

BÀI 2. KHOẢNG CÁCH- THỂ TÍCH

A. Tóm tắt kiến thức

1. KHOẢNG CÁCH TỪ MỘT ĐIỂM ĐẾN MỘT ĐƯỜNG THẲNG, ĐẾN MỘT MẶT PHẪNG

Định nghĩa

- ✓ Nếu H là hình chiếu vuông góc của điểm M trên đường thẳng a thì độ dài đoạn MH được gọi là khoảng cách từ M đến đường thẳng a , kí hiệu $d(M, a)$. Vậy $d(M, a) = MH$.
- ✓ Nếu H là hình chiếu vuông góc của điểm M trên mặt phẳng (P) thì độ dài đoạn MH được gọi là khoảng cách từ M đến mặt phẳng (P) , kí hiệu $d(M, (P))$. Vậy $d(M, (P)) = MH$.

Chú ý:

- ✓ Ta quy ước: $d(M, a) = 0$ khi và chỉ khi M thuộc a ,
- ✓ $d(M, (P)) = 0$ khi và chỉ khi M thuộc (P) .

2. KHOẢNG CÁCH GIỮA CÁC ĐƯỜNG THẲNG VÀ MẶT PHẪNG SONG SONG. KHOẢNG CÁCH GIỮA HAI MẶT PHẪNG SONG SONG

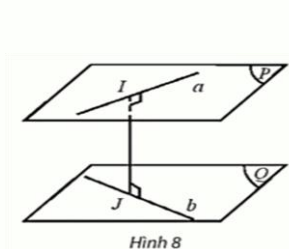
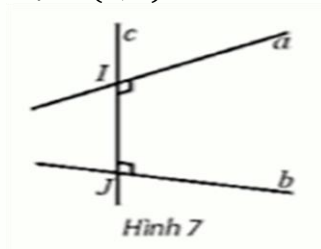
Định nghĩa

- ✓ Khoảng cách giữa hai đường thẳng song song a và b là khoảng cách từ một điểm bất kì trên a đến b , kí hiệu $d(a, b)$.
- ✓ Khoảng cách giữa đường thẳng a và mặt phẳng (P) song song với a là khoảng cách từ một điểm bất kì trên a đến (P) , kí hiệu $d(a, (P))$.
- ✓ Khoảng cách giữa hai mặt phẳng song song (P) và (Q) là khoảng cách từ một điểm bất kì trên (P) đến (Q) , kí hiệu $d((P), (Q))$.

3. KHOẢNG CÁCH GIỮA HAI ĐƯỜNG THẲNG CHÉO NHAU

Định nghĩa

- ✓ Đường thẳng c vừa vuông góc, vừa cắt hai đường thẳng chéo nhau a và b được gọi là đường vuông góc chung của a và b .
- ✓ Nếu đường vuông góc chung của hai đường thẳng chéo nhau a và b cắt chúng lần lượt tại I và J thì đoạn IJ gọi là đoạn vuông góc chung của a và b .
- ✓ Khoảng cách giữa hai đường thẳng chéo nhau là độ dài đoạn vuông góc chung của hai đường thẳng đó, kí hiệu $d(a, b)$.



Chú ý:

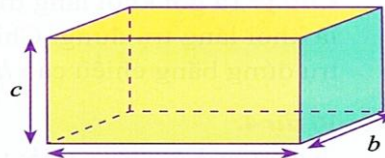
- ✓ a) Khoảng cách giữa hai đường thẳng chéo nhau a và b bằng khoảng cách giữa một trong hai đường đến mặt phẳng song song với nó và chứa đường còn lại.
- ✓ b) Khoảng cách giữa hai đường thẳng chéo nhau bằng khoảng cách giữa hai mặt phẳng song

4. Công thức tính thể tích của khối chóp, khối lăng trụ, khối hộp

Phương pháp

Thể tích khối hộp chữ nhật

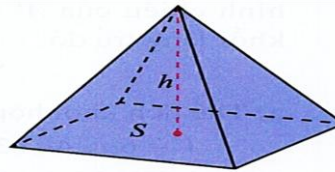
- ✓ Thể tích khối hộp chữ nhật bằng tích ba kích thước $V = abc$.



Hình 12

Thể tích khối chóp

- ✓ Khoảng cách h từ đỉnh đến mặt phẳng đáy của một hình chóp gọi là chiều cao của hình chóp đó. Người ta chứng minh được công thức sau đây:
- ✓ Thể tích khối chóp bằng một phần ba diện tích đáy nhân với chiều cao $V = \frac{1}{3}Sh$.



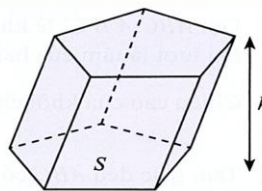
Hình 13

Thể tích khối chóp cắt đều

- ✓ Để tìm thể tích khối chóp cắt đều, ta sử dụng công thức sau đây: $V = \frac{1}{3}h(S + \sqrt{SS'} + S')$ với h là chiều cao và S, S' là diện tích hai đáy.

Thể tích khối lăng trụ

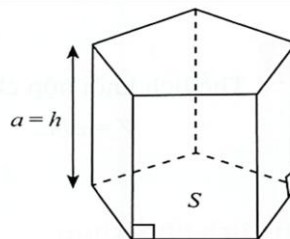
- ✓ Khoảng cách h giữa hai mặt phẳng đáy của hình lăng trụ là chiều cao của hình lăng trụ đó. Khoảng cách h giữa hai mặt phẳng đáy của hình lăng trụ là chiều cao của hình lăng trụ đó.
- ✓ Thể tích khối lăng trụ bằng tích diện tích đáy và chiều cao $V = Sh$.



Hình 15

Chú ý:

- ✓ Ta gọi khối lăng trụ có cạnh bên vuông góc với đáy là khối lăng trụ đứng. Chiều dài cạnh bên a của khối lăng trụ đứng bằng chiều cao h và ta có công thức: $V = Sa$.



Hình 16

B. Dạng toán rèn luyện

♦Dạng 1: Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn

Câu 1: Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy là $a\sqrt{2}$ và tam giác SAC đều. Tính độ dài cạnh bên của hình chóp.

- A. $2a$. B. $a\sqrt{2}$. C. $a\sqrt{3}$. D. a .

Câu 2: Cho tứ diện $ABCD$ có $AC = 3a, BD = 4a$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm AD và BC . Biết AC vuông góc BD . Tính MN .

- A. $MN = \frac{5a}{2}$. B. $MN = \frac{7a}{2}$. C. $MN = \frac{a\sqrt{7}}{2}$. D. $MN = \frac{a\sqrt{5}}{2}$.

Câu 3: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh a , $SA \perp (ABC)$, góc giữa hai mặt phẳng (ABC) và (SBC) là 60° . Độ dài cạnh SA bằng

- A. $\frac{3a}{2}$. B. $\frac{a}{2}$. C. $a\sqrt{3}$. D. $\frac{a}{\sqrt{3}}$.

Câu 4: Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có tất cả các cạnh đều bằng a . Góc tạo bởi cạnh bên và mặt phẳng đáy bằng 30° . Hình chiếu H của A trên mặt phẳng $(A'B'C')$ là trung điểm của $B'C'$. Tính theo a khoảng cách giữa hai mặt phẳng đáy của lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

- A. $\frac{a}{2}$. B. $\frac{a}{3}$. C. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$. D. $\frac{a\sqrt{2}}{2}$.

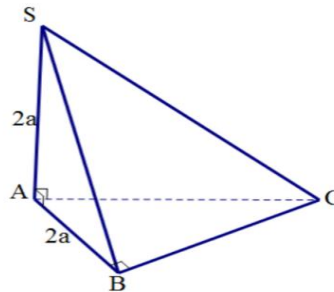
Câu 5: Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AD = 2a$, $CD = a$, $AA' = a\sqrt{2}$. Đường chéo AC' có độ dài bằng

- A. $a\sqrt{5}$. B. $a\sqrt{7}$. C. $a\sqrt{6}$. D. $a\sqrt{3}$.

Câu 6: Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AD = 2a$, $CD = a$, $AA' = a\sqrt{2}$. Đường chéo AC' có độ dài bằng:

- A. $a\sqrt{5}$. B. $a\sqrt{7}$. C. $a\sqrt{6}$. D. $a\sqrt{3}$.

Câu 7: Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA \perp ABC$, $SA = AB = 2a$, tam giác ABC vuông tại B (tham khảo hình vẽ). Khoảng cách từ A đến mặt phẳng SBC bằng



- A. $a\sqrt{3}$. B. a . C. $2a$. D. $a\sqrt{2}$.

Câu 8: Cho hình chóp $SABC$ có đáy là tam giác vuông tại A , $AB = a$, $AC = a\sqrt{3}$, SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA = 2a$. Khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng (SBC) bằng

- A. $\frac{a\sqrt{57}}{19}$. B. $\frac{2a\sqrt{57}}{19}$. C. $\frac{2a\sqrt{3}}{19}$. D. $\frac{2a\sqrt{38}}{19}$.

Câu 9: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông cân tại B , $2SA = AC = 2a$ và SA vuông góc với đáy. Khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SBC) là

- A. $\frac{2a\sqrt{6}}{3}$. B. $\frac{4a\sqrt{3}}{3}$. C. $\frac{a\sqrt{6}}{3}$. D. $\frac{a\sqrt{3}}{3}$.

Câu 10: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B và cạnh bên SB vuông góc với mặt phẳng đáy. Biết $SB = 3a$, $AB = 4a$, $BC = 2a$. Khoảng cách từ B đến mặt phẳng (SAC) bằng

- A. $\frac{12\sqrt{61}a}{61}$. B. $\frac{3\sqrt{14}a}{14}$. C. $\frac{4a}{5}$. D. $\frac{12\sqrt{29}a}{29}$.

Câu 11: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông đỉnh B , $AB = a$, SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA = 2a$. Khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SBC) bằng

- A. $\frac{2\sqrt{5}a}{5}$. B. $\frac{\sqrt{5}a}{3}$. C. $\frac{2\sqrt{2}a}{3}$. D. $\frac{\sqrt{5}a}{5}$.

Câu 12: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh $\sqrt{3}a$, SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA = a$. Khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SBC) bằng

- A. $\frac{\sqrt{5}a}{3}$. B. $\frac{\sqrt{3}a}{2}$. C. $\frac{\sqrt{6}a}{6}$. D. $\frac{\sqrt{3}a}{3}$.

Câu 13: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông cân tại C , $BC = a$, SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA = a$. Khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SBC) bằng

- A. $\sqrt{2}a$. B. $\frac{\sqrt{2}a}{2}$. C. $\frac{a}{2}$. D. $\frac{\sqrt{3}a}{2}$.

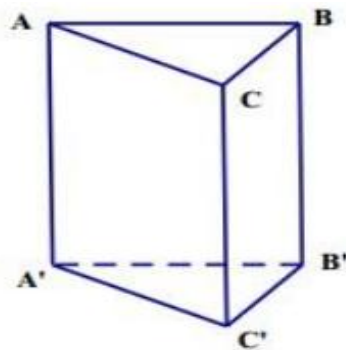
Câu 14: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông đỉnh B , $AB = a$, SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA = a$. Khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng (SBC) bằng

- A. $\frac{a}{2}$. B. a . C. $\frac{a\sqrt{6}}{3}$. D. $\frac{a\sqrt{2}}{2}$.

Câu 15: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng 1. Tính khoảng cách d từ điểm A đến mặt phẳng (BDA') .

- A. $d = \frac{\sqrt{3}}{3}$. B. $d = \frac{\sqrt{6}}{4}$. C. $d = \frac{\sqrt{2}}{2}$. D. $d = \sqrt{3}$.

Câu 16: Cho hình lăng trụ đứng $ABCA'B'C'$ có đáy là tam giác ABC vuông tại A có $BC = 2a$, $AB = a\sqrt{3}$, (tham khảo hình vẽ bên). Khoảng cách từ A đến mặt phẳng $(BCC'B')$ là



- A. $\frac{a\sqrt{5}}{2}$. B. $\frac{a\sqrt{7}}{3}$. C. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$. D. $\frac{a\sqrt{21}}{7}$.

Câu 17: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông tâm O , SA vuông góc với mặt đáy. Hỏi mệnh đề nào sau đây là sai?

- A. $d(B, (SCD)) = 2d(O, (SCD))$. B. $d(A, (SBD)) = d(B, (SAC))$.
C. $d(C, (SAB)) = d(C, (SAD))$. D. $d(S, (ABCD)) = SA$.

Câu 18: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông tâm O , $SA \perp (ABCD)$. Gọi I là trung điểm của SC . Khoảng cách từ I đến mặt phẳng $(ABCD)$ bằng độ dài đoạn thẳng nào?

- A. IB . B. IC . C. IA . D. IO .

Câu 19: Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a . Gọi M là trung điểm của SD . Khoảng cách từ M đến mặt phẳng (SAC) bằng

- A. $\frac{a\sqrt{2}}{2}$. B. $\frac{a\sqrt{2}}{4}$. C. $\frac{a}{2}$. D. $\frac{a}{4}$.

Câu 20: Cho tứ diện đều $S.ABCD$ có tất cả các cạnh đều bằng $2a$, gọi M là điểm thuộc cạnh AD sao cho $DM = 2MA$. Tính khoảng cách từ M đến mặt phẳng (BCD) .

- A. $\frac{2a\sqrt{6}}{9}$. B. $a\sqrt{6}$. C. $\frac{4a\sqrt{6}}{9}$. D. $\frac{2a\sqrt{6}}{3}$.

Câu 21: Cho khối chóp $S.ABC$ có chiều cao bằng 3, đáy ABC có diện tích bằng 10. Thể tích khối chóp $S.ABC$ bằng

- A. 2. B. 15. C. 10. D. 30.

Câu 22: Cho khối chóp $S.ABC$ có chiều cao bằng 3, đáy ABC có diện tích bằng 10. Thể tích khối chóp $S.ABC$ bằng

- A. 15. B. 10. C. 2. D. 30.

Câu 23: Cho khối chóp $S.ABC$ có chiều cao bằng 5, đáy ABC có diện tích bằng 6. Thể tích khối chóp $S.ABC$ bằng

A. 11.

B. 10.

C. 15.

D. 30.

Câu 24: Cho khối chóp $S.ABC$ có chiều cao bằng 5, đáy ABC có diện tích bằng 6. Thể tích khối chóp $S.ABC$ bằng

A. 30.

B. 10.

C. 15.

D. 11.

Câu 25: Cho khối chóp có diện tích đáy $B = 7$ và chiều cao $h = 6$. Thể tích khối chóp đã cho bằng

A. 42.

B. 126.

C. 14.

D. 56.

Câu 26: Cho khối lăng trụ có diện tích đáy B và chiều cao h . Thể tích V của khối lăng trụ đã cho được tính theo công thức nào dưới đây?

A. $V = \frac{1}{3}Bh$.

B. $V = \frac{4}{3}Bh$.

C. $V = 6Bh$.

D. $V = Bh$.

Câu 27: Cho khối lăng trụ có diện tích đáy là $3a^2$ và chiều cao $2a$. Thể tích khối lăng trụ đã cho bằng

A. a^3 .

B. $6a^3$.

C. $3a^3$.

D. $2a^3$.

Câu 28: Thể tích khối lập phương cạnh 2 bằng

A. 6.

B. 8.

C. 4.

D. 2.

Câu 29: Cho khối hộp chữ nhật có 3 kích thước 3; 4; 5. Thể tích của khối hộp đã cho bằng?

A. 10.

B. 20.

C. 12.

D. 60.

Câu 30: Tính thể tích V của khối lập phương $ABCD.A'B'C'D'$, biết $AC' = a\sqrt{3}$.

A. $V = a^3$

B. $V = \frac{3\sqrt{6}a^3}{4}$

C. $V = 3\sqrt{3}a^3$

D. $V = \frac{1}{3}a^3$

Câu 31: Lăng trụ tam giác đều có độ dài tất cả các cạnh bằng 3. Thể tích khối lăng trụ đã cho bằng:

A. $\frac{27\sqrt{3}}{4}$.

B. $\frac{9\sqrt{3}}{2}$.

C. $\frac{9\sqrt{3}}{4}$.

D. $\frac{27\sqrt{3}}{2}$.

Câu 32: Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác vuông cân tại B , $AB = a$ và $A'B = a\sqrt{3}$. Thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ là

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$

B. $\frac{a^3}{6}$

C. $\frac{a^3}{2}$

D. $\frac{a^3\sqrt{2}}{2}$

Câu 33: Một khối chóp có diện tích đáy bằng 6 và chiều cao bằng 5. Thể tích của khối chóp đã cho bằng

A. 10.

B. 30.

C. 90.

D. 15.

Câu 34: Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA = a\sqrt{2}$. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABCD$

A. $V = \frac{\sqrt{2}a^3}{6}$

B. $V = \frac{\sqrt{2}a^3}{4}$

C. $V = \sqrt{2}a^3$

D. $V = \frac{\sqrt{2}a^3}{3}$

Câu 35: Cho khối chóp $S.ABC$ có SA vuông góc với đáy, $SA = 4$, $AB = 6$, $BC = 10$ và $CA = 8$. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABC$.

- A. $V = 32$ B. $V = 192$ C. $V = 40$ D. $V = 24$

Câu 36: Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA = \sqrt{2}a$. Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$.

- A. $\frac{\sqrt{2}a^3}{6}$ B. $\frac{\sqrt{2}a^3}{4}$ C. $\sqrt{2}a^3$ D. $\frac{\sqrt{2}a^3}{3}$

Câu 37: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh a , cạnh bên SA vuông góc với đáy và thể tích của khối chóp đó bằng $\frac{a^3}{4}$. Tính cạnh bên SA .

- A. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$. B. $\frac{a\sqrt{3}}{3}$. C. $a\sqrt{3}$. D. $2a\sqrt{3}$.

Câu 38: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a . Biết $SA \perp (ABC)$ và $SA = a\sqrt{3}$. Tính thể tích khối chóp $S.ABC$.

- A. $\frac{a}{4}$ B. $\frac{a^3}{2}$ C. $\frac{a^3}{4}$ D. $\frac{3a^3}{4}$

Câu 39: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh a . Cạnh bên SC vuông góc với mặt phẳng (ABC) , $SC = a$. Thể tích khối chóp $S.ABC$ bằng

- A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$ B. $\frac{a^3\sqrt{2}}{12}$ C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{9}$ D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$

Câu 40: Cho tứ diện $ABCD$ có AD vuông góc với mặt phẳng (ABC) biết đáy ABC là tam giác vuông tại B và $AD = 10$, $AB = 10$, $BC = 24$. Tính thể tích của tứ diện $ABCD$.

- A. $V = 1200$ B. $V = 960$ C. $V = 400$ D. $V = \frac{1300}{3}$

Câu 41: Cho tứ diện $ABCD$ có tam giác ABD đều cạnh bằng 2, tam giác ABC vuông tại B , $BC = \sqrt{3}$. Biết khoảng cách giữa hai đường thẳng chéo nhau AB và CD bằng $\frac{\sqrt{11}}{2}$. Khi đó độ dài cạnh CD là

- A. $\sqrt{2}$. B. 2. C. 1. D. $\sqrt{3}$.

Câu 42: Cho hình bình hành $ABCD$. Qua A, B, C, D lần lượt vẽ bốn nửa đường thẳng Ax, By, Cz, Dt cùng phía so với $(ABCD)$ song song với nhau và không nằm trong mặt phẳng $(ABCD)$. Một mặt phẳng (β) lần lượt cắt các nửa đường thẳng Ax, By, Cz, Dt tại A', B', C', D' thỏa mãn $AA' = 2, BB' = 3, CC' = 4$. Hãy tính DD' .

- A. 3. B. 7. C. 2. D. 5.

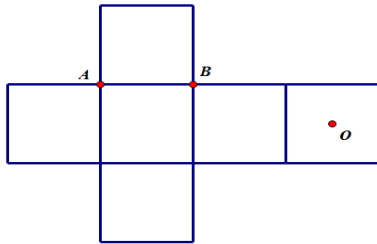
Câu 43: Cho tứ diện $ABCD$ có tam giác ABD đều cạnh bằng 2, tam giác ABC vuông tại B , $BC = \sqrt{3}$. Biết khoảng cách giữa hai đường thẳng chéo nhau AB và CD bằng $\frac{\sqrt{11}}{2}$. Khi đó độ dài cạnh CD là

A. $\sqrt{2}$. B. 2. C. 1. D. $\sqrt{3}$.

Câu 44: Cho hình chóp $S.ABCD$ có $SA \perp (ABCD)$, $SA = 2a$, $ABCD$ là hình vuông cạnh bằng a . Gọi O là tâm của $ABCD$, tính khoảng cách từ O đến SC .

A. $\frac{a\sqrt{2}}{4}$. B. $\frac{a\sqrt{3}}{3}$. C. $\frac{a\sqrt{3}}{4}$. D. $\frac{a\sqrt{2}}{3}$.

Câu 45: Một hình lập phương được tạo thành khi xếp miếng bìa carton như hình vẽ bên.



Tính khoảng cách từ điểm O đến đường thẳng AB sau khi xếp, biết rằng độ dài đoạn thẳng AB bằng $2a$.

A. $\frac{a\sqrt{5}}{2}$. B. $\frac{a\sqrt{5}}{4}$. C. $\frac{a\sqrt{5}}{3}$. D. $a\sqrt{5}$.

Câu 46: Cho hình chóp $S.ABC$ có tam giác ABC là tam giác vuông tại A , $AC = a\sqrt{3}$, $ABC = 30^\circ$. Góc giữa SC và mặt phẳng ABC bằng 60° . Cạnh bên SA vuông góc với đáy. Khoảng cách từ A đến (SBC) bằng bao nhiêu?

A. $\frac{a\sqrt{6}}{\sqrt{35}}$. B. $\frac{a\sqrt{3}}{\sqrt{35}}$. C. $\frac{2a\sqrt{3}}{\sqrt{35}}$. D. $\frac{3a}{\sqrt{5}}$.

Câu 47: Cho hình chóp $S.MNPQ$ có đáy là hình vuông cạnh $MN = 3a\sqrt{2}$, SM vuông góc với mặt phẳng đáy, $SM = 3a$, với $0 < a \in \mathbb{R}$. Khoảng cách từ điểm M đến mặt phẳng (SNP) bằng

A. $a\sqrt{3}$. B. $2a\sqrt{6}$. C. $2a\sqrt{3}$. D. $a\sqrt{6}$.

Câu 48: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đường cao $SA = 2a$, đáy $ABCD$ là hình thang vuông ở A và D , $AB = 2a$, $AD = CD = a$. Khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng (SBC) bằng

A. $\frac{2a}{\sqrt{3}}$. B. $\frac{2a}{\sqrt{2}}$. C. $\frac{2a}{3}$. D. $a\sqrt{2}$.

Câu 49: Cho hình chóp $S.ABC$ có SA vuông góc với mặt phẳng (ABC) , đáy ABC là tam giác vuông cân tại B , $AC = a\sqrt{2}$. Gọi G là trọng tâm tam giác SAB và K là hình chiếu của điểm A

trên cạnh SC . Gọi α là góc giữa hai mặt phẳng (ABC) và (AGK) . Tính $\cos \alpha$, biết rằng khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng (KBC) bằng $\frac{a}{\sqrt{2}}$.

A. $\cos \alpha = \frac{1}{2}$. B. $\cos \alpha = \frac{\sqrt{2}}{2}$. C. $\cos \alpha = \frac{\sqrt{3}}{2}$. D. $\cos \alpha = \frac{\sqrt{3}}{3}$.

Câu 50: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ cạnh a . Tính khoảng cách từ A đến mặt phẳng $(A'BD)$ theo a .

A. $\frac{a\sqrt{3}}{3}$. B. $a\sqrt{3}$. C. $2a\sqrt{3}$. D. $\frac{a\sqrt{3}}{6}$.

Câu 51: Cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có tất cả các cạnh bằng a . Khoảng cách từ A đến mặt phẳng $(A'BC)$ bằng

A. $\frac{a\sqrt{12}}{7}$. B. $\frac{a\sqrt{21}}{7}$. C. $\frac{a\sqrt{6}}{4}$. D. $\frac{a\sqrt{3}}{4}$.

Câu 52: Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A , $AA' = AC = a$ và $AB = a\sqrt{3}$. Khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng $(A'BC)$ bằng

A. $\frac{a\sqrt{21}}{7}$. B. $\frac{a\sqrt{3}}{7}$. C. $\frac{a\sqrt{21}}{3}$. D. $\frac{a\sqrt{7}}{3}$.

Câu 53: Cho tứ diện $OABC$ có OA, OB, OC đôi một vuông góc. Biết $OA = a, OB = 2a, OC = a\sqrt{3}$. Tính khoảng cách từ điểm O đến mặt phẳng (ABC) .

A. $\frac{a\sqrt{3}}{\sqrt{2}}$. B. $\frac{2a\sqrt{3}}{\sqrt{19}}$. C. $\frac{a\sqrt{17}}{\sqrt{19}}$. D. $\frac{a}{\sqrt{19}}$.

Câu 54: Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O ; mặt phẳng (SAC) vuông góc với mặt phẳng (SBD) . Biết khoảng cách từ O đến các mặt phẳng $(SAB), (SBC), (SCD)$ lần lượt là $1; 2; \sqrt{5}$. Tính khoảng cách d từ O đến mặt phẳng (SAD) .

A. $d = \sqrt{\frac{19}{20}}$. B. $d = \sqrt{\frac{20}{19}}$. C. $d = \sqrt{2}$. D. $d = \frac{\sqrt{2}}{2}$.

Câu 55: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật, cạnh $AB = 2AD = 2a$. Tam giác SAB đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy $(ABCD)$ Tính khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng (SBD) .

A. $\frac{a\sqrt{3}}{4}$. B. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$. C. $\frac{a}{2}$. D. a .

Câu 56: Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng $2a$ và chiều cao bằng $a\sqrt{3}$. Khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SCD) bằng.

A. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

B. a .

C. $a\sqrt{3}$.

D. $2a$.

Câu 57: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh $4a$. Gọi H là điểm thuộc đường thẳng AB sao cho $3\overrightarrow{HA} + \overrightarrow{HB} = 0$. Hai mặt phẳng (SAB) và (SHC) đều vuông góc với mặt phẳng đáy. Tính khoảng cách từ B đến mặt phẳng (SHC) .

A. $\frac{5a}{6}$.

B. $\frac{12a}{5}$.

C. $\frac{6a}{5}$.

D. $\frac{5a}{12}$.

Câu 58: Cho hình chóp $S.ABCD$ có tất cả các cạnh đều bằng a . Gọi F là trung điểm của cạnh SA . Tính khoảng cách từ S đến mặt phẳng (FCD) ?

A. $\frac{1}{2}a$.

B. $\sqrt{\frac{1}{5}}a$.

C. $\sqrt{\frac{2}{11}}a$.

D. $\sqrt{\frac{2}{9}}a$.

Câu 59: Cho hình chóp $S.ABC$ có SA vuông góc với mặt phẳng đáy. Biết góc $BAC = 30^\circ$, $SA = a$ và $BA = BC = a$. Gọi D là điểm đối xứng với B qua AC . Khoảng cách từ B đến mặt phẳng (SCD) bằng

A. $\frac{\sqrt{21}}{7}a$.

B. $\frac{2\sqrt{21}}{7}a$.

C. $\frac{\sqrt{21}}{14}a$.

D. $\frac{\sqrt{2}}{2}a$.

Câu 60: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là nửa lục giác đều nội tiếp đường tròn đường kính $AD = 2a$, SA vuông góc với đáy và $SA = a\sqrt{3}$. Gọi H là hình chiếu của A lên SB . Khoảng cách từ H đến mặt phẳng (SCD) bằng

A. $\frac{a\sqrt{6}}{3}$.

B. $\frac{3a\sqrt{6}}{8}$.

C. $\frac{a\sqrt{6}}{2}$.

D. $\frac{3a\sqrt{6}}{16}$.

Câu 61: Cho hình chóp $S.ABCD$ đáy là hình thoi tâm O cạnh a , $ABC = 60^\circ$, $SA \perp (ABCD)$, $SA = \frac{3a}{2}$. Khoảng cách từ O đến mặt phẳng (SBC) bằng

A. $\frac{3a}{8}$.

B. $\frac{5a}{8}$.

C. $\frac{3a}{4}$.

D. $\frac{5a}{4}$.

Câu 62: Cho một chậu nước hình chóp cụt đều (hình vẽ) có chiều cao bằng $3dm$, đáy là lục giác đều, độ dài cạnh đáy lớn bằng $2dm$ và độ dài cạnh đáy nhỏ bằng $1dm$. Tính thể tích của chậu nước

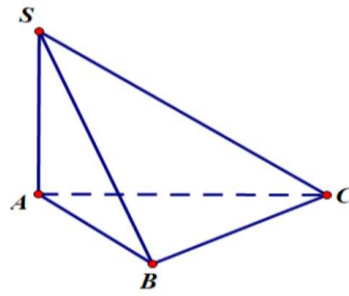
A. $\frac{21\sqrt{3}}{2}dm^3$.

B. $\frac{21\sqrt{2}}{4}dm^3$.

C. $\frac{21}{2}dm^3$.

D. $\frac{21\sqrt{6}}{4}dm^3$.

Câu 63: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a , cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy, góc giữa SA và mặt phẳng (SBC) bằng 45° (tham khảo hình bên). Thể tích khối chóp $S.ABC$ bằng



A. $\frac{a^3}{8}$.

B. $\frac{3a^3}{8}$.

C. $\frac{\sqrt{3}a^3}{12}$.

D. $\frac{a^3}{4}$.

Câu 64: Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a , SA vuông góc với đáy và khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SBC) bằng $\frac{a\sqrt{2}}{2}$. Tính thể tích của khối chóp đã cho.

A. $\frac{a^3}{3}$

B. a^3

C. $\frac{\sqrt{3}a^3}{9}$

D. $\frac{a^3}{2}$

Câu 65: Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, $AB = a$, $AD = a\sqrt{3}$, SA vuông góc với mặt phẳng đáy và mặt phẳng (SBC) tạo với đáy một góc 60° . Tính thể tích V của khối chóp $S.ABCD$.

A. $V = 3a^3$

B. $V = \frac{\sqrt{3}a^3}{3}$

C. $V = a^3$

D. $V = \frac{a^3}{3}$

Câu 66: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a , SA vuông góc với đáy, SC tạo với mặt phẳng (SAB) một góc 30° . Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$

A. $\frac{2a^3}{3}$

B. $\frac{\sqrt{2}a^3}{3}$

C. $\frac{\sqrt{6}a^3}{3}$

D. $\sqrt{2}a^3$

Câu 67: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông cân tại C , cạnh bên SA vuông góc với mặt đáy, biết $AB = 4a$, $SB = 6a$. Thể tích khối chóp $S.ABC$ là V . Tỷ số $\frac{a^3}{3V}$ là

A. $\frac{\sqrt{5}}{80}$

B. $\frac{\sqrt{5}}{40}$

C. $\frac{\sqrt{5}}{20}$

D. $\frac{3\sqrt{5}}{80}$

Câu 68: Cho hình chóp tam giác $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B , $AB = a$, $ACB = 60^\circ$, cạnh bên SA vuông góc với mặt đáy và SB hợp với mặt đáy một góc 45° . Tính thể tích V của khối chóp $S.ABC$.

A. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{18}$

B. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{12}$

C. $V = \frac{a^3}{2\sqrt{3}}$

D. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{9}$

Câu 69: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật $AB = a$ và $AD = 2a$, cạnh bên SA vuông góc với đáy. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABCD$ biết góc giữa hai mặt phẳng (SBD) và $(ABCD)$ bằng 60° .

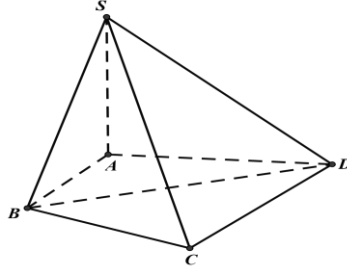
A. $V = \frac{a^3 \sqrt{15}}{15}$

B. $V = \frac{a^3 \sqrt{15}}{6}$

C. $V = \frac{4a^3 \sqrt{15}}{15}$

D. $V = \frac{a^3 \sqrt{15}}{3}$

Câu 70: Cho hình chóp $S.ABCD$ có $AB = 5\sqrt{3}$, $BC = 3\sqrt{3}$, góc $BAD = BCD = 90^\circ$, $SA = 9$ và SA vuông góc với đáy. Biết thể tích khối chóp $S.ABCD$ bằng $66\sqrt{3}$, tính cotang của góc giữa mặt phẳng (SBD) và mặt đáy.



A. $\frac{20\sqrt{273}}{819}$

B. $\frac{\sqrt{91}}{9}$

C. $\frac{3\sqrt{273}}{20}$

D. $\frac{9\sqrt{91}}{9}$

Câu 71: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều, $SA \perp (ABC)$. Mặt phẳng (SBC) cách A một khoảng bằng a và hợp với mặt phẳng (ABC) góc 30° . Thể tích của khối chóp $S.ABC$ bằng

A. $\frac{8a^3}{9}$

B. $\frac{8a^3}{3}$

C. $\frac{\sqrt{3}a^3}{12}$

D. $\frac{4a^3}{9}$

Câu 72: Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a . Hai mặt phẳng (SAB) và (SAD) cùng vuông góc với đáy. Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$ biết rằng $SC = a\sqrt{3}$.

A. $V_{S.ABCD} = a^3$

B. $V_{S.ABCD} = \frac{a^3}{3}$

C. $V_{S.ABCD} = \frac{a^3 \sqrt{3}}{3}$

D. $V_{S.ABCD} = \frac{a^3 \sqrt{3}}{9}$

Câu 73: Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh a , $AA' = 2a$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm các cạnh AA', BB' và G là trọng tâm tam giác ABC . Mặt phẳng (MNG) cắt CA, CB lần lượt tại E, F . Thể tích của khối đa diện có sáu đỉnh A, B, M, N, E, F bằng

A. $\frac{2\sqrt{3}a^3}{27}$

B. $\frac{\sqrt{3}a^3}{27}$

C. $\frac{2a^3}{27}$

D. $\frac{\sqrt{3}a^3}{7}$

Câu 74: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , mặt bên SAB là tam giác cân tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy; góc giữa SC và mặt phẳng đáy bằng 45° . Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$ bằng:

A. $\frac{a^3 \sqrt{3}}{12}$

B. $\frac{a^3 \sqrt{3}}{9}$

C. $\frac{a^3 \sqrt{5}}{24}$

D. $\frac{a^3 \sqrt{5}}{6}$

Câu 75: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, tam giác SAB là tam giác đều cạnh a và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Mặt phẳng (SCD) tạo với đáy góc 30° . Thể tích khối chóp $S.ABCD$ là?

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$

B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$

C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{36}$

D. $\frac{5a^3\sqrt{3}}{36}$

Câu 76: Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh bằng $\sqrt{2}a$. Tam giác SAD cân tại S và mặt bên (SAD) vuông góc với mặt phẳng đáy. Biết thể tích khối chóp $S.ABCD$ bằng $\frac{4}{3}a^3$. Tính khoảng cách h từ B đến mặt phẳng (SCD) .

A. $h = \frac{4}{3}a$

B. $h = \frac{3}{2}a$

C. $h = \frac{2\sqrt{5}}{5}a$

D. $h = \frac{\sqrt{6}}{3}a$

Câu 77: Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh bằng $\sqrt{2}a$. Tam giác SAD cân tại S và mặt bên (SAD) vuông góc với mặt phẳng đáy. Biết thể tích khối chóp $S.ABCD$ bằng $\frac{4}{3}a^3$. Tính khoảng cách h từ B đến mặt phẳng (SCD)

A. $h = \frac{3}{4}a$

B. $h = \frac{2}{3}a$

C. $h = \frac{4}{3}a$

D. $h = \frac{8}{3}a$

Câu 78: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông và tam giác SAB đều nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Biết khoảng cách giữa hai đường thẳng SA và BD bằng $\sqrt{21}$. Hãy cho biết cạnh đáy bằng bao nhiêu?

A. $\sqrt{21}$

B. 21

C. $7\sqrt{3}$

D. 7

Câu 79: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang vuông tại A và B , $BC = \frac{1}{2}AD = a$. Tam giác SAB đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy, góc giữa SC và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng α sao cho $\tan \alpha = \frac{\sqrt{15}}{5}$. Tính thể tích khối chóp $S.ACD$ theo a .

A. $V_{S.ACD} = \frac{a^3}{2}$

B. $V_{S.ACD} = \frac{a^3}{3}$

C. $V_{S.ACD} = \frac{a^3\sqrt{2}}{6}$

D. $V_{S.ACD} = \frac{a^3\sqrt{3}}{6}$

Câu 80: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật; $AB = a$; $AD = 2a$. Tam giác SAB cân tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Góc giữa đường thẳng SC và mp $(ABCD)$ bằng 45° . Gọi M là trung điểm của SD . Tính theo a khoảng cách d từ điểm M đến (SAC) .

A. $d = \frac{a\sqrt{1513}}{89}$

B. $d = \frac{2a\sqrt{1315}}{89}$

C. $d = \frac{a\sqrt{1315}}{89}$

D. $d = \frac{2a\sqrt{1513}}{89}$

Câu 81: Cho lăng trụ $ABC \cdot A'B'C'$ có thể tích bằng 24. Gọi M, N và P lần lượt là các điểm nằm trên các cạnh $A'B', B'C'$ và BC sao cho M là trung điểm của $A'B'$, $B'N = \frac{3}{4}B'C'$ và $BP = \frac{1}{4}BC$. Đường thẳng NP cắt đường thẳng BB' tại E và đường thẳng EM cắt đường thẳng AB tại Q . Thể tích của khối đa diện lồi $AQPCA'MNC'$ bằng

A. $\frac{59}{3}$

B. $\frac{5}{3}$

C. $\frac{49}{3}$

D. $\frac{29}{3}$

Câu 82: Cho khối chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a , góc giữa mặt bên và mặt đáy bằng 60° . Thể tích V của khối chóp $S.ABCD$ bằng

A. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{2}$

B. $V = \frac{a^3\sqrt{2}}{2}$

C. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{6}$

D. $V = \frac{a^3\sqrt{2}}{6}$

♦Dạng 2: Câu trắc nghiệm đúng, sai

Câu 1: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là vuông cạnh a . Biết SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA = a\sqrt{3}$. Vẽ đường cao AH của tam giác SAB . Vẽ đường cao AK của tam giác SAD . Khi đó:

a) $BC \perp AH$

b) Khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SBC) bằng: $\frac{a\sqrt{3}}{2}$

c) Khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SBD) bằng: $\frac{a\sqrt{2}}{7}$

d) Khoảng cách từ C đến mặt phẳng (AHK) bằng: $\frac{a\sqrt{5}}{5}$

Câu 2: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật với $AB = a\sqrt{2}$, $AC = a\sqrt{3}$. Cạnh bên $SA = 2a$ và vuông góc với mặt đáy $(ABCD)$. Khi đó:

a) $AD \parallel (SBC)$

b) Khoảng cách từ D đến mặt phẳng (SBC) bằng: $\frac{a\sqrt{3}}{3}$

c) Khoảng cách giữa hai đường thẳng SD, AB bằng: $\frac{2a\sqrt{5}}{5}$

d) Thể tích khối chóp $S.ABCD$ bằng: $\frac{\sqrt{2}a^3}{3}$

Câu 3: Cho hình chóp $S.ABC$ có mặt bên (SAB) vuông góc với mặt đáy và tam giác SAB đều cạnh $2a$. Biết tam giác ABC vuông tại C và cạnh $AC = a\sqrt{3}$. Khi đó:

a) $SH \perp (ABC)$

b) $d(S, (ABC)) = a\sqrt{3}$

c) $d(C, (SAB)) = \frac{a\sqrt{3}}{3}$

d) Thể tích của khối chóp $S.ABC$ bằng $\frac{a^3}{6}$.

Câu 4: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật với $AB = 2a$, $AD = a$. Hình chiếu của S lên mặt phẳng $(ABCD)$ là trung điểm H của AB và $\angle SCH = 45^\circ$. Khi đó:

- a) $BC \perp (SAB)$
- b) $d(H, (SBC)) = \frac{a\sqrt{6}}{3}$
- c) Gọi K là trung điểm CD khi đó: $CD \perp (SHK)$
- d) $d(H, (SCD)) = \frac{a\sqrt{6}}{2}$

Câu 5: Cho hình hộp chữ nhật $ABCD \cdot A'B'C'D'$ có $AB = a, AD = b, AA' = c$. Khi đó:

- a) $AB \perp (ADD'A')$
- b) Khoảng cách từ điểm A đến đường thẳng BD' bằng: $\frac{\sqrt{b^2 + c^2}}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}}$
- c) Gọi I, J theo thứ tự là tâm của các hình chữ nhật $ADD'A', BCC'B'$. Khi đó IJ là đường vuông góc chung của hai đường thẳng AD' và $B'C$.
- d) Khoảng cách hai đường thẳng AD' và $B'C$ bằng $2a$

Câu 6: Cho hình chóp đều $S.ABC$ có cạnh đáy bằng a , gọi O là tâm của đáy và $SO = \frac{a\sqrt{3}}{3}$. Khi đó:

- a) $AO = \frac{a\sqrt{3}}{2}$
- b) $d(O, SA) = \frac{a\sqrt{6}}{6}$.
- c) Kẻ đường cao AI của tam giác ABC , khi đó: $OI = \frac{a\sqrt{3}}{6}$
- d) $d(O, (SBC)) = \frac{a\sqrt{15}}{12}$

Câu 7: Cho lăng trụ đứng $ABC \cdot A'B'C'$ có $AC = a, BC = 2a, \angle ACB = 120^\circ$. Gọi M là trung điểm của BB' . Khi đó:

- a) $d(CC', (ABB'A')) = \frac{a\sqrt{21}}{7}$
- b) $d(CC', AM) = \frac{a\sqrt{21}}{12}$
- c) $AA' \perp (ABC), AA' \perp (A'B'C')$

d) Biết khoảng cách giữa hai mặt đáy lăng trụ bằng $2a$. Khi đó thể tích khối lăng trụ là: $a^3\sqrt{3}$

Câu 8: Cho hình chóp $S.ABCD$ có $SA \perp (ABCD)$, $SA = a\sqrt{3}$, $ABCD$ là hình vuông cạnh bằng a . Khi đó:

a) $d(A, (SBC)) = \frac{\sqrt{3}}{3}a$

b) $AD // (SBC)$

c) $d(D, (SBC)) = \frac{\sqrt{3}}{2}a$

d) Gọi M là trung điểm SA . Khi đó: $d(M, (SBC)) = \frac{\sqrt{3}}{4}a$

Câu 9: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác ABC vuông tại B có $AB = 1$, $ACB = 30^\circ$. Biết SA vuông góc với mặt đáy và $SA = 2$. Gọi H là hình chiếu của A trên SB . Khi đó:

a) $d(A, SB) = AH$

b) $d(B, (SAC)) = \frac{\sqrt{3}}{3}$

c) $BC = \sqrt{3}$

d) Thể tích khối chóp $S.ABC$ bằng: $\frac{\sqrt{3}}{6}$

Câu 10: Cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC \cdot A'B'C'$ có cạnh đáy bằng $2a$, khoảng cách từ điểm A' đến mặt phẳng $(A'B'C')$ bằng $\frac{a\sqrt{3}}{2}$. Khi đó:

a) Trong mặt phẳng $(A'B'C')$, kẻ $A'H \perp B'C'$ tại H . Khi đó: $B'C' \perp (AA'H)$

b) $d((ABC), (A'B'C')) = a$.

c) Diện tích đáy của lăng trụ là: $a^2\sqrt{5}$

d) Thể tích khối lăng trụ là: $a^3\sqrt{3}$

Câu 11: Cho hình tam giác đều $S.ABC$ có cạnh đáy bằng a và cạnh bên bằng b ($a \neq b$). Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) Đoạn thẳng MN là đường vuông góc chung của AB và SC (M và N lần lượt là trung điểm của AB và SC).

b) Góc giữa các cạnh bên và mặt đáy bằng nhau.

c) Hình chiếu vuông góc của S lên trên mặt phẳng (ABC) là trọng tâm tam giác ABC .

d) SA vuông góc với BC .

Câu 12: Cho hình chóp $S.ABCD$ có $SA \perp (ABCD)$ và đáy $ABCD$ là hình vuông tâm O . Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a) $((SBC), (ABCD)) = SBA$.
- b) $d(D, (SAC)) = DO$.
- c) $(SC, (SAD)) = CSD$.
- d) $d(CD, SB) = BD$.

Câu 13: Cho hình chóp $SABCD$ có $SA = x$ và tất cả các cạnh đều bằng nhau và bằng a . Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a) $(SAC) \perp (ABCD)$.
- b) Tam giác SAC là tam giác vuông.
- c) $(SAC) \perp (SBD)$.
- d) Chiều cao của hình chóp $S.ABCD$ là $h = \frac{\sqrt{a^2 + x^2}}{2}$.

Câu 14: Xét khối tứ diện $ABCD$ có cạnh AB, CD thỏa mãn $AB^2 + CD^2 = 18$ và các cạnh còn lại đều bằng 5. Biết thể tích khối tứ diện $ABCD$ đạt giá trị lớn nhất có dạng $V_{\max} = \frac{x\sqrt{y}}{4}$; $x, y \in \mathbb{N}^*$; $(x; y) = 1$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a) $x + y^2 - xy > 4550$.
- b) $xy + 2x + y > 2550$.
- c) $x^2 - xy + y^2 < 5240$.
- d) $x^3 - y > 19602$.

Câu 15: Nếu ba kích thước của hình hộp chữ nhật được tăng lên hoặc giảm đi lần lượt k_1, k_2, k_3 lần, nhưng thể tích vẫn không thay đổi. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a) $k_1 k_2 k_3 = 1$.
- b) $k_1 + k_2 + k_3 = k_1 k_2 k_3$.
- c) $k_1 + k_2 + k_3 = 1$.
- d) $k_1 k_2 + k_1 k_3 + k_2 k_3 = 1$.

Câu 16: Cho hình chóp tam giác đều $S.ABC$ có độ dài cạnh đáy bằng a , cạnh bên bằng $a\sqrt{3}$. Gọi O là tâm của đáy ABC , d_1 là khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SBC) và d_2 là khoảng cách từ O đến mặt phẳng (SBC) . Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a) $SO \perp (ABC)$

b) $d_1 = d_2$

c) $d_1 = 3d_2$

d) $d = d_1 + d_2 = \frac{8a\sqrt{2}}{33}$.

Câu 17: Xét khối tứ diện $ABCD$ có cạnh $AB = x$, các cạnh còn lại đều bằng $2\sqrt{3}$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) Diện tích tam giác BCD bằng $S_{BCD} = 3\sqrt{3}$

b) $V_{ABCD} = \frac{\sqrt{3}}{3} x \sqrt{36 - x^2}$

c) Khi $x = 3$ thì $V = \frac{9}{4}$

d) Khi $x = 3\sqrt{2}$ thì thể tích khối tứ diện $ABCD$ đạt giá trị lớn nhất.

Câu 18: Cho hình chóp $S.ABCD$ có $SC = x$ ($0 < x < \sqrt{3}$), các cạnh còn lại đều bằng 1 (tham khảo hình vẽ). Biết rằng thể tích khối chóp $S.ABCD$ lớn nhất khi và chỉ khi $x = \frac{\sqrt{a}}{b}$ ($a, b \in \mathbb{Z}^+$). Các mệnh đề sau đúng hay sai?

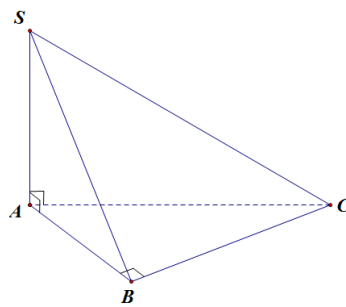
a) $a^2 - 2b < 30$.

b) $a^2 - 8b = 20$.

c) $b^2 - a < -2$.

d) $2a - 3b^2 = -1$.

Câu 19: Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA \perp (ABC)$, tam giác ABC vuông tại B (tham khảo hình vẽ).



Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) Khoảng cách từ C đến mặt phẳng (SAB) là đoạn BC .

b) $BC \perp (SAB)$.

c) Khoảng cách từ B đến mặt phẳng (SAC) là đoạn AB .

d) $SB \perp BC$.

Câu 20: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi tâm O , cạnh a , $\angle ABC = 60^\circ$,
 $SO \perp (ABCD)$ và $SO = \frac{3a}{4}$, đặt $x = d(O, (SAB))$, $y = d(D, (SAB))$, $z = d(CD, SA)$. Các
 mệnh đề sau đúng hay sai?

- a) $x = \frac{3a}{4}$.
- b) $y = 2x$.
- c) $y = z + x$.
- d) $x + y + z = \frac{15a}{8}$.

Câu 21: Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A_1B_1C_1D_1$ có ba kích thước $AB = a, AD = b, AA_1 = c$. Các mệnh
 đề sau đúng hay sai?

- a) khoảng cách giữa hai đường thẳng AB và CC_1 bằng b .
- b) khoảng cách từ A đến mặt phẳng (B_1BD) bằng $\frac{ab}{\sqrt{a^2 + b^2}}$.
- c) khoảng cách từ A đến mặt phẳng (B_1BD) bằng $\frac{abc}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}}$.
- d) $BD_1 = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$

Câu 22: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ cạnh a . Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a) Khoảng cách từ điểm A đến $(A'BD)$ bằng $\frac{a}{3}$.
- b) Độ dài đoạn $AC' = a\sqrt{3}$.
- c) Khoảng cách từ điểm A đến $(CDD'C')$ bằng $a\sqrt{2}$.
- d) Khoảng cách từ điểm A đến $(BCC'B')$ bằng $\frac{3a}{2}$.

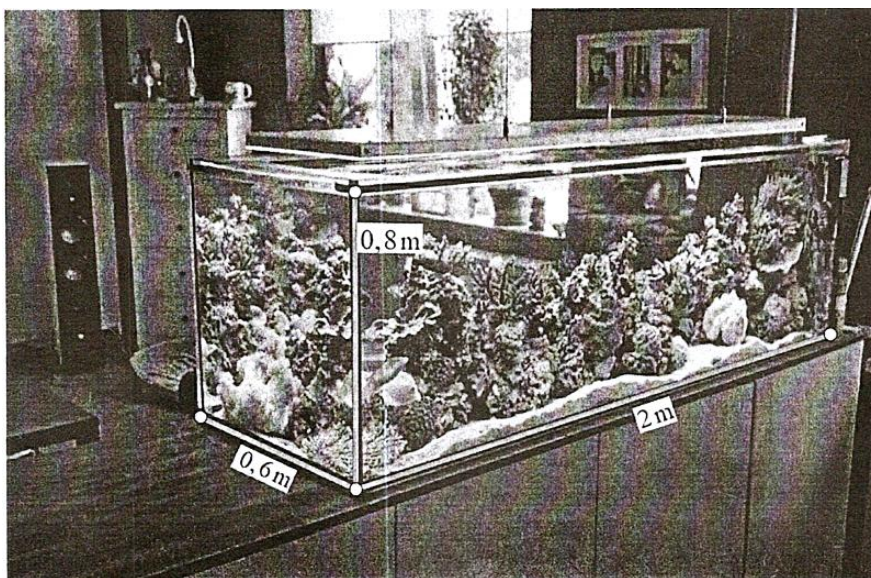
Câu 23: Cho hình lập phương $ABCD.A_1B_1C_1D_1$ cạnh bằng a . Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a) Khoảng cách từ điểm A đến (B_1BD) bằng $\frac{a}{3}$.
- b) Khoảng cách từ AB đến B_1D bằng $\frac{a}{\sqrt{2}}$.
- c) Khoảng cách từ điểm A đến (CDD_1C_1) bằng $a\sqrt{2}$.
- d) $AC_1 = a\sqrt{2}$.

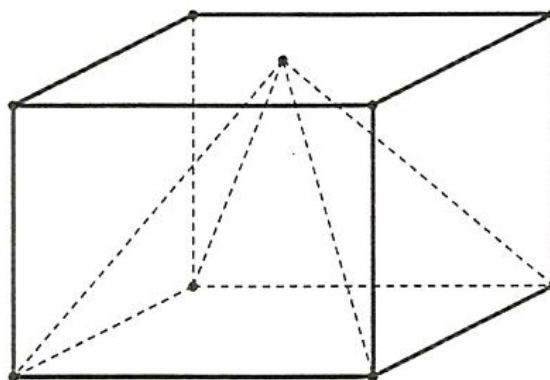
♦Dạng 3: Câu trắc nghiệm trả lời ngắn

Câu 1: Cho tứ diện đều $ABCD$ có cạnh $2a$. Tìm đoạn vuông góc chung của hai đường thẳng chéo nhau
 AB, CD và tính độ dài của nó theo a .

Câu 2: Một bể cá được làm bằng kính có dạng hình hộp chữ nhật có ba kích thước là $0,6m$; $2m$; $0,8m$.
 Tìm thể tích và độ dài đường chéo của bể cá đó.



Câu 3: Một cái hộp hình lập phương, bên trong nó đựng một mô hình đồ chơi có dạng hình chóp tứ giác đều mà đỉnh của hình chóp đó trùng với tâm của một mặt chiếc hộp, giả sử hình vuông đáy của hình chóp trùng với một mặt của chiếc hộp (mặt này cùng với mặt chứa đỉnh hình chóp là hai mặt đối nhau). Biết cạnh của chiếc hộp bằng $30cm$, hãy tính thể tích phần không gian bên trong chiếc hộp không bị chiếm bởi mô hình đồ chơi dạng hình chóp (mô hình đồ chơi được làm bởi chất liệu nhựa đặc bên trong).

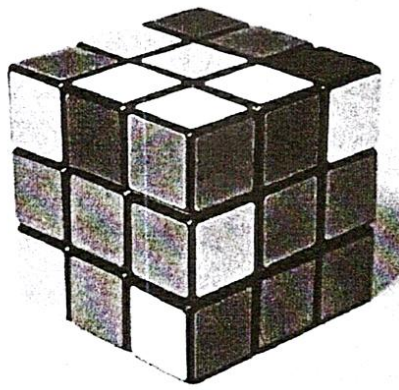


Câu 4: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a , tam giác SAB đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Tìm thể tích khối chóp $S.ABCD$.

Câu 5: Một hình chóp cắt đều $ABC \cdot A'B'C'$ có cạnh đáy lớn bằng $4a$, cạnh đáy nhỏ bằng $2a$ và chiều cao của nó bằng $\frac{3a}{2}$. Tìm thể tích của khối chóp cắt đều đó.

Câu 6: Một khối rubik 3×3 (được chia làm 27 khối lập phương nhỏ) có dạng một hình lập phương với kích thước cạnh bằng $6cm$.

Tìm thể tích của khối rubik đó, biết khoảng hở giữa các khối lập phương nhỏ không đáng kể.



- Câu 7:** Cho hình chóp $S.ABCD$ có $SA \perp (ABCD)$, $SA = 2a$, $ABCD$ là hình vuông cạnh bằng a . Gọi O là tâm của $ABCD$.
- Tính khoảng cách từ S đến DM với M là trung điểm OC .
- Câu 8:** Cho tứ diện $S.ABC$ trong đó SA, SB, SC vuông góc với nhau từng đôi một và $SA = 3a, SB = a, SC = 2a$. Tính khoảng cách từ A đến đường thẳng BC .
- Câu 9:** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a , hai mặt phẳng (SAB) và (SBC) cùng vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$ và $SC = a\sqrt{5}$. Tính khoảng cách từ D đến mặt phẳng (SAC) .
- Câu 10:** Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh a , $SA \perp (ABC)$ và $SB = 2a$. Gọi G là trọng tâm tam giác ABC . Tính khoảng cách từ G đến mặt phẳng (SBC) .
- Câu 11:** Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông cân tại A , $SH \perp (ABC)$ với H là trung điểm BC . Biết $AB = SC = a$. Tính khoảng cách từ B đến mặt phẳng (SAC) .
- Câu 12:** Cho hình chóp đều $S.ABC$ có đáy cạnh a và cạnh bên $2a$. Tính khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SBC) .
- Câu 13:** Cho hình chóp đều $S.ABCD$ có đáy cạnh $2a$ và cạnh bên $a\sqrt{7}$, gọi M là trung điểm SA . Tính khoảng cách từ M đến mặt phẳng (SBC) .
- Câu 14:** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật có $AB = a, AD = 2a$. Tam giác SAD đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Tính khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SBD) .
- Câu 15:** Cho hình chóp $S.ABCD$ có $SA \perp (ABCD)$, $SA = 3a$, $ABCD$ là hình vuông cạnh bằng a . Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng AC và SB .
- Câu 16:** Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh a , $SA \perp (ABC)$ và $SC = 2a$. Tính thể tích khối chóp $S.ABC$.
- Câu 17:** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a , $SB \perp (ABCD)$ và $SD = 3a$. Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$.
- Câu 18:** Cho hình chóp đều $S.ABC$ có đáy cạnh a và cạnh bên $2a$. Tính thể tích khối chóp $S.ABC$.
- Câu 19:** Cho khối lăng trụ đứng $ABC \cdot A'B'C'$ có đáy là tam giác vuông cân tại A , $BC = 2a$ và $A'C = a\sqrt{7}$. Tính thể tích khối lăng trụ đã cho.

- Câu 20:** Cho khối lăng trụ đều $ABC \cdot A'B'C'$ có tất cả các cạnh bằng a . Tính thể tích khối lăng trụ đã cho.
- Câu 21:** Cho hình hộp chữ nhật $ABCD \cdot A'B'C'D'$ có $AB = a, AD = 2a$. Biết thể tích khối hộp chữ nhật là $14a^3$. Tính chiều cao $A'C$.
- Câu 22:** Cho hình chóp đều $S.ABCD$ có đáy cạnh a và chiều cao $SO = 2a$. Gọi M, N, P, Q lần lượt là trung điểm của SA, SB, SC, SD . Tính thể tích khối chóp cắt đều $ABCD.MNPQ$.
- Câu 23:** Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh a , chiều cao của hình chóp kẻ từ S là $2a$. Biết diện tích tam giác SBC là $3a^2$. Tính khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SBC) .
- Câu 24:** Một hình hộp chữ nhật $ABCD \cdot A'B'C'D'$ có ba kích thước là $2cm, 3cm$ và $6cm$. Tính thể tích của khối tứ diện $ACB'D'$.
- Câu 25:** Cho hình lăng trụ $ABC \cdot A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh a . Hình chiếu vuông góc của A' lên mặt phẳng (ABC) trùng với trọng tâm tam giác ABC . Biết khoảng cách giữa hai đường thẳng AA' và BC bằng $\frac{a\sqrt{3}}{4}$. Tính thể tích V của khối lăng trụ $ABC \cdot A'B'C'$.
- Câu 26:** Cho tứ diện $S \cdot ABC$ trong đó SA, SB, SC vuông góc với nhau từng đôi một và $SA = 3a, SB = a, SC = 2a$. Tính khoảng cách từ A đến đường thẳng BC .
- Câu 27:** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a , hai mặt phẳng (SAB) và (SBC) cùng vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$ và $SC = a\sqrt{5}$. Tính khoảng cách từ D đến mặt phẳng (SAC) .
- Câu 28:** Cho hình chóp đều $S.ABC$ có đáy cạnh a và cạnh bên $2a$. Tính khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SBC) .
- Câu 29:** Cho khối lăng trụ đứng $ABC \cdot A'B'C'$ có đáy là tam giác vuông cân tại $A, BC = 2a$ và $A'C = a\sqrt{7}$. Tính thể tích khối lăng trụ đã cho.
- Câu 30:** Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh $a, SA \perp (ABC)$ và $SC = 2a$. Tính thể tích khối chóp $S.ABC$.
- Câu 31:** Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh $a, SA \perp (ABC)$ và $SB = 2a$. Gọi G là trọng tâm tam giác ABC . Tính khoảng cách từ G đến mặt phẳng (SBC) .
- Câu 32:** Cho hình chóp $S.ABCD$ có $SA \perp (ABCD), SA = 3a, ABCD$ là hình vuông cạnh bằng a . Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng AC và SB .
- Câu 33:** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh $a, SB \perp (ABCD)$ và $SD = 3a$. Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$.
- Câu 34:** Cho hình lăng trụ $ABC \cdot A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh a . Hình chiếu vuông góc của A' lên mặt phẳng (ABC) trùng với trọng tâm tam giác ABC . Biết khoảng cách giữa hai đường thẳng AA' và BC bằng $\frac{a\sqrt{3}}{4}$. Tính thể tích V của khối lăng trụ $ABC \cdot A'B'C'$.

