

Câu 1: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $[-1; +\infty)$ và có đồ thị như hình vẽ. Tìm giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = f(x)$ trên đoạn $[-1; 4]$.



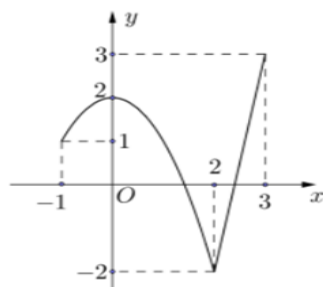
- A. 3. B. -1. C. -3. D. 0.

Câu 2: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[-1; 3]$ và có đồ thị như hình vẽ. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = f(x)$ trên đoạn $[-1; 3]$. Ta có giá trị của $M + 2m$ là



- A. $M + 2m = 1$. B. $M + 2m = 2$. C. $M + 2m = 3$. D. $M + 2m = 4$.

Câu 3: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[-1; 3]$ có đồ thị như hình vẽ bên. Gọi M và m lần lượt là giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số đã cho trên đoạn $[-1; 3]$. Giá trị $M - m$ bằng



- A. 0. B. 1. C. 4. D. 5.

Câu 4: Gọi M và m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = 2x^3 + 3x^2 - 12x + 2$ trên đoạn $[-1; 2]$. Tỉ số $\frac{M}{m}$ bằng

- A. $-\frac{6}{5}$. B. -3. C. $\frac{5}{2}$. D. -2.

Câu 5: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục và có bảng biến thiên trên đoạn $[-1; 3]$ như hình vẽ bên. Khẳng định nào sau đây **đúng**?

x	-1	0	2	3			
y'		+	0	-	0	+	
y			5		1		4

A. $\max_{[-1;3]} f(x) = f(0)$. B. $\max_{[-1;3]} f(x) = f(3)$. C. $\max_{[-1;3]} f(x) = f(2)$. D. $\max_{[-1;3]} f(x) = f(-1)$.

Câu 6: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	0	1	$+\infty$
y'	+		- 0	+
y	$-\infty$	0	-1	$+\infty$

Khẳng định nào sau đây là **sai**?

- A. Hàm số có giá trị cực tiểu bằng -1 .
 B. Hàm số đạt cực đại tại $x = 0$ và đạt cực tiểu tại $x = 1$.
 C. Hàm số có giá trị lớn nhất bằng 0 và giá trị nhỏ nhất bằng -1 .
 D. Hàm số có đúng hai cực trị.

Câu 7: Tìm giá trị lớn nhất của hàm số $y = \frac{2x-1}{x+5}$ trên đoạn $[-1; 3]$.

- A. $\frac{5}{8}$. B. $\frac{5}{3}$. C. $\frac{-3}{4}$. D. $-\frac{1}{5}$.

Câu 8: Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = x + \frac{9}{x}$ trên đoạn $[2; 4]$ là

- A. $\min_{[2;4]} y = 6$. B. $\min_{[2;4]} y = \frac{25}{4}$. C. $\min_{[2;4]} y = -6$. D. $\min_{[2;4]} y = \frac{13}{2}$.

Câu 9: Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = x - 5 + \frac{1}{x}$ trên khoảng $(0; +\infty)$ bằng bao nhiêu?

- A. 0. B. -1 . C. -3 . D. -2 .

Câu 10: Tìm giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \frac{1}{x^3} - \frac{1}{x}$ khi $x > 0$.

- A. $\frac{2\sqrt{3}}{9}$. B. $-\frac{1}{4}$. C. 0. D. $-\frac{2\sqrt{3}}{9}$.

Câu 11: Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \frac{x-1}{\sqrt{x^2+1}}$ bằng

- A. 0. B. $-\sqrt{2}$. C. -1 . D. -2 .

Dạng 2: Câu trắc nghiệm đúng, sai

Câu 1: Xét hàm số $y = \frac{x-1}{2x+1}$ trên $[0; 1]$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- a) $\min_{[0;1]} y = -\frac{1}{2}$. b) $\max_{[0;1]} y = 0$. c) $\max_{[0;1]} y = 1$. d) $\min_{[0;1]} y = \frac{1}{2}$.

Câu 2: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	0	1	$+\infty$	
y'	$+$	$\parallel$	$-$	0	$+$
y	$-\infty$	0	-1	$+\infty$	

Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a) Hàm số có giá trị lớn nhất bằng 0 và giá trị nhỏ nhất bằng -1 .
- b) Hàm số có hai cực trị.
- c) Hàm số có đúng một cực trị.
- d) Hàm số có giá trị cực tiểu bằng 1.

Câu 3: Gọi m và M lần lượt là giá trị nhỏ nhất và giá trị lớn nhất của hàm số $f(x) = x + \frac{4}{x}$ trên đoạn $[1; 3]$

Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a) $m + M = \frac{13}{3}$.
- b) $m + M = 5$.
- c) $m + M = 9$.
- d) $m + M = 4$.

Câu 4: Cho hàm số $y = \frac{x+m}{x+1}$ (m là tham số thực) thỏa mãn $\min_{[1;2]} y + \max_{[1;2]} y = \frac{16}{3}$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a) $m \leq 0$
- b) $m > 4$
- c) $0 < m \leq 2$
- d) $2 < m \leq 4$

Câu 5: Cho hàm số $y = \frac{\sin x + 1}{\sin^2 x + \sin x + 1}$. Gọi M là giá trị lớn nhất và m là giá trị nhỏ nhất của hàm số đã cho. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a) $M = m + \frac{3}{2}$.
- b) $M = \frac{3}{2}m$.
- c) $M = m + 1$.
- d) $M = m + \frac{2}{3}$.

Câu 6: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x^2(x-9)(x-4)^2$. Xét hàm số $y = g(x) = f(x^2)$ trên $\mathbb{R}$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a) Hàm số $y = g(x)$ đồng biến trên khoảng $(3; +\infty)$.
- b) Hàm số $y = g(x)$ nghịch biến trên khoảng $(-\infty; -3)$.
- c) Hàm số $y = g(x)$ có 5 điểm cực trị.
- d) $\min_{x \in \mathbb{R}} g(x) = f(9)$.

Dạng 3: Câu trắc nghiệm trả lời ngắn

Câu 1: Tìm giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = 2x^3 - 9x^2 + 12x + 1$ trên đoạn $[0; 3]$

Câu 2: Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất (nếu có) của hàm số $f(x) = \frac{x^2+9}{x}$ trên khoảng $(0; +\infty)$.

Câu 3: Tìm giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = 2\sqrt{1-x^2} + x^2$

Câu 4: Hộp sữa 1l được thiết kế dạng hình hộp chữ nhật với đáy là hình vuông cạnh x cm. Tìm x để diện tích toàn phần của hộp nhỏ nhất.

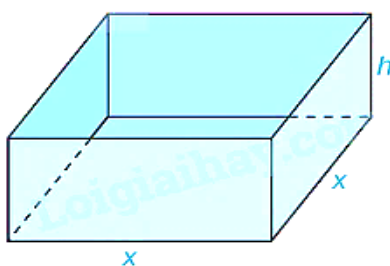
Câu 5: Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $f(x) = x^3 + 3x^2 + m^2 - 5$ có giá trị lớn nhất trên đoạn $[-1; 2]$ là 19.

Câu 6: Ông Nam cần xây dựng một bể chứa nước có dạng hình hộp chữ nhật không có nắp đáy để phục vụ cho việc tưới cây trong vườn. Do các điều kiện về diện tích vườn, ông Nam cần bể có thể tích là 36 m^3 , đáy bể có chiều dài gấp hai lần chiều rộng và chiều rộng không quá 4 m, biết rằng chi phí vật liệu xây dựng mỗi mét vuông diện tích bề mặt là như nhau. Hỏi chiều cao bể nước bằng bao nhiêu để tổng chi phí vật liệu là nhỏ nhất?

Câu 7: Một vật chuyển động theo quy luật $s = -2t^3 + 24t^2 + 9t - 3$ với t là khoảng thời gian tính từ lúc bắt đầu chuyển động và s là quãng đường vật đi được trong khoảng thời gian đó. Hỏi trong khoảng thời gian 10 giây, kể từ lúc bắt đầu chuyển động, vận tốc lớn nhất của vật đạt được bằng bao nhiêu?

Câu 8: Ông A dự định sử dụng hết $6,5 \text{ m}^2$ kính để làm một bể cá bằng kính có dạng hình hộp chữ nhật không nắp, chiều dài gấp đôi chiều rộng (các mối ghép có kích thước không đáng kể). Bể cá có dung tích lớn nhất bằng bao nhiêu (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)?

Câu 9: Một nhà sản xuất muốn thiết kế một chiếc hộp có dạng hình hộp chữ nhật không có nắp, có đáy là hình vuông và diện tích bề mặt bằng 108 cm^2 như Hình 1.17. Tìm các kích thước của chiếc hộp sao cho thể tích của hộp là lớn nhất.



Hình 1.17

Câu 10: Một nhà sản xuất cần làm ra những chiếc bình có dạng hình trụ với dung tích 1000 cm^3 . Mặt trên và mặt dưới của bình được làm bằng vật liệu có giá 1,2 nghìn đồng / cm^2 , trong khi mặt bên của bình được làm bằng vật liệu có giá 0,75 nghìn đồng / cm^2 . Tìm các kích thước của bình để chi phí vật liệu sản xuất mỗi chiếc bình là nhỏ nhất.

Bài 3. ĐƯỜNG TIỆM CẬN CỦA ĐỒ THỊ HÀM SỐ

Dạng 1: Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn

Câu 1: Cho hàm số $f(x)$ xác định và liên tục trên $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	$+\infty$
y'	-		-
y	5		$+\infty$
		$-\infty$	2

Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A. Đồ thị hàm số có hai TCN $y = 2$, $y = 5$ và có một TCD $x = -1$.
- B. Đồ thị hàm số có bốn đường tiệm cận.
- C. Đồ thị hàm số có hai đường tiệm cận.
- D. Đồ thị hàm số có một đường tiệm cận.

Câu 2: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ. Hỏi đồ thị của hàm số đã cho có bao nhiêu đường tiệm cận?

x	$-\infty$	-2	0	$+\infty$
y'			+	-
y			$+\infty$	1
		$-\infty$		0

- A. 1.
- B. 3.
- C. 2.
- D. 4.

Câu 3: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ

x	$-\infty$	0	2	$+\infty$
$f'(x)$	-		+	-
$f(x)$	3		4	2
		$-\infty$		2

Tổng số tiệm cận ngang và tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho là

- A. 3.
- B. 4.
- C. 2.
- D. 1.

Câu 4: Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{2-x}{x+3}$ là

- A. $x = 2$.
- B. $x = -3$.
- C. $y = -1$.
- D. $y = -3$.

Câu 5: Đường thẳng $x = 3$, $y = 2$ lần lượt là tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số

- A. $y = \frac{2x-3}{x+3}$.
- B. $y = \frac{x-3}{x+3}$.
- C. $y = \frac{3x-1}{x-3}$.
- D. $y = \frac{2x-3}{x-3}$.

Câu 6: Tổng số tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{x+2}{x^2-2}$ là

- A. 2.
- B. 1.
- C. 0.
- D. 3.

Câu 7: Số đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y = \frac{\sqrt{4-x^2}}{x^2-3x-4}$ là

- A. 3.
- B. 0.
- C. 2.
- D. 1.

Câu 8: Biết rằng đồ thị hàm số $y = \frac{ax+1}{bx-2}$ có tiệm cận đứng là $x = 2$ và tiệm cận ngang là $y = 3$

Hiệu $a - 2b$ có giá trị là

- A. 4.
- B. 0.
- C. 1.
- D. 5.

Câu 9: Tìm m để đồ thị hàm số $y = \frac{mx-2}{x^2-4}$ có đúng hai đường tiệm cận?

A. $m = 0$.

B. $m = 1$.

C. $m = -1$.

D. $m = \pm 1$.

Câu 10: Cho hàm số $y = \frac{mx+1}{x-2m}$ với tham số $m \neq 0$. Giao điểm của hai đường tiệm cận của đồ thị hàm số thuộc đường thẳng có phương trình nào dưới đây?

A. $2x + y = 0$.

B. $y = 2x$.

C. $x - 2y = 0$.

D. $x + 2y = 0$.

Câu 11: Cho hàm số $y = \frac{x+3}{x^2-6x+m}$. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để đồ thị hàm số chỉ có một tiệm cận đứng và một tiệm cận ngang?

A. 0.

B. 9.

C. -27.

D. 9 hoặc -27.

Câu 12: Đồ thị hàm số $y = \frac{1-\sqrt{4-x^2}}{x^2-2x-3}$ có số đường tiệm cận đứng là m và số đường tiệm cận ngang là n . Giá trị của $m+n$ là:

A. 1.

B. 2.

C. 3.

D. 0

Dạng 2: Câu trắc nghiệm đúng, sai

Câu 1: Cho hàm số $y = \frac{2x-1}{x-3}$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a) Đồ thị có đường tiệm cận đứng $x=3$, tiệm cận ngang $y=3$.
- b) Đồ thị có đường tiệm cận đứng $x=2$, tiệm cận ngang $y=2$.
- c) Đồ thị có đường tiệm cận đứng $x=2$, tiệm cận ngang $y=3$.
- d) Đồ thị có đường tiệm cận đứng $x=3$, tiệm cận ngang $y=2$.

Câu 2: Cho hàm số $y = f(x)$ có $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 3$ và $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 3$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a) Đồ thị hàm số không có đường tiệm cận ngang l.
- b) Đồ thị hàm số có 1 đường tiệm cận đứng là $x=3$.
- c) Đồ thị hàm số có duy nhất một đường tiệm cận ngang.
- d) Đồ thị hàm số có 1 đường tiệm cận ngang là $x=3$.

Câu 3: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên khoảng $(-5; -1)$ và có $\lim_{x \rightarrow (-5)^+} f(x) = 5$ $\lim_{x \rightarrow (-1)^-} f(x) = +\infty$.

Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a) Đồ thị hàm số $f(x)$ không có tiệm cận đứng.
- b) Đồ thị hàm số $f(x)$ có đúng một tiệm cận đứng là đường thẳng $x=-1$.
- c) Đồ thị hàm số $f(x)$ có hai đường tiệm cận ngang.
- d) Đồ thị hàm số $f(x)$ có hai tiệm cận đứng là các đường thẳng $x=-5$ và $x=-1$.

Câu 4: Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) Đồ thị hàm số $y = \frac{x+2}{x-1}$ có đường tiệm cận ngang là $y=1$

b) Đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{x^2+x-2}{x-2}$ là $x=2$

c) Phương trình đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{2x-3}{x+2}$ là $x = 3$

d) Cho hàm số $y = \frac{3x-1}{3x+2}$. Đồ thị hàm số có tiệm cận ngang là $y = 3$.

Câu 5: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình dưới đây, trong đó $m \in \mathbb{R}$.

x	$-\infty$	1	2	4	$+\infty$	
y'	-		+ 0 -		+	
y	$m-1$		-2		$3-m$	
	$-\infty$		-5	-5		$-\infty$

Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) Đồ thị hàm số có đúng 2 đường tiệm cận đứng và 1 đường tiệm cận ngang với mọi $m \in \mathbb{R}$.

b) Đồ thị hàm số có đúng 2 đường tiệm cận đứng và 2 đường tiệm cận ngang với mọi $m \in \mathbb{R} \setminus \{2\}$.

c) Đồ thị hàm số có đúng 2 đường tiệm cận đứng và 2 đường tiệm cận ngang với mọi $m \in \mathbb{R}$.

d) Đồ thị hàm số có đúng 1 đường tiệm cận đứng và 2 đường tiệm cận ngang với mọi $m \in \mathbb{R}$.

Câu 6: Cho hàm số $y = f(x)$ có $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 1$ và $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -1$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) Đồ thị hàm số đã cho không có tiệm cận ngang.

b) Đồ thị hàm số đã cho có đúng một tiệm cận ngang.

c) Đồ thị hàm số đã cho có hai tiệm cận ngang là các đường thẳng $y = 1$ và $y = -1$.

d) Đồ thị hàm số đã cho có hai tiệm cận ngang là các đường thẳng $x = 1$ và $x = -1$.

Câu 7: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình dưới đây, trong đó $m \in \mathbb{R}$.

x	$-\infty$	1	2	4	$+\infty$		
y'	-		+	0	-		+
y	$m-1$			-2			$3-m$
		$-\infty$	-5		-5	$-\infty$	

Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) Đồ thị hàm số có đúng 2 đường tiệm cận đứng và 1 đường tiệm cận ngang với mọi $m \in \mathbb{R}$.

b) Đồ thị hàm số có đúng 2 đường tiệm cận đứng và 2 đường tiệm cận ngang với mọi $m \in \mathbb{R} \setminus \{2\}$.

c) Đồ thị hàm số có đúng 2 đường tiệm cận đứng và 2 đường tiệm cận ngang với mọi $m \in \mathbb{R}$.

d) Đồ thị hàm số có đúng 1 đường tiệm cận đứng và 2 đường tiệm cận ngang với mọi $m \in \mathbb{R}$.

Câu 8: Cho hàm số $y = \frac{5x-3}{x^2+4x-m}$ với m là tham số thực. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) Nếu $m > -4$ đồ thị hàm số có ít nhất một tiệm cận đứng và một tiệm cận ngang.

b) Nếu $m = -4$ đồ thị hàm số có một tiệm cận ngang và một tiệm cận đứng.

c) Với mọi m hàm số luôn có hai tiệm cận đứng.

d) Nếu $m < -4$ đồ thị hàm số có một tiệm cận ngang.

Dạng 2: Câu trắc nghiệm trả lời ngắn

Câu 1: Trong mặt phẳng Oxy , hàm số $y = \frac{x-1}{x+1}$ đồ thị là (C) . Tìm tọa độ giao điểm của hai tiệm cận của (C) .

Câu 2: Tìm tiệm cận xiên của đồ thị hàm số $y = f(x) = \frac{x^2-3x+2}{x+3}$.

Câu 3: Số đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y = \frac{2x-1}{x^2-3x+2}$

Câu 4: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để đồ thị của hàm số $y = \frac{x-1}{x^2-2mx+4}$ có 3 đường tiệm cận.

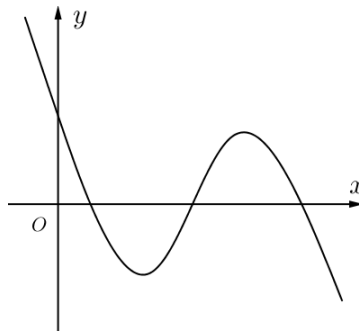
Câu 5: Gọi S là tập tất cả các giá trị của tham số m để đồ thị hàm số $y = \frac{x-1}{mx^2-3x+4}$ có đúng một tiệm cận đứng và một tiệm cận ngang. Tìm số phần tử của S .

Câu 6: Cho hàm số $y = \frac{2x+1}{x-1}$ (C) . Tính tổng tung độ các điểm M thỏa mãn M thuộc đồ thị (C) đồng thời khoảng cách từ M đến tiệm cận đứng của đồ thị (C) bằng khoảng cách từ M đến trục Ox .

Bài 4. KHẢO SÁT VÀ VẼ ĐỒ THỊ MỘT SỐ HÀM SỐ CƠ BẢN

Dạng 1: Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn

Câu 1: Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị như hình vẽ. Mệnh đề nào sau đây đúng?



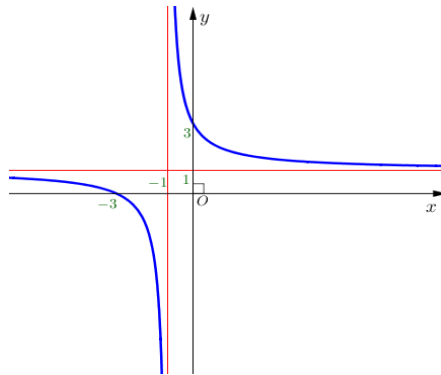
A. $a > 0, b > 0, c < 0, d > 0$.

B. $a < 0, b < 0, c < 0, d > 0$.

C. $a < 0, b > 0, c < 0, d > 0$.

D. $a < 0, b > 0, c > 0, d < 0$.

Câu 2: Cho hàm số $y = \frac{ax+b}{x+1}$ có đồ thị như hình vẽ bên.



Tìm khẳng định đúng trong các khẳng định sau?

A. $0 < a < b$.

B. $a < b < 0$.

C. $b < 0 < a$.

D. $0 < b < a$

Câu 3: Đường thẳng $d : y = 3x + 1$ cắt đồ thị (C) của hàm số $y = \frac{2x^2 - 2x + 3}{x - 1}$ tại hai điểm phân biệt

A, B . Tính độ dài AB .

A. $AB = 4\sqrt{15}$

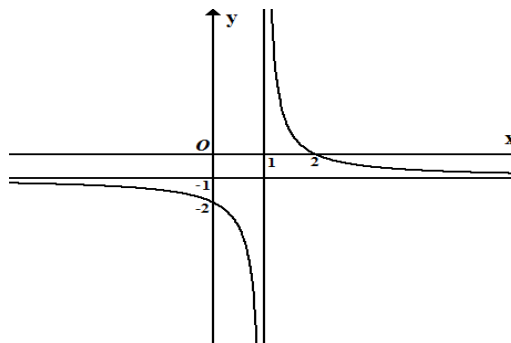
B. $AB = 4\sqrt{2}$

C. $AB = 4\sqrt{10}$

D. $AB = 4\sqrt{6}$

Câu 4: Cho hàm số $y = \frac{ax+b}{x+c}$ có đồ thị như hình bên với $a, b, c \in \mathbb{Z}$. Tính giá trị của biểu thức

$T = a - 3b + 2c$?



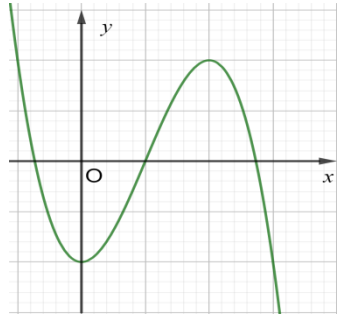
A. $T = 12$.

B. $T = 10$.

C. $T = -9$.

D. $T = -7$.

Câu 5: Đường cong trong hình bên dưới là đồ thị của hàm số nào trong bốn hàm số dưới đây?



A. $y = x^3 - 3x^2 + 2$.

B. $y = -x^3 + 3x + 2$.

C. $y = -x^3 + 3x^2 - 2$.

D. $y = x^3 - 3x + 2$.

Câu 6: Với giá trị nào của m thì đồ thị hàm số: $y = \frac{2x^2 + 6mx + 4}{mx + 2}$ đi qua điểm $A(-1; 4)$?

A. $m = -1$.

B. $m = \frac{1}{2}$.

C. $m = 1$.

D. $m = 2$.

Câu 7: Tìm tham số m để đồ thị hàm số $y = x^3 + (2m+1)x^2 + (1-5m)x + 3m+2$ đi qua điểm $A(2; 3)$.

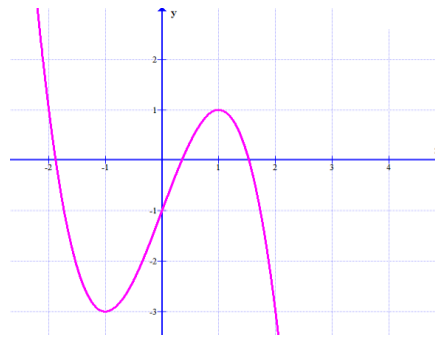
A. $m = 10$.

B. $m = -10$.

C. $m = 13$.

D. $m = -13$.

Câu 8: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ có đồ thị như hình vẽ.



Phương trình $f(x) = m$ có ba nghiệm thực phân biệt khi và chỉ khi

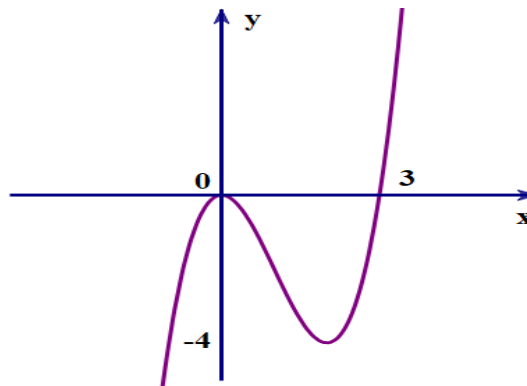
A. $m \in (-3; 1)$.

B. $m \in [-3; 1]$.

C. $m \in (-1; 3)$.

D. $m \in [-1; 3]$.

Câu 9: Cho đồ thị $y = f(x)$. Tìm m để phương trình $f(x) + 1 = m$ có đúng 3 nghiệm?



A. $-3 < m < 1$.

B. $-4 < m < 0$.

C. $-5 < m < 1$.

D. $-4 < m < 1$.

Câu 10: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ có bảng biến thiên sau

x	$-\infty$		0		$+\infty$
y'		$+$	$ $	$-$	
y	-5		2		1

Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để phương trình $f(x) = m$ có nghiệm duy nhất?

- A. 7. B. 6. C. 5. D. 8.

Câu 11: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ.

x	$-\infty$	-2	0	$+\infty$			
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	0	-4	$+\infty$			

Số nghiệm của phương trình $2^{f(x)-1} = 4$ là

- A. 2. B. 3. C. 1. D. 4.

Câu 12: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên

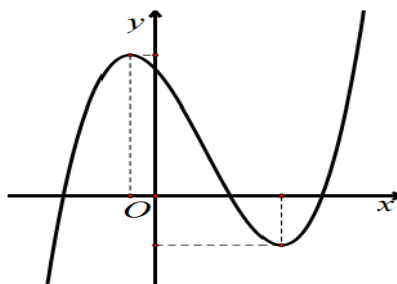
x	$-\infty$	1	2	$+\infty$			
y'		$+$	0	$-$	$ $	$+$	
y	2	5	-1	6			

Khẳng định nào sau đây là khẳng định sai?

- A. Tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $f(x) = m + 1$ có nghiệm là $-2 \leq m < 5$.
 B. Đồ thị hàm số đã cho có hai tiệm cận ngang là các đường thẳng $y = 2$ và $y = 6$.
 C. Hàm số có giá trị lớn nhất bằng 6 và giá trị nhỏ nhất bằng -1 .
 D. Hàm số đã cho có đúng hai cực trị.

Dạng 2: Câu trắc nghiệm đúng, sai

Câu 1: Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị như hình vẽ sau



Các mệnh đề sau đúng hay sai?

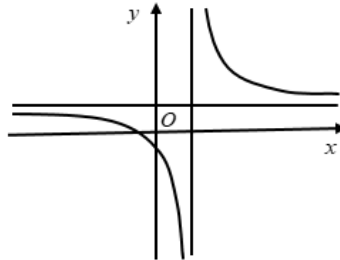
- a) $a < 0, b < 0, c < 0, d > 0$

b) $a > 0, b < 0, c > 0, d < 0$

c) $a > 0, b < 0, c < 0, d > 0$

d) $a > 0, b < 0, c > 0, d > 0$

Câu 2: Cho hàm số $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ có đồ thị như sau.



Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) $ac > 0; bd > 0$

b) $ab < 0; cd < 0$

c) $bc > 0; ad < 0$

d) $ad > 0; bd < 0$

Câu 3: Cho hàm số $y = \frac{2x}{x+2}$ có đồ thị (C) và điểm $M(x_0; y_0) \in (C)$ ($x_0 \neq 0$). Biết rằng khoảng cách từ $I(-2; 2)$ đến tiếp tuyến của (C) tại M là lớn nhất, Các mệnh đề sau đúng hay sai?

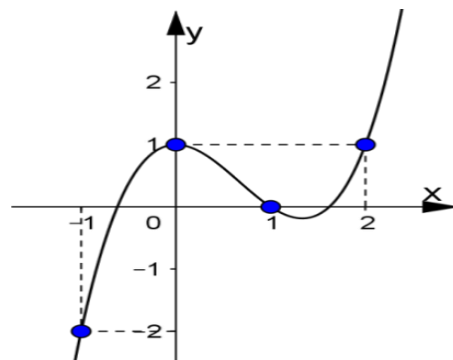
a) $2x_0 + y_0 = 0$

b) $2x_0 + y_0 = 2$

c) $2x_0 + y_0 = -2$

d) $2x_0 + y_0 = -4$

Câu 4: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)$ liên tục trên R . Hàm $f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ.



Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) $f(-3) < f(-2)$

b) Hàm số $f(x)$ đồng biến trên khoảng $(-\infty; -1)$.

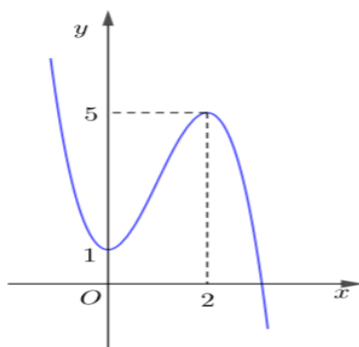
c) $f(0) < f(1)$.

d) Hàm số $f(x)$ đạt cực đại tại $x = 0$.

Dạng 3: Câu trắc nghiệm trả lời ngắn

Câu 1: Cho hàm số $y = \frac{x^3}{3} + x^2 - 2x + 1$ có đồ thị. Viết phương trình tiếp tuyến của tại điểm $M\left(1; \frac{1}{3}\right)$.

Câu 2: Cho hàm bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị trong hình bên. Tìm số nghiệm của phương trình $f(x) = 2$

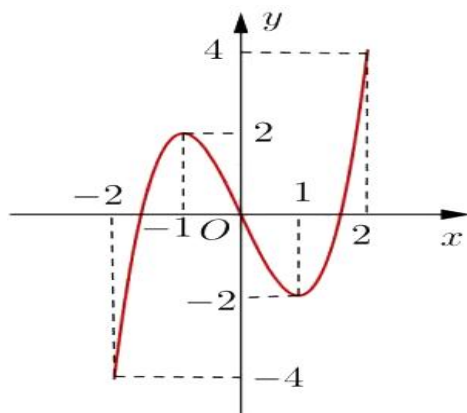


Câu 3: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ có bảng biến thiên sau

x	$-\infty$		0		$+\infty$
y'		+			-
y	-5		2		1

Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để phương trình $f(x) = m$ có nghiệm duy nhất?

Câu 4: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định và liên tục trên đoạn $[-2; 2]$ và có đồ thị là đường cong trong hình vẽ bên dưới. Xác định giá trị của tham số m để phương trình $|f(x)| = m$ có số nghiệm thực nhiều nhất.



Câu 5: Anh Nam có một mảnh đất rộng và muốn dành ra một khu đất hình chữ nhật có diện tích 200 m^2 để trồng vài loại cây mới. Anh dự kiến rào quanh ba cạnh của khu đất hình chữ nhật này bằng lưới thép, cạnh còn lại (chiều dài) sẽ tận dụng bức tường có sẵn (Hình 1.36). Do điều kiện địa lí, chiều rộng khu

đất không vượt quá 15 m, hỏi chiều rộng của khu đất này bằng bao nhiêu để tổng chiều dài lưới thép cần dùng là ngắn nhất (nghĩa là chi phí rào lưới thép thấp nhất)?



Hình 1.36

Câu 6: Có bao nhiêu giá trị của m để đồ thị của hàm số $y = \frac{x}{1-x}$ cắt đường thẳng $y = x - m$ tại hai điểm phân biệt A, B sao cho góc giữa hai đường thẳng OA và OB bằng 60° (O là gốc tọa độ)?