

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ lựa chọn một phương án (3,0 điểm).

Câu 1: Nguyên hàm của hàm số $y = 2^x$ là

A. $\int 2^x dx = \ln 2 \cdot 2^x + C.$

B. $\int 2^x dx = 2^x + C.$

C. $\int 2^x dx = \frac{2^x}{\ln 2} + C.$

D. $\int 2^x dx = \frac{2^x}{x+1} + C.$

Câu 2: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x = a$, $x = b$ được tính theo công thức.

A. $S = \int_a^b |f(x)| dx.$

B. $S = \int_a^b f(x) dx.$

C. $S = -\int_a^b f(x) dx.$

D. $S = \int_b^a |f(x)| dx.$

Câu 3: Doanh thu bán hàng trong 20 ngày được lựa chọn ngẫu nhiên của một cửa hàng được ghi lại ở bảng sau (đơn vị: triệu đồng):

Doanh thu	[5; 7)	[7; 9)	[9; 11)	[11; 13)	[13; 15)
Số ngày	2	7	7	3	1

Số trung bình của mẫu số liệu trên thuộc khoảng nào trong các khoảng dưới đây?

A. $[7; 9).$

B. $[9; 11).$

C. $[11; 13).$

D. $[13; 15).$

Câu 4: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $M(1; 2; 1)$ và $N(3; 1; -2)$. Đường thẳng MN có phương trình là

A. $\frac{x+1}{4} = \frac{y+2}{3} = \frac{z+1}{-1}.$

B. $\frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z-1}{-3}.$

C. $\frac{x-1}{4} = \frac{y-2}{3} = \frac{z-1}{-1}.$

D. $\frac{x+1}{2} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z+1}{-3}.$

Câu 5: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-2	$+\infty$
$f'(x)$		$-$	$-$
$f(x)$	-1	$+\infty$	-1

Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho là đường thẳng có phương trình:

A. $x = -1.$

B. $y = -1.$

C. $y = -2.$

D. $x = -2.$

Câu 6: Với a là số thực dương tùy ý, $\log_4(4a)$ bằng

A. $1 - \log_4 a.$

B. $1 + \log_4 a.$

C. $4 - \log_4 a.$

D. $4 + \log_4 a.$

Câu 7: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x-2)^2 + (y+1)^2 + (z-3)^2 = 4$. Tâm của (S) có tọa độ là

A. $(-2; 1; -3).$

B. $(-4; 2; -6).$

C. $(4; -2; 6).$

D. $(2; -1; 3).$

Câu 8: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B , cạnh bên SA vuông góc với đáy. Khẳng định nào sau đây **đúng**?

- A. $AC \perp (SBC)$. B. $BC \perp (SAC)$. C. $BC \perp (SAB)$. D. $AB \perp (SBC)$.

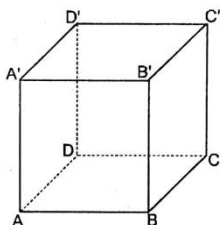
Câu 9: Tập nghiệm của bất phương trình $2^x \leq 4$ là:

- A. $(-\infty; 2]$ B. $[0; 2]$ C. $(-\infty; 2)$ D. $(0; 2)$

Câu 10: Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1 = 2$ và công bội $q = 3$. Tìm số hạng thứ 4 của cấp số nhân?

- A. 24. B. 54. C. 162. D. 48.

Câu 11: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ (minh họa như hình bên). Mệnh đề nào sau đây **sai**?



- A. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'} = \overrightarrow{AC'}$. B. $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}$.
C. $|\overrightarrow{AB}| = |\overrightarrow{CD}|$. D. $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$.

Câu 12: Cho hàm số $f(x)$ có bảng xét dấu của đạo hàm như sau

x	$-\infty$	-3	0	2	$+\infty$		
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(-3; 0)$. B. $(0; +\infty)$. C. $(0; 2)$. D. $(-\infty; -3)$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai (4,0 điểm).

Câu 1: Cho hàm số $f(x) = \sin 2x - x$.

a) $f\left(-\frac{\pi}{2}\right) = \frac{\pi}{2}; f\left(\frac{\pi}{2}\right) = -\frac{\pi}{2}$.

b) Đạo hàm của hàm số đã cho là $f'(x) = \cos 2x - 1$.

c) Nghiệm của phương trình $f'(x) = 0$ trên đoạn $\left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$ là $-\frac{\pi}{6}$ hoặc $\frac{\pi}{6}$.

d) Giá trị nhỏ nhất của $f(x)$ trên đoạn $\left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$ là $-\frac{\pi}{2}$.

Câu 2: Một ô tô bắt đầu chuyển động thẳng nhanh dần đều với tốc độ $v(t) = 5t$ (m/s);

trong đó t là thời gian tính bằng giây kể từ khi ô tô bắt đầu chuyển động. Đi được 6 (s) người lái xe phát hiện chướng ngại vật và phanh gấp, ô tô tiếp tục chuyển động chậm dần đều với gia tốc $a = -5$ (m/s²).

a) Tốc độ của ô tô tại thời điểm 10 (s) tính từ lúc xuất phát là 10 (m/s).

b) Quãng đường ô tô chuyển động được trong 6 giây đầu tiên là 80 m.

c) Quãng đường S (đơn vị: mét) mà ô tô chuyển động được kể từ lúc bắt đầu đạp phanh đến khi dừng lại được tính theo công thức $S = \int_0^6 (30 - 5t)dt$.

d) Quãng đường ô tô chuyển động được kể từ lúc bắt đầu chuyển động cho đến khi dừng lại là 170 m.

Câu 3: Một công ty đấu thầu 2 dự án. Khả năng thắng thầu của dự án 1 là 0,4 và khả năng thắng thầu của dự án 2 là 0,5. Khả năng thắng thầu cả 2 dự án là 0,3.

Gọi A là biến cố: “Thắng thầu dự án 1”

Gọi B là biến cố: “Thắng thầu dự án 2”.

Khi đó:

a) A và B là hai biến cố độc lập.

b) Xác suất để công ty thắng thầu đúng 1 dự án bằng 0,7.

c) Xác suất để công ty thắng thầu dự án 2 biết công ty thắng thầu dự án 1 là 0,75.

d) Xác suất để công ty thắng thầu dự án 2 biết công ty không thắng thầu dự án 1 là 0,25.

Câu 4: Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, một cabin cáp treo xuất phát từ điểm $A(10; 3; 0)$ và chuyển động đều theo đường cáp có véc tơ chỉ phương $\vec{u} = (2; -2; 1)$ (hướng chuyển động cùng chiều với hướng véc tơ $\vec{u}$ với tốc độ là 4,5 (m/s); (đơn vị trên mỗi trục là mét).

a) Phương trình tham số của đường cáp là:
$$\begin{cases} x = 10 + 2t \\ y = 3 - 2t \\ z = t \end{cases}, \quad (t \in \mathbb{R})$$

b) Giả sử sau thời gian t (s) kể từ khi xuất phát ($t \geq 0$), cabin đến điểm M . Khi đó tọa độ điểm M là $M(3t + 10; -3t + 3; \frac{3t}{2})$.

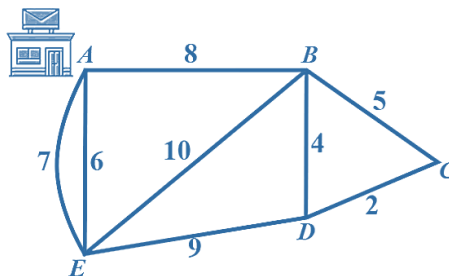
c) Cabin dừng ở điểm B có hoành độ $x_B = 550$, khi đó quãng đường AB dài 800m.

d) Đường cáp AB tạo với mặt phẳng (Oxy) một góc 30°

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6 (3,0 điểm).

Câu 1: Cho tứ diện đều $ABCD$ có cạnh 2. Khoảng cách giữa hai đường thẳng AB và CD bằng bao nhiêu? (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).

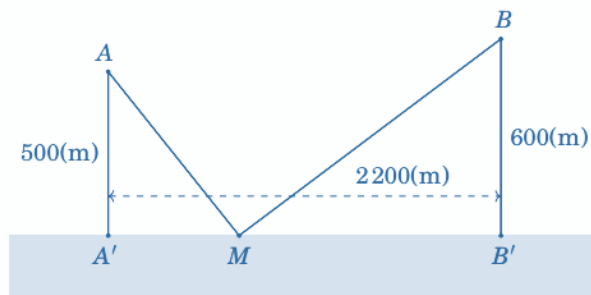
Câu 2: Một người đưa thư xuất phát từ bưu điện ở vị trí A, các điểm cần phát thư nằm dọc các con đường cần đi qua. Biết rằng người này phải đi trên mỗi con đường ít nhất một lần (để phát được thư cho tất cả các điểm cần phát nằm dọc theo con đường đó) và cuối cùng quay lại điểm xuất phát. Độ dài các con đường như hình vẽ (đơn vị độ dài). Hỏi tổng quãng đường người đưa thư có thể đi ngắn nhất có thể là bao nhiêu?



Câu 3: Khi gán hệ tọa độ Oxyz (đơn vị trên mỗi trục tính theo kilômét) vào một sân bay, mặt phẳng (Oxy) trùng với mặt sân bay. Một máy bay bay theo đường thẳng từ vị trí $A(5; 0; 5)$ đến vị trí $B(10; 10; 3)$ và hạ cánh tại vị trí $M(a; b; 0)$. Giá trị của $a + b$ bằng bao nhiêu (viết kết quả dưới dạng số thập phân)?

Câu 4: Một bể chứa nhiên liệu hình trụ đặt nằm ngang, có chiều dài 5 m, có bán kính đáy 1m. Chiều cao của mực nhiên liệu là 1,5m. Tính thể tích phần nhiên liệu trong bể (theo đơn vị m^3 , làm tròn đến chữ số thập phân hàng phần trăm).

Câu 5: Có hai xã A, B cùng ở một bên bờ sông. Khoảng cách từ hai xã đó đến bờ sông lần lượt là $AA' = 500$ m, $BB' = 600$ m. Người ta đo được $A'B' = 2200$ m như hình vẽ dưới đây. Các kỹ sư muốn xây dựng một trạm cung cấp nước sạch nằm bên bờ sông cho người dân của hai xã sử dụng. Để tiết kiệm chi phí, các kỹ sư phải chọn một vị trí M của trạm cung cấp nước sạch đó trên đoạn $A'B'$ sao cho tổng khoảng cách từ hai xã đến vị trí M là nhỏ nhất. Giá trị nhỏ nhất của tổng khoảng cách đó bằng bao nhiêu mét? (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị).



Câu 6: Người ta cần trang trí một kim tự tháp hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ cạnh bên bằng 200 m, góc $ASB = 15^\circ$ bằng đường gấp khúc dây đèn led vòng quanh kim tự tháp $AEFGHIJKLS$. Trong đó điểm L có định và $LS = 40$ m. Hỏi khi đó cần dùng ít nhất bao nhiêu mét dây đèn led để trang trí? (làm tròn đến hàng đơn vị)

-----HẾT-----

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ lựa chọn một phương án (3,0 điểm).

Câu 1: Nguyên hàm của hàm số $f(x) = e^x$ là:

- A. $\frac{e^{x+1}}{x+1} + C$. B. $e^x + C$. C. $\frac{e^x}{x} + C$. D. $x \cdot e^{x-1} + C$.

Câu 2: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục, nhận giá trị dương trên đoạn $[a; b]$. Xét hình phẳng (H) giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x = a, x = b$. Khối tròn xoay được tạo thành khi quay hình phẳng (H) quanh trục Ox có thể tích là:

- A. $V = \pi \int_a^b |f(x)| dx$. B. $V = \pi^2 \int_a^b f(x) dx$. C. $V = \pi^2 \int_a^b [f(x)]^2 dx$. D. $V = \pi \int_a^b [f(x)]^2 dx$.

Câu 3: Hai mẫu số liệu ghép nhóm M_1, M_2 có bảng tần số ghép nhóm như sau:

M_1

Nhóm	[8;10)	[10;12)	[12;14)	[14;16)	[16;18)
Tần số	3	4	8	6	4

M_2

Nhóm	[8;10)	[10;12)	[12;14)	[14;16)	[16;18)
Tần số	6	8	16	12	8

Gọi s_1, s_2 lần lượt là độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm M_1, M_2 . Phát biểu nào sau đây là đúng?

- A. $s_1 = s_2$. B. $s_1 = 2s_2$. C. $2s_1 = s_2$. D. $4s_1 = s_2$.

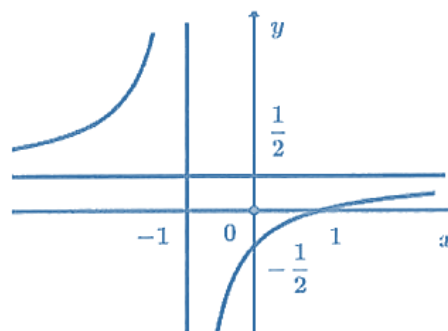
Câu 4: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, phương trình của đường thẳng đi qua điểm $M(1; -3; 5)$ và có một vector chỉ phương $\vec{u}(2; -1; 1)$ là:

- A. $\frac{x-1}{2} = \frac{y-3}{-1} = \frac{z-5}{1}$. B. $\frac{x-1}{2} = \frac{y-3}{-1} = \frac{z+5}{1}$. C. $\frac{x-1}{2} = \frac{y+3}{-1} = \frac{z-5}{1}$. D. $\frac{x+1}{2} = \frac{y+3}{-1} = \frac{z-5}{1}$.

Câu 5: Cho hàm số $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ ($c \neq 0, ad - bc \neq 0$) có đồ thị như

hình vẽ bên. Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số là:

- A. $x = -1$. B. $y = \frac{1}{2}$.
C. $y = -1$. D. $x = \frac{1}{2}$.



Câu 6: Tập nghiệm của bất phương trình $\log_2(x-1) < 3$ là:

- A. $(1; 9)$. B. $(-\infty; 9)$. C. $(9; +\infty)$. D. $(1; 7)$.

Câu 7: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng (P) có phương trình $x - 3y - z + 8 = 0$. Vector nào sau đây là một vector pháp tuyến của mặt phẳng (P) ?

- A. $\vec{n}_1(1; -3; 1)$. B. $\vec{n}_2(1; -3; -1)$. C. $\vec{n}_3(1; -3; 8)$. D. $\vec{n}_4(1; 3; 8)$.

Câu 8: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật và $SA \perp (ABCD)$. Mặt phẳng nào sau đây vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$?

- A. (SAB) . B. (SBC) . C. (SCD) . D. (SBD) .

Câu 9: Nghiệm của phương trình $2^x = 6$ là:

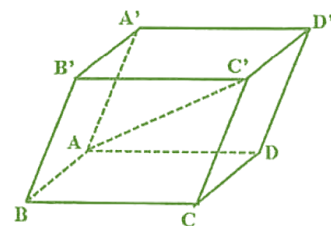
- A. $x = \log_6 2$. B. $x = 3$. C. $x = 4$. D. $x = \log_2 6$.

Câu 10: Cấp số cộng (u_n) có $u_1 = 1$ và $u_2 = 3$. Số hạng u_5 của cấp số cộng là:

- A. 5. B. 7. C. 9. D. 11.

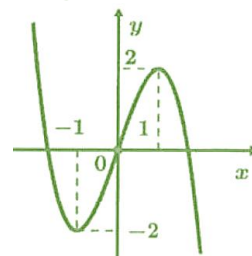
Câu 11: Cho hình hộp $ABCD \cdot A'B'C'D'$ (minh họa như hình bên). Phát biểu nào sau đây là đúng?

- A. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BB'} + \overrightarrow{B'A'} = \overrightarrow{AC'}$. B. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC'} + \overrightarrow{C'D'} = \overrightarrow{AC'}$.
C. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AA'} = \overrightarrow{AC'}$. D. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AC'}$.



Câu 12: Cho hàm số có đồ thị như hình vẽ bên. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào sau đây?

- A. $(-\infty; -1)$. B. $(-\infty; 1)$. C. $(-1; 1)$. D. $(1; +\infty)$.



PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai (4,0 điểm).

Câu 1: Cho hàm số $f(x) = 2\cos x + x$.

- a) $f(0) = 2$; $f\left(\frac{\pi}{2}\right) = \frac{\pi}{2}$.
b) Đạo hàm của hàm số đã cho là $f'(x) = 2\sin x + 1$.
c) Nghiệm của phương trình $f'(x) = 0$ trên đoạn $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$ là $\frac{\pi}{6}$.
d) Giá trị lớn nhất của $f(x)$ trên đoạn $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$ là $\sqrt{3} + \frac{\pi}{6}$.

Câu 2: Một người điều khiển ô tô đang ở đường dẫn muốn nhập làn vào đường cao tốc. Khi ô tô cách điểm nhập làn 200 m, tốc độ của ô tô là 36 km/h. Hai giây sau đó, ô tô bắt đầu tăng tốc với tốc độ $v(t) = at + b$ ($a, b \in \mathbb{R}, a > 0$), trong đó t là thời gian tính bằng giây kể từ khi bắt đầu tăng tốc. Biết rằng ô tô nhập làn cao tốc sau 12 giây và duy trì sự tăng tốc trong 24 giây kể từ khi bắt đầu tăng tốc.

- a) Quãng đường ô tô đi được từ khi bắt đầu tăng tốc đến khi nhập làn là 180 m.
b) Giá trị của b là 10.
c) Quãng đường $S(t)$ (đơn vị: mét) mà ô tô đi được trong thời gian t giây ($0 \leq t \leq 24$) kể từ khi tăng tốc được tính theo công thức $S(t) = \int_0^{24} v(t) dt$
d) Sau 24 giây kể từ khi tăng tốc, tốc độ của ô tô không vượt quá tốc độ tối đa cho phép là 100 km/h.

Câu 3: Trước khi đưa một loại sản phẩm ra thị trường, người ta đã phỏng vấn ngẫu nhiên 200 khách hàng về sản phẩm đó. Kết quả thống kê như sau: có 105 người trả lời "sẽ mua"; có 95 người trả lời "không mua". Kinh nghiệm cho thấy tỉ lệ khách hàng thực sự sẽ mua sản phẩm tương ứng với những cách trả lời "sẽ mua" và "không mua" lần lượt là 70% và 30%.

Gọi A là biến cố "Người được phỏng vấn thực sự sẽ mua sản phẩm".

Gọi B là biến cố "Người được phỏng vấn trả lời sẽ mua sản phẩm".

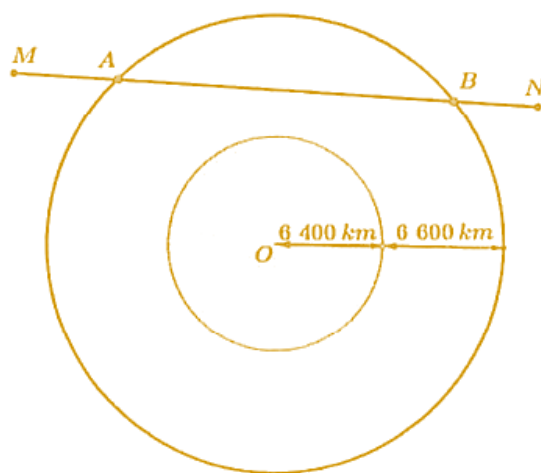
a) Xác suất $P(B) = \frac{21}{40}$ và $P(\bar{B}) = \frac{19}{40}$.

b) Xác suất có điều kiện $P(A|B) = 0,3$.

c) Xác suất $P(A) = 0,51$.

d) Trong số những người được phỏng vấn thực sự sẽ mua sản phẩm có 70% người đã trả lời "sẽ mua" khi được phỏng vấn (kết quả tính theo phần trăm được làm tròn đến hàng đơn vị).

Câu 4: Các thiên thạch có đường kính lớn hơn 140m và có thể lại gần Trái Đất ở khoảng cách nhỏ hơn 7500000 km được coi là những vật thể có khả năng va chạm gây nguy hiểm cho Trái Đất. Để theo dõi những thiên thạch này, người ta đã thiết lập các trạm quan sát các vật thể bay gần Trái Đất. Giả sử có một hệ thống quan sát có khả năng theo dõi các vật thể ở độ cao không vượt quá 6600 km so với mực nước biển. Coi Trái Đất là khối cầu có bán kính 6400 km. Chọn hệ trục tọa độ Oxyz trong không gian có gốc O tại tâm Trái Đất và đơn vị độ dài trên mỗi trục tọa độ là 1000 km. Một thiên thạch (coi như một hạt) chuyển động với tốc độ không đổi theo một đường thẳng từ điểm $M(6; 20; 0)$ đến điểm



$N(-6; -12; 16)$.

a) Đường thẳng MN có phương trình tham số là

$$\begin{cases} x = 6 + 3t \\ y = 20 + 8t, (t \in \mathbb{R}). \\ z = -4t \end{cases}$$

b) Vị trí đầu tiên thiên thạch di chuyển vào phạm vi theo dõi của hệ thống quan sát là điểm $A(-3; -4; 12)$.

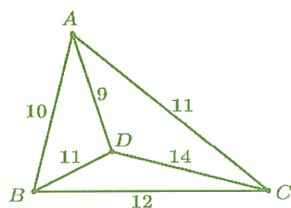
c) Khoảng cách giữa vị trí đầu tiên và vị trí cuối cùng mà thiên thạch di chuyển trong phạm vi theo dõi của hệ thống quan sát là 18900 km (kết quả làm tròn đến hàng trăm theo đơn vị ki-lô-mét).

d) Nếu thời gian di chuyển của thiên thạch trong phạm vi theo dõi của hệ thống quan sát là 3 phút thì thời gian nó di chuyển từ M đến N là 6 phút.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6 (3,0 điểm).

Câu 1: Cho hình lăng trụ đứng $ABC \cdot A'B'C'$ có $AB = 5, BC = 5, CA = 7$. Khoảng cách giữa hai đường thẳng AA' và BC bằng bao nhiêu? (làm tròn kết quả đến hàng phần mười).

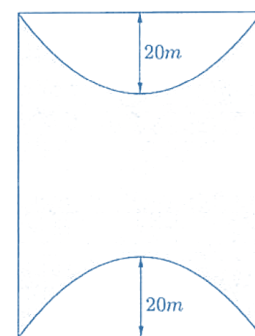
Câu 2: Một trò chơi điện tử quy định như sau: Có 4 trụ A, B, C, D với số lượng các thử thách trên đường đi giữa các cặp trụ được mô tả trong hình bên. Người chơi xuất phát từ một trụ nào đó, đi qua tất cả các trụ còn lại, mỗi khi đi qua một trụ thì trụ đó sẽ bị phá hủy và không thể quay trở lại trụ đó được nữa, nhưng người chơi vẫn phải trở về trụ ban đầu. Tổng số thử thách của đường đi thỏa mãn điều kiện trên nhận giá trị nhỏ nhất là bao nhiêu?



Câu 3: Hệ thống định vị toàn cầu GPS là một hệ thống cho phép xác định vị trí của một vật thể trong không gian. Trong cùng một thời điểm, vị trí của một điểm M trong không gian sẽ được xác định bởi bốn vệ tinh cho trước nhờ các bộ thu phát tín hiệu đặt trên các vệ tinh. Giả sử trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, có bốn vệ tinh lần lượt đặt tại các điểm $A(3;1;0), B(3;6;6), C(4;6;2), D(6;2;14)$; vị trí $M(a;b;c)$ thỏa mãn $MA = 3, MB = 6, MC = 5, MD = 13$.

Khoảng cách từ điểm M đến điểm O bằng bao nhiêu?

Câu 4: Kiến trúc sư thiết kế một khu sinh hoạt cộng đồng có dạng hình chữ nhật với chiều rộng và chiều dài lần lượt là 60 m và 80 m. Trong đó, phần được tô màu đậm là sân chơi, phần còn lại để trồng hoa. Mỗi phần trồng hoa có đường biên cong là một phần của parabol với đỉnh thuộc một trục đối xứng của hình chữ nhật và khoảng cách từ đỉnh đó đến trung điểm cạnh tương ứng của hình chữ nhật bằng 20 m (xem hình minh họa). Diện tích của phần sân chơi là bao nhiêu mét vuông?



Câu 5: Một doanh nghiệp dự định sản xuất không quá 500 sản phẩm. Nếu doanh nghiệp sản xuất x sản phẩm ($1 \leq x \leq 500$) thì doanh thu nhận được khi bán hết số sản phẩm đó là $F(x) = x^3 - 1999x^2 + 1001000x + 250000$ (đồng), trong khi chi phí sản

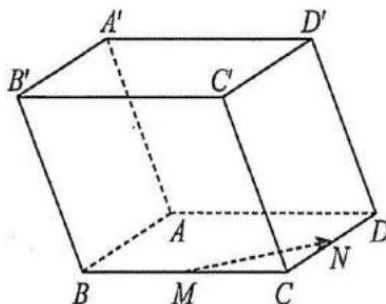
xuất bình quân cho một sản phẩm là $G(x) = x + 1000 + \frac{250000}{x}$ (đồng). Doanh nghiệp cần sản xuất bao nhiêu sản phẩm để lợi nhuận thu được là lớn nhất?

Câu 6: Có hai chiếc hộp, hộp I có 6 quả bóng màu đỏ và 4 quả bóng màu vàng, hộp II có 7 quả bóng màu đỏ và 3 quả bóng màu vàng, các quả bóng có cùng kích thước và khối lượng. Lấy ngẫu nhiên một quả bóng từ hộp I bỏ vào hộp II. Sau đó, lấy ra ngẫu nhiên một quả bóng từ hộp II. Tính xác suất để quả bóng được lấy ra từ hộp II là quả bóng được chuyển từ hộp I sang, biết rằng quả bóng đó có màu đỏ (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).

-----HẾT-----

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Gọi M và N lần lượt là trung điểm của BC và CD . Vector nào sau đây bằng $2\overrightarrow{MN}$?



- A. $\overrightarrow{AD}$. B. $\overrightarrow{A'C'}$. C. $\overrightarrow{B'D'}$. D. $\overrightarrow{BC}$.

Câu 2: Khảo sát thời gian tập thể dục của một số học sinh khối 11 thu được mẫu số liệu ghép nhóm sau:

Thời gian (phút)	[0; 20)	[20; 40)	[40; 60)	[60; 80)	[80; 100)
Số học sinh	5	9	12	10	6

Nhóm chứa trung vị của mẫu số liệu trên là

- A. [40; 60). B. [20; 40). C. [60; 80). D. [80; 100).

Câu 3: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x+3)^2 + (y+1)^2 + (z-1)^2 = 2$. Xác định tọa độ tâm của mặt cầu (S) .

- A. $I(-3; 1; -1)$. B. $I(3; 1; -1)$. C. $I(-3; -1; 1)$. D. $I(3; -1; 1)$.

Câu 4: Cho cấp số cộng (u_n) có $u_1 = 1$ có $u_1 = 1$ và $u_2 = 3$. Giá trị của u_3 bằng

- A. 6. B. 9. C. 4. D. 5.

Câu 5: Nghiệm của phương trình $\log_5(2x-1) = \log_5 3$ là

- A. $x = 62$. B. $x = 12$. C. $x = 1$. D. $x = 2$.

Câu 6: Trong không gian $Oxyz$, phương trình của mặt phẳng (Oxy) là

- A. $y = 0$. B. $x = 0$. C. $x + y = 0$. D. $z = 0$.

Câu 7: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho $\vec{a} = (2; -3; 3)$, $\vec{b} = (0; 2; -1)$, $\vec{c} = (3; -1; 5)$. Tìm tọa độ của vector $\vec{u} = 2\vec{a} + 3\vec{b} - 2\vec{c}$.

- A. $(10; -2; 13)$. B. $(-2; 2; -7)$. C. $(-2; -2; 7)$. D. $(-2; 2; 7)$.

Câu 8: Gọi Q_1, Q_2, Q_3 là tứ phân vị thứ nhất, tứ phân vị thứ hai và thứ ba của mẫu số liệu ghép nhóm. Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm là

- A. $\Delta Q = Q_1 - Q_3$. B. $\Delta Q = Q_3 - Q_1$. C. $\Delta Q = Q_1 - Q_2$. D. $\Delta Q = Q_2 - Q_1$.

Câu 9: Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $A(8; 1; 2)$ trên trục Ox có tọa độ là

- A. $(0; 1; 0)$. B. $(8; 0; 0)$. C. $(0; 1; 2)$. D. $(0; 0; 2)$.

Câu 10: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình sau

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
y'	$+$	$+$	$-$	$+$	
y	-4	$+\infty$	2	$-\infty$	-1

Tổng số đường tiệm cận ngang và tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = f(x)$ là

- A. 3. B. 2. C. 4. D. 1.

Câu 11: Cho tứ diện $S.ABC$ có các cạnh SA, SB, SC đôi một vuông góc và $SA = SB = SC = 1$. Gọi α là góc phẳng nhị diện $[S, BC, A]$. Tính $\cos \alpha$.

- A. $\frac{1}{\sqrt{3}}$. B. $\frac{2}{\sqrt{5}}$. C. $\frac{1}{3}$. D. $\frac{2}{5}$.

Câu 12: Cho $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x) = \frac{2}{x+2}$. Biết $F(-1) = 0$. Giá trị của $F(2)$ là

- A. $\ln 8 + 1$. B. $4\ln 2 + 1$. C. $2\ln 3 + 2$. D. $2\ln 4$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng (Đ) hoặc sai (S).

Câu 1: Cho hình lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh bằng a , tam giác $AB'C'$ cân tại A , mặt phẳng $(AB'C')$ vuông góc với mặt phẳng $(A'B'C')$ và $AA' = a\sqrt{3}$.

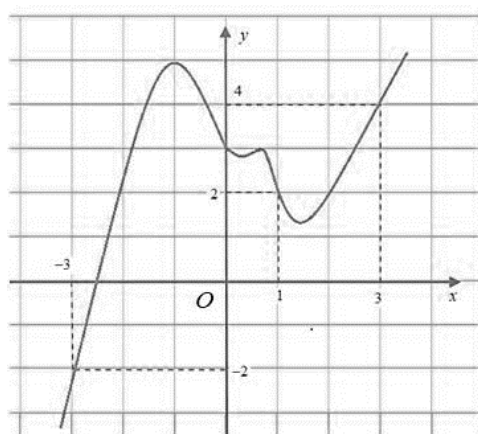
a) [TH] Mặt bên $BCC'B'$ là hình chữ nhật.

b) [TH] Hình chiếu vuông góc của A trên mặt phẳng $(A'B'C')$ là trọng tâm của tam giác $A'B'C'$.

c) [VD,VDC] Thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ bằng $\frac{3a^3\sqrt{3}}{8}$.

d) [VD,VDC] Khoảng cách giữa đường thẳng AA' và mặt phẳng BC' bằng $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Câu 2: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên đoạn $[-3; 3]$ và đồ thị hàm số $y = f'(x)$ như hình vẽ dưới đây.



Biết $f(1) = 6$ và $g(x) = f(x) - \frac{(x+1)^2}{2}$.

- a) **[NB]** $g(1) = 4$
- b) **[TH]** $g'(x) = f'(x) - (x+1)$.
- c) **[TH]** Phương trình $g'(x) = 0$ có ba nghiệm phân biệt.
- d) **[VD,VDC]** Giá trị nhỏ nhất của hàm số $g(x) = f(x) - \frac{(x+1)^2}{2}$ trên đoạn $[-3;3]$ là một số dương.

Câu 3: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục và có bảng biến thiên trong đoạn $[-1;3]$ như hình.

x	-1	0	2	3			
y'		+	0	-	0	+	
y	-1	6	2	7			

Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a) **[NB]** Trên $[-1;3]$ hàm số $y = f(x)$ có 2 điểm cực trị.
- b) **[TH]** Giá trị lớn nhất của hàm số $y = f(x)$ trên đoạn $[-1;3]$ là 6.
- c) **[TH]** Tổng của giá trị nhỏ nhất và giá trị lớn nhất của hàm số $y = f(x)$ trên đoạn $[-1;3]$ bằng 6.
- d) **[VD]** Hàm số $g(x) = f(4-x)$ có đạt giá trị nhỏ nhất và giá trị lớn nhất trên đoạn $[1;3]$ lần lượt bằng a và b . Khi đó giá trị của $a^2 + b^2 = 53$.

Câu 4: Bạn Trang thống kê chiều cao (đơn vị: cm) của các bạn học sinh nữ lớp 12C và lớp 12D ở bảng sau:

Chiều cao (cm)	[155;160)	[160;165)	[165;170)	[170;175)	[175;180)	[180;185)
Số học sinh nữ lớp 12C	2	7	12	3	1	1
Số học sinh nữ lớp 12D	5	9	8	2	2	0

Xét tính đúng/sai của các mệnh đề sau:

- a) **[NB]** Giá trị đại diện của nhóm $[165;170)$ là 167,5.
- b) **[TH]** Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm của lớp 12D là 30.
- c) **[VD,VDC]** Nếu so sánh theo khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm thì học sinh nữ lớp 12C có chiều cao trung bình đồng đều hơn học sinh nữ lớp 12D.
- d) **[VD,VDC]** Nếu so sánh theo độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm thì học sinh nữ lớp 12D có chiều cao trung bình đồng đều hơn.

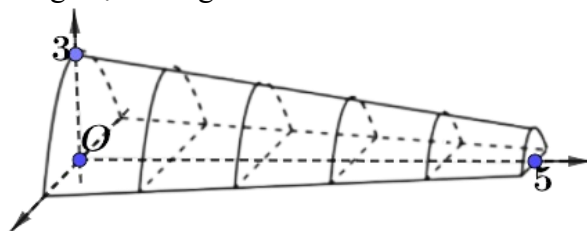
PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1: Một tòa nhà có hình dạng là một hình chóp tứ giác đều có cạnh đáy là $160m$ và cạnh bên là $140m$. Giả sử, từ một mặt bên của tòa nhà ta cần thiết kế con đường ngắn nhất để di chuyển đến tâm của đáy tòa nhà, khi đó quãng đường ngắn nhất có độ dài khoảng bao nhiêu mét? (làm tròn đến hàng chục).



Câu 2: Biết rằng đồ thị hàm số $y = x^3 + ax^2 + bx + c$ đi qua điểm $(-1;1)$ và có điểm cực trị $(2;1)$, tính giá trị biểu thức $T = 2025(a + c - b)$.

Câu 3: Cho một mô hình 3D mô phỏng một đường hầm như hình vẽ bên.



Chiều dài của đường hầm mô hình là $5cm$, mặt phẳng vuông góc với mặt đáy của đường hầm tạo được thiết diện là một hình parabol, thiết diện có độ dài cạnh đáy gấp đôi chiều cao. Tính thể tích không gian bên trong đường hầm mô hình, biết chiều cao của mỗi thiết diện parabol cho bởi công thức $y = 3 - \frac{2}{5}x$ (đơn vị là cm), với x là khoảng cách tính từ lối vào lớn hơn của đường hầm mô hình. Kết quả làm tròn đến hàng đơn vị.

Câu 4: Trong một túi có một số viên kẹo cùng loại, chỉ khác màu, trong đó có 6 viên kẹo màu cam, còn lại là kẹo màu vàng và kẹo xanh. Hà lấy ngẫu nhiên 1 viên kẹo từ trong túi, không trả lại. Sau đó Hà lại lấy ngẫu nhiên thêm 1 viên kẹo khác từ trong túi. Biết rằng xác suất Hà lấy được cả hai viên kẹo màu cam là $\frac{1}{3}$. Hỏi ban đầu trong túi có bao nhiêu viên kẹo?

Câu 5: Ba chiếc máy bay không người lái cùng bay lên từ một địa điểm. Sau một thời gian bay, chiếc máy bay thứ nhất cách điểm xuất phát về phía Đông $60(km)$ và về phía Nam $40(km)$, đồng thời cách mặt đất $2(km)$. Chiếc máy bay thứ hai cách điểm xuất phát về phía Bắc $80(km)$ và về phía Tây $50(km)$, đồng thời cách mặt đất $4(km)$. Chiếc máy bay thứ ba nằm chính giữa của chiếc máy bay thứ nhất và thứ hai, đồng thời ba chiếc máy bay này thẳng hàng.



Xác định khoảng cách của chiếc máy bay thứ ba với vị trí tại điểm xuất phát của nó.

Câu 6: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho các điểm $A(4;1;5)$, $B(3;0;1)$, $C(-1;2;0)$ và điểm $M(a;b;c)$ thỏa mãn $\overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{MB} + 2\overrightarrow{MB} \cdot \overrightarrow{MC} - 5\overrightarrow{MC} \cdot \overrightarrow{MA}$ lớn nhất. Tính $P = a - 2b + 4c$.

-----HẾT-----

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Tập nghiệm của bất phương trình $\log_2 x \leq 2$

- A. $S = (-\infty; 4]$. B. $S = (0; 4)$. C. $S = (0; 4]$. D. $S = [0; 4]$.

Câu 2: Một vectơ pháp tuyến của phương trình mặt phẳng $(\alpha): 2x - y + z - 3 = 0$

- A. $\vec{n} = (2; -1; 1)$. B. $\vec{n} = (2; 1; 1)$. C. $\vec{n} = (2; -1; -3)$. D. $\vec{n} = (2; 1; -1)$.

Câu 3: Lập số tự nhiên có 4 chữ số khác nhau từ các chữ số của tập hợp $A = \{1; 2; 3; 4\}$. Số kết quả là

- A. 12. B. 24. C. 28. D. 48.

Câu 4: Trong không gian $Oxyz$ cho $\vec{a} = 2\vec{i} - 3\vec{k}$. Tọa độ của $\vec{a}$ là

- A. $(2; 0; -3)$. B. $(2; -3; 0)$. C. $(0; 2; -3)$. D. $(2; 0; 3)$.

Câu 5: Đạo hàm của hàm số $y = x^4 - 2.\sin x$

- A. $y' = 3x^4 - 2.\cos x$. B. $y' = 4x^3 + 2.\cos x$.
C. $y' = 4x^3 - 2.\cos x$. D. $y' = 4x^3 - 2.\sin x$.

Câu 6: Công thức nào tính phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm?

- A. $s^2 = \frac{m_1(x_1 - \bar{x})^2 + m_2(x_2 - \bar{x})^2 + \dots + m_k(x_k - \bar{x})^2}{n}$.
B. $s^2 = \frac{m_1(x_1 - \bar{x}) + m_2(x_2 - \bar{x}) + \dots + m_k(x_k - \bar{x})}{n}$.
C. $s = \frac{m_1(x_1 - \bar{x})^2 + m_2(x_2 - \bar{x})^2 + \dots + m_k(x_k - \bar{x})^2}{n}$.
D. $s = \frac{m_1(x_1 - \bar{x}) + m_2(x_2 - \bar{x}) + \dots + m_k(x_k - \bar{x})}{n}$.

Câu 7: Cho $\vec{a} = (\vec{i} + \vec{j}) + (\vec{k} + 2\vec{j})$ tọa độ của vec tơ $3\vec{a}$

- A. $(3; 6; 3)$. B. $(3; 3; 3)$. C. $(3; 3; 6)$. D. $(3; 9; 3)$.

Câu 8: Mệnh đề nào sau đây **đúng**?

- A. $\cos(\vec{a}; \vec{b}) = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|}$. B. $\cos(\vec{a}; \vec{b}) = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}| + |\vec{b}|}$.
C. $\sin(\vec{a}; \vec{b}) = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|}$. D. $\sin(\vec{a}; \vec{b}) = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}| + |\vec{b}|}$.

Câu 9: Đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{x-1}{x^2+x}$

- A. $x = 0; x = 1$. B. $y = 0; y = -1$. C. $x = 0; x = -1$. D. $y = 0; y = 1$.

Câu 10: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $[a; b]$ Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục hoành, đường thẳng $x = a; x = b$ là

- A. $S = \int_a^b |f(x)| dx$. B. $S = \pi \int_a^b |f(x)| dx$. C. $S = \int_a^b f^2(x) dx$. D. $S = \int_a^b f(x) dx$.

Câu 11: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông có $AC = 2a$, SA vuông góc với đáy, góc giữa SC với $(ABCD)$ bằng 45° . Thể tích khối chóp $S.ABCD$ là

- A. $\frac{4a^3}{3}$. B. $\frac{2a^3\sqrt{2}}{3}$. C. $4a^3$. D. $2a^3\sqrt{2}$.

Câu 12: Phương trình đường thẳng đi qua điểm $A(2; -1; -1)$ và song song với hai mặt phẳng $(\alpha): x - 2y - z + 2 = 0$ và $(\beta): 2x - z = 0$

- A. $\begin{cases} x = 2 + 2t \\ y = -1 - t \\ z = -1 + 4t \end{cases}$. B. $\begin{cases} x = 2 + 2t \\ y = -1 - t \\ z = 4 - t \end{cases}$. C. $\begin{cases} x = 2 + t \\ y = -1 - 2t \\ z = -1 + t \end{cases}$. D. $\begin{cases} x = 2 + 2t \\ y = -1 \\ z = -1 - t \end{cases}$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý **a), b), c), d)** ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng (Đ) hoặc sai (S).

Câu 1: Cho hàm số $f(x) = x^3 - 3x^2 + 3$

- a) **[NB]** Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trong khoảng $(-2; 0)$.
b) **[TH]** Hàm số $y = f(x)$ đạt cực đại tại $x = 3$.
c) **[TH]** Phương trình $f(x) = -1$ có 2 nghiệm phân biệt.
d) **[VD,VDC]** Hàm số $y = |f(x)|$ có 3 điểm cực trị.

Câu 2: Cho tứ diện đều $ABCD$ có tất cả các cạnh bằng a . Gọi O là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác BCD và M, N lần lượt là trung điểm của đoạn thẳng AB, CD .

- a) **[NB]** Đường cao của tứ diện $ABCD$ là AO .
b) **[TH]** Thể tích của tứ diện $ABCD$ bằng $\frac{a^3\sqrt{2}}{6}$.
c) **[TH]** Số đo của góc phẳng nhị diện $[A, BC, D]$ bằng $70^\circ 31'$.
d) **[VD]** Khoảng cách giữa hai đường thẳng AB và CD là $MN = \frac{a\sqrt{2}}{2}$.

Câu 3: Bảng 1 và Bảng 2 lần lượt biểu diễn mẫu số liệu ghép nhóm thống kê mức lương của hai công ty A, B (đơn vị: triệu đồng).

Nhóm	Giá trị đại diện	Tần số	Nhóm	Giá trị đại diện	Tần số
$[10; 15)$	12,5	15	$[10; 15)$	12,5	25
$[15; 20)$	17,5	18	$[15; 20)$	17,5	15
$[20; 25)$	22,5	10	$[20; 25)$	22,5	7
$[25; 30)$	27,5	10	$[25; 30)$	27,5	5
$[30; 35)$	32,5	5	$[30; 35)$	32,5	5
$[35; 40)$	37,5	2	$[35; 40)$	37,5	3
		$n = 60$			$n = 60$
Bảng 1			Bảng 2		

- a) **[NB]** Số trung bình cộng của mẫu số liệu ghép nhóm ở Bảng 1 là $\frac{62}{3}$ (triệu đồng).
b) **[TH]** Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm ở Bảng 1 là: $s_1^2 \approx 49,1389$
c) **[TH]** Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm ở Bảng 2 là: $s_2 \approx 7,61$ (triệu đồng).
d) **[VD]** Công ty B có mức lương đồng đều hơn công ty A

Câu 4: Ba vận động viên bóng rổ thi ném bóng trúng rổ, xác suất để vận động viên thứ nhất, thứ hai và thứ ba ném bóng trúng rổ lần lượt là $x; 0,8; y$ với $x < y$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) **[NB]** Gọi A_i là biến cố “vận động viên thứ i ném bóng trúng rổ”

$$\Rightarrow P(A_1) = x; P(A_2) = 0,8; P(A_3) = y.$$

b) **[TH]** Xác suất để vận động viên thứ hai ném trúng rổ khi vận động viên thứ nhất ném trúng rổ là $0,8$.

c) **[TH]** Xác suất để vận động viên thứ hai không ném trúng rổ khi vận động viên thứ ba ném trúng rổ là $0,2$.

d) **[VD,VDC]** Biết xác suất để ít nhất một trong ba vận động viên ném bóng trúng rổ là $0,992$ và xác suất để cả ba vận động viên ném bóng trúng rổ là $0,432$. Xác suất để có đúng một vận động viên không ném bóng trúng rổ là $0,445$.

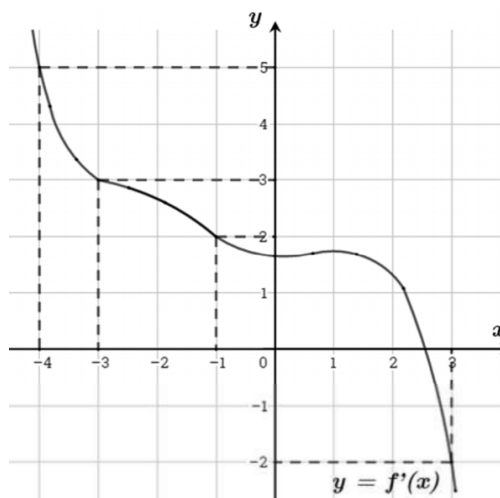
PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1: Một cây cầu dành cho người đi bộ (Hình 22) có mặt sàn cầu cách mặt đường $3,5$ m, khoảng cách từ đường thẳng a nằm trên tay vịn của cầu đến mặt sàn cầu là $0,8$ m. Gọi b là đường thẳng kẻ theo tim đường. Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng a và b .



Hình 22

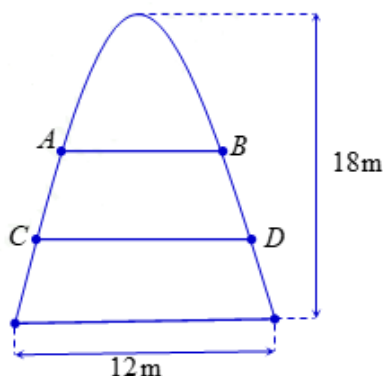
Câu 2: Cho hàm số $f(x)$. Biết hàm số $f'(x)$ có đồ thị như hình dưới đây. Trên $[-4;3]$, hàm số $g(x) = 2f(x) + (1-x)^2$ đạt giá trị nhỏ nhất tại điểm



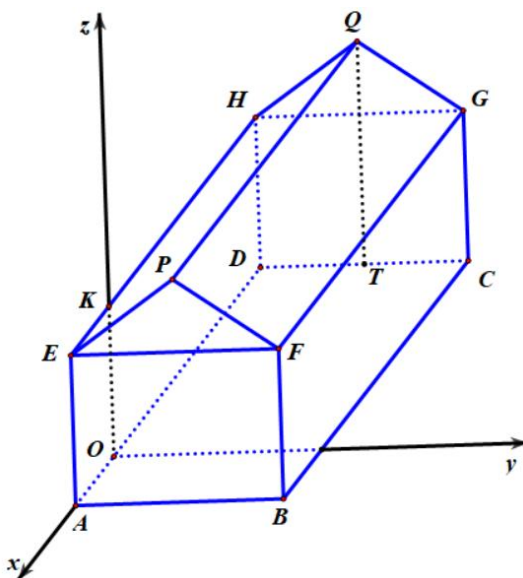
Câu 3: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh bằng 2 , hai mặt phẳng (SAB) và (SAD) cùng vuông góc với đáy, biết $SC = 2\sqrt{3}$. Gọi M, N, P, Q lần lượt là trung điểm của SB, SD, CD, BC . Tính thể tích của khối chóp $AMNPQ$

Câu 4: Cho phương trình $\frac{\cos 4x - \cos 2x + 2\sin^2 x}{\cos x + \sin x} = 0$. Tính diện tích đa giác có các đỉnh là các điểm biểu diễn các nghiệm của phương trình trên đường tròn lượng giác (kết quả làm tròn đến phần trăm).

Câu 5: Một công chào có dạng hình Parabol chiều cao 18 m, chiều rộng chân đế 12 m. Người ta căng hai sợi dây trang trí AB, CD nằm ngang đồng thời chia hình giới hạn bởi Parabol và mặt đất thành ba phần có diện tích bằng nhau (xem hình vẽ bên). Tỉ số $\frac{AB}{CD} = \frac{1}{\sqrt[n]{a}}$, tính $n + a$?



Câu 6: Một kho chứa hàng có dạng hình lăng trụ đứng $ABFPE.DCGQH$ với $ABFE$ là hình chữ nhật và EFP là tam giác cân tại P . Gọi T là trung điểm của DC . Các kích thước của kho chứa lần lượt là $AB = 6\text{m}$; $AE = 5\text{m}$; $AD = 8\text{m}$; $QT = 7\text{m}$. Người ta mô hình hoá nhà kho bằng cách chọn hệ trục toạ độ có gốc toạ độ là điểm O thuộc đoạn AD sao cho $OA = 2\text{m}$ và các trục toạ độ tương ứng như hình vẽ dưới đây.

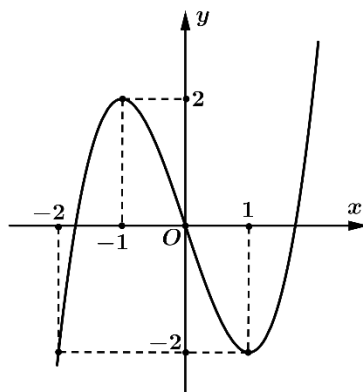


Để lắp camera quan sát trong nhà kho tại vị trí trung điểm của FG và đầu thu dữ liệu đặt tại vị trí O , người ta thiết kế đường dây cáp nối từ O đến K sau đó nối thẳng đến camera, rồi nối lại từ camera đến thẳng điểm Q . Độ dài đoạn cáp nối tối thiểu bằng bao nhiêu mét (làm tròn đến hàng phần chục và đầu dây nối không đáng kể).

-----HẾT-----

PHẦN I. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như sau. Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?



- A. $(-2; -1)$. B. $(-1; 1)$. C. $(-2; 1)$. D. $(-1; 2)$.

Câu 2: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y + 6z - 2 = 0$. Bán kính của mặt cầu (S) bằng:

- A. 8. B. 12. C. 4. D. 16.

Câu 3: Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{1-2x}{x-2}$ là đường thẳng:

- A. $y = 1$. B. $x = 2$. C. $y = -2$. D. $x = -2$.

Câu 4: Tìm tập nghiệm S của bất phương trình $\log_{\frac{1}{2}}(x-3) \geq \log_{\frac{1}{2}}4$.

- A. $S = (3; 7]$. B. $S = [3; 7]$. C. $S = (-\infty; 7]$. D. $S = [7; +\infty)$.

Câu 5: Trong không gian $Oxyz$, một vector chỉ phương của đường thẳng $d: \begin{cases} x = -t + 2 \\ y = 2t \\ z = 3t \end{cases}$ có tọa độ là:

- A. $(2; 2; 3)$. B. $(1; 2; 3)$. C. $(1; -2; -3)$. D. $(2; -2; -3)$.

Câu 6: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, cạnh $AB = a, BC = 2a$. Hai mặt bên (SAB) và (SAD) cùng vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$ và cạnh $SA = a$. Tính theo a thể tích V của khối chóp $S.ABCD$

- A. $V = a^3$. B. $V = \frac{2a^3}{3}$. C. $V = 2a^3$. D. $V = \frac{a^3}{3}$.

Câu 7: Hàm số $y = 3^{x^2+1}$ có giá trị nhỏ nhất bằng

- A. 1. B. 5. C. 3. D. 0.

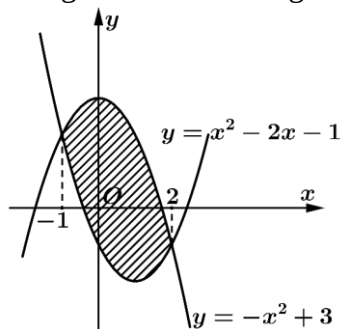
Câu 8: Cho hàm số $f(x) = x^2 - \frac{4}{x}$. Giá trị của $\int_1^2 f'(x) dx$ bằng

- A. $\frac{7}{3} - \ln 2$. B. 3. C. $\frac{7}{3}$. D. 5.

Câu 9: Cho một cấp số cộng có số hạng đầu là $u_1 = 2$ và công sai $d = 3$. Số hạng thứ 10 bằng:

- A. 29. B. 32. C. 26. D. 30.

Câu 10: Diện tích hình phẳng được gạch chéo trong hình vẽ bên bằng:



A. $\int_{-1}^2 (2x^2 - 2x - 4) dx$

B. $\int_{-1}^2 (2x - 2) dx$

C. $\int_{-1}^2 (-2x + 2) dx$

D. $\int_{-1}^2 (-2x^2 + 2x + 4) dx$

Câu 11: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(3;5;-7)$. Tìm tọa độ của điểm M' đối xứng với điểm M qua trục Oy .

A. $M'(3;-5;-7)$.

B. $M'(3;5;7)$.

C. $M'(-3;5;-7)$.

D. $M'(-3;5;7)$.

Câu 12: Một công ty thống kê lương của nhân viên theo tuần (đơn vị: USD) theo bảng sau:

Lương theo tuần (USD)	[10;20)	[20;30)	[30;40)	[40;50)	[50;60]
Số công nhân	4	6	10	20	10

Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu này bằng bao nhiêu? (làm tròn tới hàng phần chục)

A. 11,7.

B. 12.

C. 11,4.

D. 12,5.

PHẦN II. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Cho hàm số $f(x) = 4\sin x \cos x + 2x$ trên $[-\pi; \pi]$.

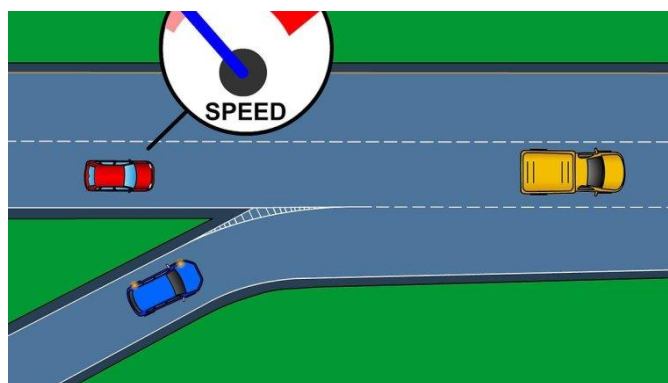
a) Đạo hàm của hàm số đã cho là $f'(x) = 4\sin 2x + 2$.

b) Hàm số $y = f(x)$ có 4 điểm cực trị thuộc $[-\pi; \pi]$.

c) Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(-2; -1)$.

d) Giá trị lớn nhất của $f(x)$ trên đoạn $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$ là $\frac{2\pi}{3} + \sqrt{3}$.

Câu 2: Một người điều khiển ô tô đang ở đường dẫn muốn nhập làn vào đường cao tốc. Khi ô tô cách điểm nhập làn 200 m thì tốc độ của ô tô là 36(km/h). Hai giây sau đó, ô tô bắt đầu tăng tốc với tốc độ $v(t) = at + b$ ($a, b \in \mathbb{R}, a > 0$), trong đó t là thời gian tính bằng giây kể từ khi bắt đầu tăng tốc. Biết rằng ô tô nhập làn cao tốc sau 12 giây và duy trì sự tăng tốc trong 24 giây kể từ khi bắt đầu tăng tốc. Sau 24 giây đó ô tô duy trì tốc độ cao nhất trong thời gian còn lại trên cao tốc.



a) Quãng đường ô tô đi được từ khi bắt đầu tăng tốc đến khi nhập làn là 180m.

b) Vận tốc của ô tô tại thời điểm nhập làn là 72 (km/h).

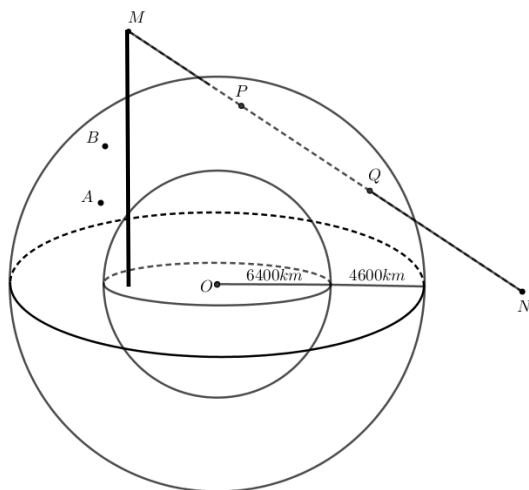
c) Quãng đường mà ô tô đi được trong thời gian 30 giây kể từ khi ô tô cách điểm nhập làn 200 m là 620 m.

d) Sau 24 giây kể từ khi tăng tốc, ô tô duy trì tốc độ cao nhất trong vòng 5 giây thì phát hiện chướng ngại vật cách đó 300m. Người điều khiển lập tức đạp phanh và ô tô chuyển động chậm dần đều với $a(t) = -3(m/s^2)$. Khi đó ô tô dừng lại cách chướng ngại vật 10m.

- Câu 3:** Một loại sản phẩm do hai nhà máy số I, số II cùng sản xuất. Tỷ lệ phế phẩm của các nhà máy I, II lần lượt là 0,04 ; 0,03. Trong một lô sản phẩm để lẫn lộn 80 sản phẩm của nhà máy số I và 120 sản phẩm nhà máy số II. Một khách hàng lấy ngẫu nhiên 1 sản phẩm từ lô hàng đó.
- a) Số phần tử của không gian mẫu là 200 .
- b) Xác suất để lấy được sản phẩm tốt là $\frac{483}{500}$.
- c) Xác suất để lấy được sản phẩm không tốt ở nhà máy I là $\frac{8}{19}$.

d) Biết rằng sản phẩm lấy ra là phế phẩm, khả năng lấy được phế phẩm của nhà máy II là thấp hơn khả năng lấy được phế phẩm của nhà máy I.

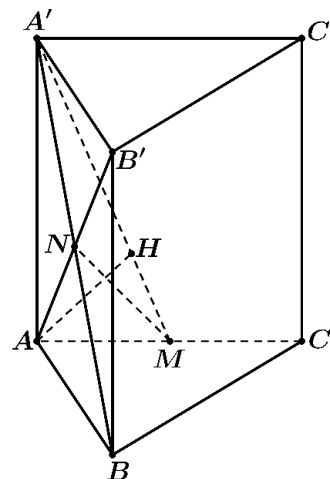
- Câu 4:** Các thiên thạch có đường kính lớn hơn 140m và có thể lại gần Trái Đất ở khoảng cách nhỏ hơn 7500000km được coi là những vật thể có khả năng va chạm gây nguy hiểm cho Trái Đất. Để theo dõi những thiên thạch này, các nhà nghiên cứu của trung tâm Vũ Trụ Nasa đã thiết lập các trạm quan sát các vật thể bay gần Trái Đất. Giả sử có một hệ thống quan sát có khả năng theo dõi các vật thể ở độ cao không vượt quá 4600km so với mực nước biển. Coi Trái Đất là khối cầu có bán kính 6400km. Chọn hệ trục tọa độ Oxyz trong không gian có gốc O tại tâm Trái Đất và đơn vị độ dài trên mỗi trục tọa độ là 1000 km. Một thiên thạch (coi như một hạt) chuyển động với tốc độ $v_1 = 2\sqrt{2}.10^3$ (km/h) không đổi theo đường thẳng xuất phát từ điểm M (0;5;12) đến



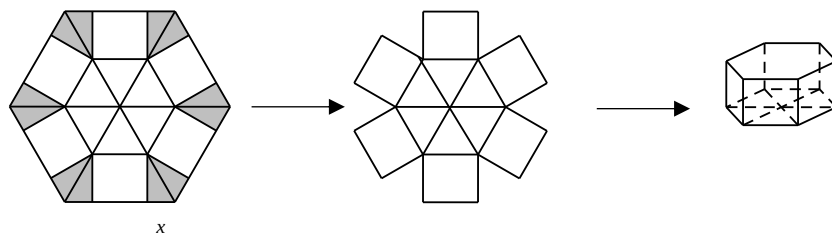
- a) Khoảng cách thiên thạch gần với trái đất nhất có độ dài bằng $N(12;5;0)$ 3449km (Kết quả làm tròn đến hàng đơn vị)
- b) Các nhà nghiên cứu của trung tâm vũ trụ Nasa đưa ra giả thiết nếu lúc thiên thạch đang ở vị trí M bất ngờ đổi hướng và lao xuống trái đất với phương thẳng thì quãng đường dài nhất nó có thể va chạm với trái đất là 11315km (Kết quả làm tròn đến hàng đơn vị).
- c) Tại thời điểm thiên thạch đang ở vị trí M thì có 2 vệ tinh đang ở vị trí $A(-6;-5;-6)$ và $B(7;-6;7)$ có vận tốc khác nhau di chuyển trong mặt phẳng trung trực của MN và luôn cách trái đất với khoảng cố định. Khoảng cách xa nhất của 2 vệ tinh có thể đạt là 18412km (Kết quả làm tròn đến hàng đơn vị).
- d) Nếu vệ tinh A đi với vận tốc $v_2 = \frac{\pi\sqrt{97}}{3}.10^3$ (km/h) thì sẽ va chạm với thiên thạch.

PHẦN III. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6

- Câu 1:** Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh bằng $\sqrt{2}$ và độ dài cạnh $BA' = \sqrt{6}$. Hãy tính khoảng cách giữa hai đường thẳng $A'B$ và $B'C$ (Kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)?

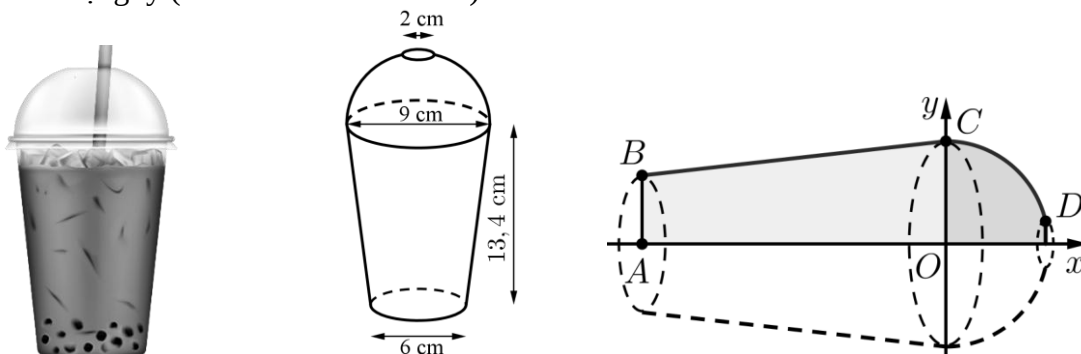


Câu 2: Cho một tấm nhôm hình lục giác đều cạnh 90 cm. Người ta cắt ở mỗi đỉnh của tấm nhôm hai hình tam giác vuông bằng nhau, biết cạnh góc vuông nhỏ bằng x (cm) (cắt phần tô đậm của tấm nhôm) rồi gấp tấm nhôm như hình vẽ để được một hình lăng trụ lục giác đều không có nắp. Tìm x để thể tích của khối lăng trụ lục giác đều trên là lớn nhất.



Câu 3: Hệ thống định vị toàn cầu GPS (Global Positioning System) là một hệ thống cho phép xác định vị trí của một vật thể trong không gian. Trong cùng một thời điểm, vị trí của một điểm M trong không gian sẽ được xác định bởi bốn vệ tinh cho trước nhờ các bộ thu phát tín hiệu đặt trên các vệ tinh. Giả sử trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, tỉ lệ độ dài trên các trục là 10 km tính cho một đơn vị tỉ lệ trên mỗi trục có 4 vệ tinh lần lượt đặt tại các điểm $A(-1;2;-1)$, $B(1;4;0)$, $C(3;0;9)$ và $D(7;10;-1)$. Ở một thời điểm cả bốn vệ tinh bắn tín hiệu về điểm M và đo được độ dài $MA=6$, $MB=3$, $MC=10$, $MD=6$. Ngay sau đó 10 giây, cả bốn vệ tinh lại bắn tín hiệu về vật M và đo được $MA=3$, $MB=4$, $MC=\sqrt{85}$, $MD=\sqrt{137}$. Nếu coi như vật M chuyển động thẳng đều thì tốc độ của vật bằng bao nhiêu? (đơn vị: m/s và kết quả làm tròn đến hàng đơn vị). Bỏ qua khoảng thời gian phát và thu tín hiệu.

Câu 4: Một ly trà sữa dạng hình nón cụt, có đường kính đáy ly 6 cm, đường kính miệng ly 9 cm, chiều cao 13,4 cm, ở miệng ly có sử dụng một nắp đậy có hình dạng nửa mặt cầu và ở đỉnh của nửa mặt cầu này có một hình tròn có đường kính 2 cm để cắm ống hút, mặt phẳng chứa hình tròn này song song với mặt phẳng chứa miệng ly (tham khảo hình vẽ sau).



Chọn hệ trục Oxy (đơn vị trên trục là centimet) với trục Ox đi qua tâm của 2 đáy hình nón cụt và gốc tọa độ O trùng với tâm của đáy lớn như hình vẽ trên. Tính thể tích bên trong của ly bao gồm cả thể tích của nắp (Kết quả làm tròn kết quả đến hàng đơn vị).

Câu 5: Từ một quả cầu bằng đá trắng sứ bán kính bằng 1 dm, người ta khoan rút lõi ngay “chính giữa” quả cầu (trục đối xứng của lõi và quả cầu trùng nhau) như hình sau với đường kính mũi khoan là 1 dm được một vật thể có thể tích V là bao nhiêu dm^3 ? (Bỏ qua độ dày mũi khoan và kết quả làm tròn đến chữ số thập phân thứ hai sau dấu phẩy)



Câu 6: Có 10 học sinh làm bài kiểm tra xác suất thống kê, trong đó có 2 học sinh giỏi (trả lời được 100% các câu hỏi), 3 học sinh khá (trả lời được 80% các câu hỏi), 5 học sinh trung bình (trả lời được 50% các câu hỏi). Bài kiểm tra có 4 câu hỏi được lấy ngẫu nhiên từ 20 câu hỏi. Giáo viên chọn ngẫu nhiên một bài làm của học sinh để chấm điểm. Xác suất bài làm đó trả lời được cả 4 câu hỏi là bao nhiêu (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)?

-----HẾT-----

PHẦN I. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{1}{2x+3}$ là

- A. $3\ln|2x+3| + C$. B. $\frac{1}{3}\ln|2x+3| + C$. C. $2\ln|2x+3| + C$. D. $\frac{1}{2}\ln|2x+3| + C$.

Câu 2: Diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, liên tục trên $[a; b]$ trục hoành và hai đường thẳng $x = a, x = b$ ($a < b$) cho bởi công thức:

- A. $S = \int_a^b |f(x)| dx$. B. $S = \int_a^b f(x) dx$. C. $S = \pi \int_a^b |f(x)| dx$. D. $S = \pi \int_a^b f^2(x) dx$.

Câu 3: Sau khi kiểm tra sức khỏe tổng quát, kết quả số cân nặng của học sinh lớp 12A sĩ số 40 HS được thể hiện trong bảng số liệu sau: (Đơn vị: kg)

Cân nặng	[40;50)	[50;60)	[60;70)	[70;80)	[80;90)
Số học sinh	7	12	12	7	2

Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu trên gần nhất với giá trị nào trong các giá trị sau?

- A. 50 B. 50,5. C. 52,5. D. 55,5.

Câu 4: Trong không gian $Oxyz$, phương trình của đường thẳng đi qua điểm $A(1; 2; -1)$ và có vector chỉ phương $\vec{u} = (1; 3; 2)$ là

- A. $\frac{x+1}{1} = \frac{y+3}{2} = \frac{z+2}{-1}$. B. $\frac{x-1}{1} = \frac{y-3}{2} = \frac{z-2}{-1}$.
C. $\frac{x+1}{1} = \frac{y+2}{3} = \frac{z-1}{2}$. D. $\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{3} = \frac{z+1}{2}$.

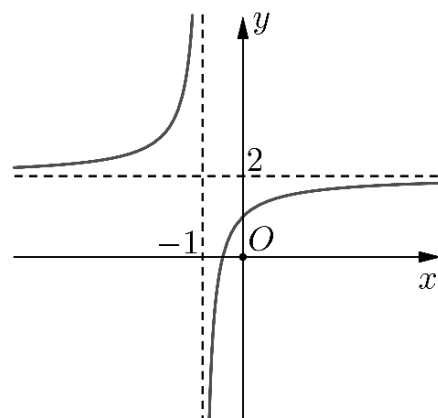
Câu 5: Hàm số $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ có đồ thị như hình bên dưới:

Đường tiệm cận đứng của đồ thị là đường thẳng có phương trình

- A. $x = 1$. B. $x = 2$.
C. $x = -2$. D. $x = -1$.

Câu 6: Tập nghiệm của bất phương trình $\log_{\frac{1}{2}}(x-2) \leq 1$ là:

- A. $\left[\frac{5}{2}; +\infty\right)$. B. $\left(\frac{5}{2}; +\infty\right)$.
C. $(-\infty; \log_2 5)$. D. $\left(-\infty; \frac{5}{2}\right)$.



Câu 7: Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng nào sau đây nhận $\vec{n} = (1; 2; 3)$ làm vector pháp tuyến?

- A. $x + 2y + 3 = 0$. B. $x + 2y + 3z = 0$. C. $y + 2z + 3 = 0$. D. $x + 2z + 3 = 0$.

Câu 8: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật tâm I và cạnh bên SA vuông góc với đáy. Khẳng định nào sau đây **đúng**?

- A. $(SCD) \perp (SAD)$. B. $(SBC) \perp (SIA)$. C. $(SDC) \perp (SAI)$. D. $(SBD) \perp (SAC)$.

Câu 9: Nghiệm của phương trình $\left(\frac{1}{5}\right)^{x^2-2x-3} = 5^{x+1}$ là

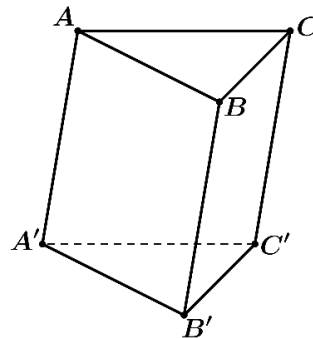
- A. $x = -1; x = 2$. B. Vô nghiệm. C. $x = 1; x = 2$. D. $x = 1; x = -2$.

Câu 10: Cho cấp số cộng (u_n) có $u_1 = 2, u_2 = 6$. Công sai của cấp số cộng bằng

- A. 8. B. -4. C. 3. D. 4.

Câu 11: Cho hình lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$. Đặt $\overrightarrow{AA'} = \vec{a}, \overrightarrow{AB} = \vec{b}, \overrightarrow{AC} = \vec{c}$. Khi đó biểu diễn $\overrightarrow{BC'}$ theo các vectơ $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$

- A. $\overrightarrow{BC'} = -\vec{a} + \vec{b} + \vec{c}$. B. $\overrightarrow{BC'} = \vec{a} - \vec{b} + \vec{c}$.
C. $\overrightarrow{BC'} = \vec{a} + \vec{b} + \vec{c}$. D. $\overrightarrow{BC'} = \vec{a} + \vec{b} - \vec{c}$.



Câu 12: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau :

x	$-\infty$	0	2	$+\infty$	
$f'(x)$	+	0	-	0	+
$f(x)$	$-\infty$	4	0	$+\infty$	

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(-4;1)$. B. $(0;+\infty)$. C. $(-\infty;0)$. D. $(0;2)$.

PHẦN II. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

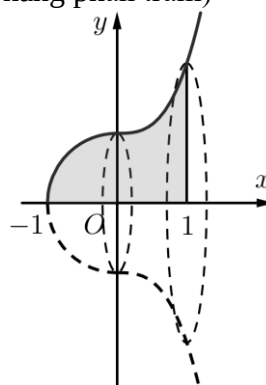
Câu 1: Cho hàm số $f(x) = \log_5(x^3 - 3x^2 + 4)$

- a) Điều kiện xác định của hàm số là $x > 2$
b) Đạo hàm của hàm số là $f'(x) = \frac{3x^2 - 6x}{(x^3 - 3x^2 + 4)\ln 5}$
c) Phương trình $f'(x) = 0$ có hai nghiệm trên đoạn $[1;2]$
d) Hàm số đã cho có hai điểm cực trị

Câu 2: Giả sử chiếc nón rộng vành sau có thể mô hình hóa bằng cách cho hình phẳng (H) giới hạn bởi đồ thị

hàm số $y = \begin{cases} x^3 + 1 & \text{khi } 0 < x \leq 1 \\ \sqrt{1-x^2} & \text{khi } -1 \leq x \leq 0 \end{cases}$, trục Ox và các đường thẳng $x = -1$ và $x = 1$ quay quanh trục

Ox (đơn vị trên trục là dm). (Kết quả đều làm tròn đến hàng phần trăm)



- a) Diện tích hình phẳng (H) tính theo công thức $S = -\int_{-1}^0 (\sqrt{1-x^2}) dx + \int_0^1 (x^3 + 1) dx$.
b) Diện tích thiết diện qua trục đối xứng của khối tròn xoay trên là $S = 2 \int_{-1}^0 (\sqrt{1-x^2}) dx + 2 \int_0^1 (x^3 + 1) dx$.
c) Công thức tính thể tích khối tròn xoay trên là $V = \pi \int_0^{-1} (x^2 - 1) dx + \pi \int_0^1 (x^6 + 2x^3 + 1) dx$.
d) Nếu thể tích của khối tròn xoay có dạng $\frac{a\pi}{b}$ với $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản thì $a + b = 139$.

Câu 3: Có hai đội thi đấu môn bắn súng. Đội I có 8 vận động viên, đội II có 10 vận động viên. Xác suất đạt huy chương vàng của mỗi vận động viên đội I và đội II tương ứng là 0,6 và 0,55. Chọn ngẫu nhiên một vận động viên.

a) Xác suất để vận động viên chọn ra thuộc đội I là $\frac{5}{9}$

b) Xác suất không đạt huy chương vàng của mỗi vận động viên đội II là 0,45

c) Xác suất để vận động viên này đạt huy chương vàng là $\frac{103}{180}$

d) Giả sử vận động viên được chọn đạt huy chương vàng. Xác suất để vận động viên này thuộc đội I là $\frac{48}{103}$.

Câu 4: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ với đơn vị trên mỗi trục tọa độ là mét và mặt phẳng (Oxy) trùng với mặt đất. Một cabin cáp treo xuất phát từ điểm $A(-40; 5; 2)$ và chuyển động thẳng đến điểm $B(808; -101; 426)$ với vận tốc là 6m/s.

a) Điểm $M(384; -48; 214)$ là trung điểm của đoạn thẳng AB .

b) Vector $\vec{u}(8; 1; 4)$ là vector chỉ phương của đường thẳng AB .

c) Thời gian cabin cáp treo đi từ A đến B là 2 phút 39 giây.

d) Sau khi di chuyển từ A được 1 phút, cabin cáp treo cách mặt đất 162 mét.

PHẦN III. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6

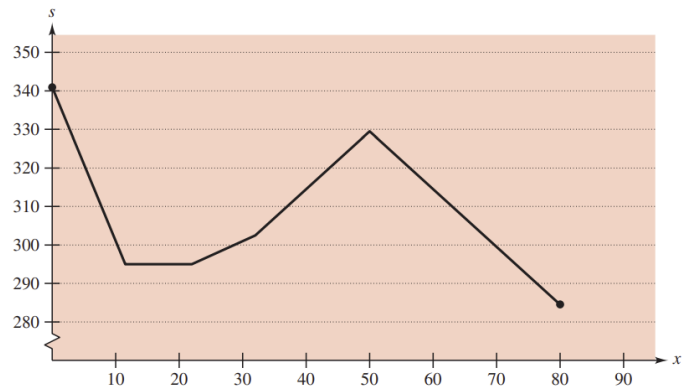
Câu 1: Cho thống định vị toàn cầu GPS (Global Positioning System) là một hệ thống cho phép xác định vị trí của một vật thể trong không gian. Trong cùng một thời điểm vị trí của một điểm M trong không gian sẽ được xác định bởi bốn vệ tinh cho trước nhờ các bộ thu phát tín hiệu đặt trên các vệ tinh. Giả sử trong không gian $Oxyz$, tỉ lệ dài trên các trục là 10km tính cho một đơn vị tỉ lệ trên mỗi trục, cho bốn vệ tinh có tọa độ lần lượt là $A(-1; 2; -1), B(1; 4; 0), C(3; 0; 9), D(7; 10; -1)$ đang tiến hành theo dõi vật thể M (coi là một chất điểm). Các vệ tinh dùng sóng điện từ có tần số 1MHz. Ở một thời điểm cả 4 vệ tinh bắt tín hiệu về M thì sau nhận được tín hiệu trả về ngay sau đó trong những khoảng thời gian là $t_A = 0,4 \text{ ms}, t_B = 0,2 \text{ ms}, t_C = \frac{2}{3} \text{ ms}, t_D = 0,4 \text{ ms}$. Tính khoảng cách từ M đến O (Biết rằng vận tốc của sóng điện từ bằng vận tốc ánh sáng $c = 3.10^8 \text{ m/s}$ và kết quả tính được làm tròn đến hàng phần trăm)

Câu 2: Bác Bình cần xây một căn nhà với chi phí 1 tỷ đồng. Đặt kế hoạch sau 5 năm phải có đủ số tiền trên thì mỗi năm bác Bình cần gửi vào ngân hàng một khoản tiền tiết kiệm như nhau. Biết lãi suất của ngân hàng là 7%/năm và lãi hàng năm được nhập vào vốn. Tìm số tiền bác Bình gửi vào mỗi năm (Đơn vị tính là triệu đồng và kết quả làm tròn đến hàng đơn vị)

Câu 3: Ở các độ cao khác nhau trong khí quyển Trái Đất thì âm thanh di chuyển với tốc độ khác nhau. Tốc độ âm thanh $s(x)$ (tính bằng giây) được mô hình hóa bằng phương trình a):

$$s(x) = \begin{cases} -4x + 341 & 0 \leq x < 11,5 \\ 295 & 11,5 \leq x < 22 \\ \frac{3}{4}x + 278,5 & 22 \leq x < 32 \\ \frac{3}{2}x + 254,5 & 32 \leq x < 50 \\ -\frac{3}{2}x + 404,5 & 50 \leq x \leq 80 \end{cases}$$

a)



b)

Trong đó x là độ cao trung bình (tính bằng kilomet) minh họa như hình b). Hỏi tốc độ âm thanh trung bình trong khoảng $[0; 80]$ bằng bao nhiêu? (Đơn vị: m/s)

Câu 4: Công ty sản xuất "SmartTech" đang lên kế hoạch sản xuất hai loại sản phẩm A và B. Mỗi sản phẩm A đem lại lợi nhuận 800.000 đồng và mỗi sản phẩm B đem lại lợi nhuận 500.000 đồng. Tuy nhiên, việc sản xuất mỗi sản phẩm đòi hỏi nguyên vật liệu và công nhân khác nhau:

- Để sản xuất một sản phẩm A công ty cần sử dụng 2 kg nguyên vật liệu và 3 giờ lao động.
- Để sản xuất một sản phẩm B công ty cần sử dụng 1 kg nguyên vật liệu và 4 giờ lao động.

Hiện tại, công ty có sẵn 100 kg nguyên vật liệu và có thể sử dụng tối đa 180 giờ lao động. Công ty cần sản xuất m sản phẩm A và n sản phẩm B để tối đa hóa lợi nhuận, đồng thời thỏa mãn các điều kiện về nguyên vật liệu và giờ lao động. Khi đó tổng $m + n$ bằng bao nhiêu?

Câu 5: Trước sự phát triển của ngành vật liệu bán dẫn, anh Khoa mở nhà máy sản xuất vi mạch với thiết kế của vi mạch có dạng hình chữ nhật có kích thước $a(\text{pm}) \times b(\text{pm})$ với $1\text{pm} = 10^{-12}\text{ m}$. Biết rằng chi phí để sản xuất vi mạch bao gồm 50 (triệu đồng) chi phí cho nguyên vật liệu ban đầu, 15 (triệu đồng)/ 1pm chi phí gia công lắp màng Silic xung quanh thành vi mạch (xem như độ dày khi gia công là không đáng kể) và 32 (triệu đồng)/ 1pm^2 tiền gia công phủ chất làm mát bao quanh cả 2 bề mặt vi mạch (xem như cả bề mặt là hình chữ nhật có kích thước như trên). Biết rằng đơn giá bán ra mỗi chiếc vi mạch là 428 (triệu đồng/ pm^2) và nếu cả 2 kích thước thành phần của vi mạch giảm đi 15 pm thì lợi nhuận thu được mỗi chiếc bằng chi phí sản xuất của mỗi chiếc vi mạch đó. Khi lợi nhuận đạt giá trị nhỏ nhất thì chu vi của vi mạch là bao nhiêu pm. (Kết quả làm tròn đến số thập phân thứ nhất)

Câu 6: Bạn Tuấn hằng ngày ăn sáng bằng xôi hoặc bún. Nếu hôm nay bạn ăn sáng bằng xôi thì xác suất để hôm sau bạn ăn sáng bằng bún là 0,7. Xét một tuần mà thứ ba bạn ăn sáng bằng xôi. Biết xác suất để thứ năm tuần đó, bạn Tuấn ăn sáng bằng bún là 0,63. Hỏi nếu hôm nay bạn ăn sáng bằng bún thì xác suất để hôm sau bạn ăn sáng bằng xôi là bao nhiêu?

-----HẾT-----

PHẦN I. Câu hỏi trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = \sin x$ là :

- A. $-\cos x + C$. B. $\cos x + C$. C. $\sin x + C$. D. $-\sin x + C$.

Câu 2: Cho cấp số nhân (u_n) có $u_1 = 2$ và công bội $q = 3$. Số hạng u_3 của cấp số nhân đã cho là:

- A. 18. B. 6. C. 5. D. 8.

Câu 3: Nghiệm của phương trình $\log_2(x-1) = 3$ là:

- A. 9. B. 8. C. 10. D. 7.

Câu 4: Tập nghiệm của bất phương trình $(0, 21)^x < 1$ là :

- A. $(0; +\infty)$. B. $[0; +\infty)$. C. $(-\infty; 0)$. D. $(-\infty; 0]$.

Câu 5: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Mệnh đề nào dưới đây là sai?

- A. $(ABCD) \parallel (A'B'C'D')$. B. $(ADD'A') \parallel (BCC'B')$.
C. $(BDA') \parallel (B'D'C)$. D. $(ABA') \parallel (B'D'C)$.

Câu 6: Để chuẩn bị cho tiết học “Mạng xã hội: lợi và hại” (Hoạt động thực hành trải nghiệm môn Toán, lớp 10), giáo viên đã khảo sát thời gian sử dụng mạng xã hội trong một ngày của học sinh trong lớp 10A1 mình dạy và thu được mẫu số liệu như sau:

Thời gian sử dụng mạng xã hội (phút)	[10; 20)	[20; 30)	[30; 40)	[40; 50)	[50; 60)	[60; 70)
Số học sinh	5	10	15	7	5	3

Thời gian trung bình sử dụng mạng xã hội của học sinh lớp 10A1 xấp xỉ bằng :

- A. 35. B. 36,3. C. 33,6. D. 30,5.

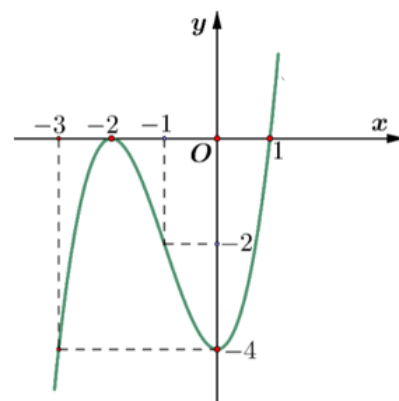
Câu 7: Lớp 12A8 của trường THPT X có 41 học sinh được đánh số thứ tự từ 1 đến 41. Trong một tiết học, cô giáo chọn ngẫu nhiên 3 bạn để làm nhiệm vụ kiểm tra vở bài tập của các bạn trong lớp. Xác suất để 3 bạn được chọn có số thứ tự lập thành một cấp số cộng là $\frac{a}{b}$ (với $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản). Tính $S = 2a + b$.

- A. 613. B. 573. C. 553. D. 653.

Câu 8: Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình vẽ dưới đây.

Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng :

- A. $(-\infty; 0)$. B. $(0; +\infty)$.
C. $(-4; +\infty)$. D. $(-2; 0)$.



Câu 9: Cho hàm số bậc ba có bảng biến thiên như hình vẽ dưới đây. Giá trị cực tiểu của hàm số là :

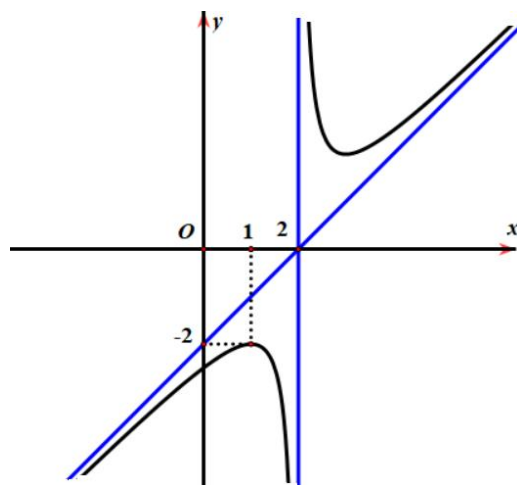
- A. 2. B. 1.
C. -2. D. -1.

x	$-\infty$	-1	2	$+\infty$			
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$+\infty$				1		$-\infty$

Câu 10: Cho hàm số $y = \frac{ax^2 + bx + c}{mx + n}$ (với $a \neq 0; m \neq 0$) có đồ thị như hình vẽ dưới đây.

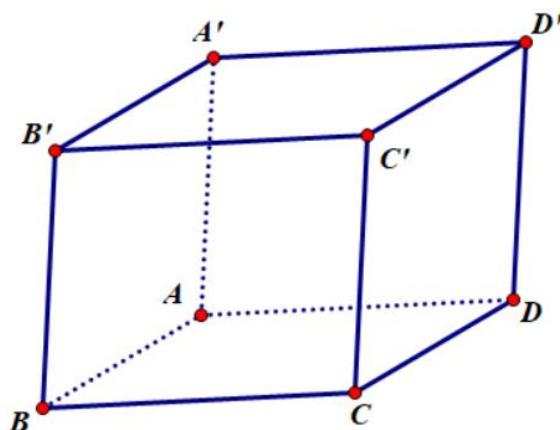
Phương trình đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số đã cho là:

- A. $y = 2x + 2$. B. $y = 2x - 2$.
C. $y = x + 2$. D. $y = x - 2$.



Câu 11: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ (hình vẽ). Đẳng thức nào sau đây **sai**?

- A. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CB} = \overrightarrow{AC}$. B. $\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{CC'} = \overrightarrow{AD'}$.
C. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AC}$. D. $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BB'} = \overrightarrow{AC'}$.



Câu 12: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(-5; 2; 3)$ và B là điểm đối xứng của A qua trục Oy . Độ dài đoạn thẳng AB bằng

- A. $\sqrt{38}$. B. $2\sqrt{34}$.
C. $\sqrt{34}$. D. $2\sqrt{38}$.

PHẦN II. Câu hỏi trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4.

Câu 1. Cho hàm số $y = f(x) = e^{x+\sqrt{16-x^2}}$.

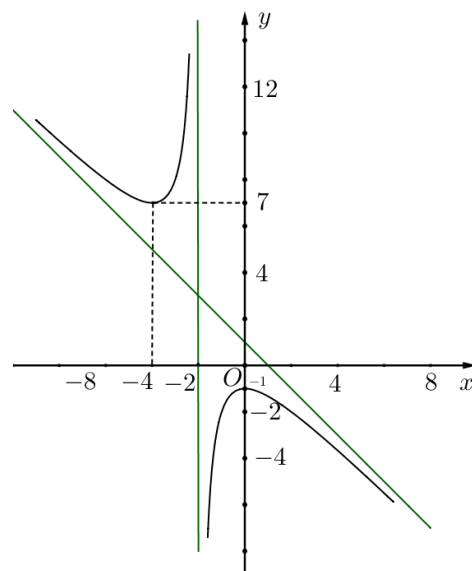
a) $f(-4) = \frac{1}{e^4}$.

b) $f'(x) = \left(1 - \frac{x}{\sqrt{16-x^2}}\right) e^{x+\sqrt{16-x^2}}, \forall x \in [-4; 4]$.

c) $f'(x) = 0$ có hai nghiệm phân biệt.

d) Tích của giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)$ là $e^{a+b\sqrt{c}}$ (với $a, b, c \in \mathbb{Z}$ và c là số nguyên tố). Khi đó $a + 2b + 3c = 10$.

Câu 2. Cho hàm số $y = f(x) = \frac{ax^2 + bx + c}{x + d}$ có đồ thị là đường cong trong hình vẽ dưới đây, biết đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số đi qua hai điểm $(0;1)$ và $(1;0)$.



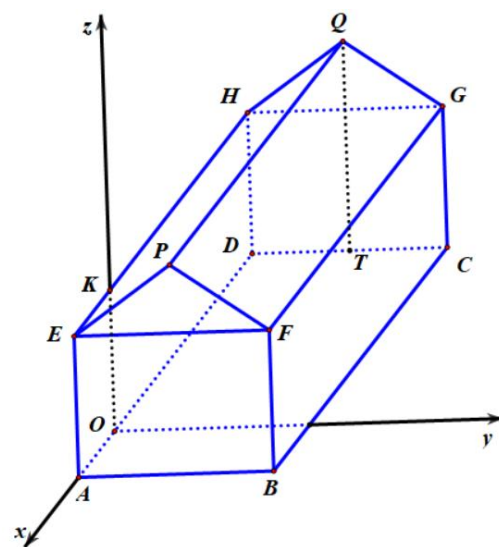
- Tập xác định của hàm số là $\mathbb{R} \setminus \{-2\}$.
- Hàm số đồng biến trên khoảng $(-4;0)$.
- Khoảng cách từ $M(1;-8)$ đến đường thẳng đi qua các điểm cực trị của đồ thị hàm số là $\sqrt{5}$.
- Ta có $a + b + c + d = -2$.

Câu 3. Một hạt chuyển động trên một đường thẳng có gắn một trục tọa độ với gốc tọa độ là vị trí hạt bắt đầu chuyển động. Tọa độ của hạt trên trục tại thời điểm t (đơn vị: giây) kể từ khi xuất phát được cho bởi công thức $x(t) = 2t - 3\ln(t+1)$ (đơn vị: mét), $t \geq 0$. Hàm số $v(t) = x'(t)$ (đơn vị: mét/giây) biểu thị vận tốc chuyển động của hạt.

- $v(t) = 2 - \frac{3}{t+1}$.
- Vận tốc ban đầu của hạt là 1 m/s.
- Hạt đứng yên tại thời điểm $t = 0,5$ s.
- Quãng đường mà hạt đi được trong 3 giây đầu tiên là 1,84 m (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).

Câu 4. Một kho chứa hàng có dạng hình hộp chữ nhật $ABCD.EFGH$ và mái che có dạng lăng trụ đứng $EFP.HGQ$ với đáy ΔEFP là tam giác cân đỉnh P và các điểm $A; B; E; F; P$ cùng nằm trong một mặt phẳng. Gọi T là trung điểm của DC . Các kích thước của kho chứa lần lượt là $AB = 6$ m; $AE = 5$ m; $AD = 8$ m; $QT = 7$ m. Người ta mô hình hoá nhà kho bằng cách chọn hệ trục tọa độ có gốc tọa độ là điểm O thuộc đoạn AD sao cho $OA = 2$ m và các trục tọa độ tương ứng như hình vẽ dưới đây. Khi đó:

- Véc tơ $\overrightarrow{OC}$ có tọa độ là $(-6; 6; 0)$
- Tọa độ điểm Q là $(-6; 3; 5)$.
- Người ta muốn lắp camera quan sát trong nhà kho tại vị trí trung điểm của FG và đầu thu dữ liệu đặt tại vị trí O . Người ta thiết kế đường dây cáp nối từ O đến K sau đó nối thẳng đến camera. Độ dài đoạn cáp nối tối thiểu bằng $5 + 2\sqrt{10}$ m.



d) Mái nhà được lợp bằng tôn Hoa Sen, giá tiền mỗi mét vuông tôn là 130.000 đồng. Số tiền cần bỏ ra để mua tôn lợp mái nhà là 3.750.000 đồng (không kể hao phí do việc cắt và ghép các miếng tôn, làm tròn kết quả đến hàng nghìn).

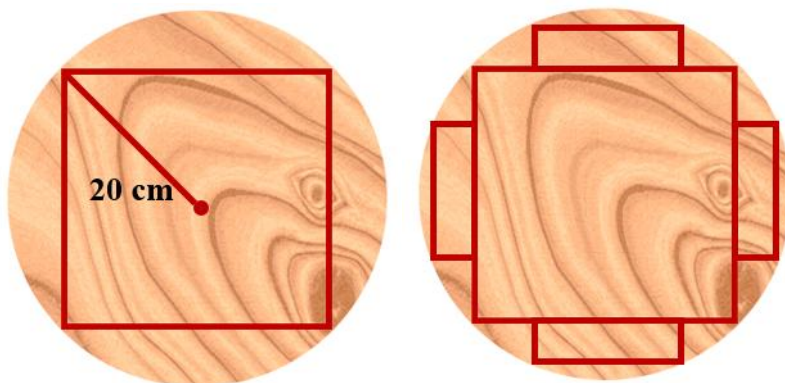
PHẦN III. Câu hỏi trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6

Câu 1. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi tâm O , SO vuông góc với mặt đáy. Biết cạnh hình thoi bằng 2024, góc BAD bằng 120° , khoảng cách từ điểm C đến mặt phẳng (SBD) bằng bao nhiêu?

Câu 2. Trong một chiếc hộp có 30 viên bi có cùng kích thước và khối lượng, trong đó có 6 viên bi màu đỏ, 7 viên bi màu xanh, 8 viên bi màu vàng và 9 viên bi màu trắng. Lấy ngẫu nhiên đồng thời 3 viên bi. Xác suất để 3 viên bi lấy ra có đúng hai màu bằng $\frac{a}{b}$, với $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản. Tổng $a + b$ bằng bao nhiêu?

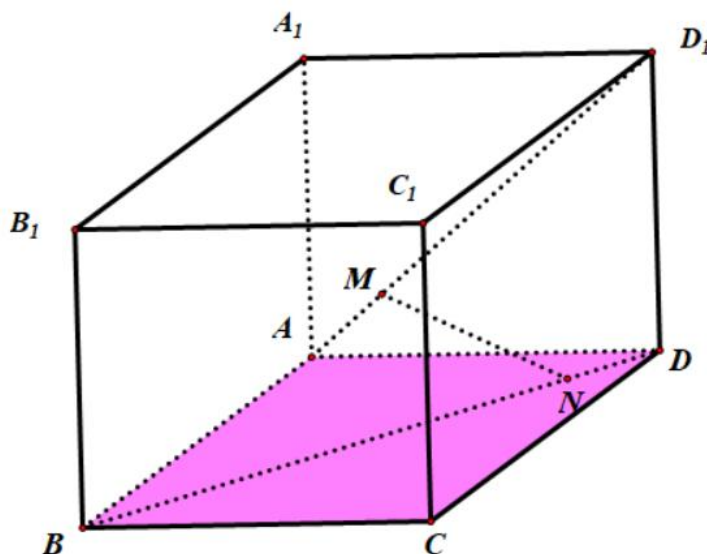
Câu 3. Một nhà máy sản xuất x sản phẩm trong mỗi tháng. Chi phí sản xuất x sản phẩm được cho bởi hàm chi phí $C(x) = 16000 + 500x - 1,6x^2 + 0,004x^3$ (nghìn đồng). Biết giá bán của mỗi sản phẩm là một hàm số phụ thuộc vào số lượng sản phẩm x và được cho bởi công thức $p(x) = 1700 - 7x$ (nghìn đồng). Hỏi mỗi tháng nhà máy nên sản xuất bao nhiêu sản phẩm để lợi nhuận thu được là lớn nhất? Biết rằng kết quả khảo sát thị trường cho thấy sản phẩm sản xuất ra sẽ được tiêu thụ hết.

Câu 4. Một thanh dầm hình hộp chữ nhật được cắt từ một khúc gỗ hình trụ có bán kính 20 cm sao cho thanh dầm có diện tích mặt cắt ngang lớn nhất, tức là thanh dầm có mặt cắt ngang là hình vuông. Sau khi cắt thanh dầm đó, người ta lại cắt bốn tấm ván hình hộp chữ nhật từ bốn phần còn lại của khúc gỗ (tham khảo hình vẽ dưới đây). Xác định diện tích mặt cắt ngang tối đa của mỗi tấm ván (theo đơn vị cm^2 và làm tròn kết quả đến hàng phần chục).



Câu 5. Một khinh khí cầu ở toạ độ $A(-16; -10; 10)$ bắt đầu bay với véc tơ vận tốc không đổi $\vec{v}(4; 3; -1)$ (đơn vị vận tốc là km/h) và dự kiến bay trong thời gian 10 giờ. Biết trạm kiểm soát không lưu được đặt ở vị trí gốc toạ độ O kiểm soát được các vật thể cách trạm một khoảng tối đa bằng 12 km. Trạm kiểm soát không lưu có thể quan sát được sự di chuyển của khinh khí cầu trong khoảng thời gian bao nhiêu phút?

Câu 6. Một kỹ sư thiết kế mô hình trang trí cho một sân khấu nổi có dạng hình lập phương $ABCD.A_1B_1C_1D_1$ với độ dài các cạnh bằng 5 m. Để tạo ra nét độc đáo cho sân khấu, người kỹ sư muốn thiết kế một dàn đèn ánh sáng nổi từ một điểm M trên đường chéo AD_1 xuống một điểm N trên mặt đất BD đồng thời $AM = DN$. Dàn đèn ánh sáng có chiều dài ngắn nhất là bao nhiêu mét? (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm)



---HẾT---

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = \cos 3x$.

A. $\int \cos 3x dx = 3 \sin 3x + C$.

B. $\int \cos 3x dx = \frac{\sin 3x}{3} + C$.

C. $\int \cos 3x dx = -\frac{\sin 3x}{3} + C$.

D. $\int \cos 3x dx = \sin 3x + C$.

Câu 2. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đường cong $y = f(x)$, trục hoành và các đường thẳng $x = a$, $x = b$ là

A. $-\int_a^b f(x) dx$.

B. $\int_b^a f(x) dx$.

C. $\int_a^b f(x) dx$.

D. $\int_a^b |f(x)| dx$.

Câu 3. Quảng đường đi bộ tập thể dục mỗi ngày (đơn vị: km) của bác An trong 20 ngày được thống kê lại ở bảng sau:

Quảng đường (km)	[2,2; 2,6)	[2,6; 3,0)	[3,0; 3,4)	[3,4; 3,8)	[3,8; 4,2)
Số ngày	3	6	5	5	1

Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm trên có giá trị gần nhất với giá trị nào dưới đây?

A. 3,1.

B. 0,042.

C. 0,206.

D. 0,45.

Câu 4. Đường thẳng (d) đi qua điểm $A(1; 2; -1)$ nhận véc-tơ $\vec{u} = (1; -2; 3)$ làm véc-tơ chỉ phương có phương trình là

A. $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 + 2t \\ z = -1 + 3t \end{cases}$.

B. $\begin{cases} x = 1 - t \\ y = 2 + 2t \\ z = -1 + 3t \end{cases}$.

C. $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 - 2t \\ z = -1 + 3t \end{cases}$.

D. $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 + 2t \\ z = 1 + 3t \end{cases}$.

Câu 5. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình bên.

Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số là

x	$-\infty$	1	$+\infty$
$f'(x)$	+		+
$f(x)$	2	$+\infty$	2

A. $y = 1$.

B. $x = 1$.

C. $x = 2$.

D. $y = 2$.

Câu 6. Nghiệm của bất phương trình $\log_{\pi}(x+2) < \log_{\pi}(5-x)$ là

A. $-2 < x < \frac{3}{2}$.

B. $\frac{3}{2} < x < 5$.

C. $x < \frac{3}{2}$.

D. $x > \frac{3}{2}$.

Câu 7. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(2; -1; -3)$ và mặt phẳng $(P): 3x - 2y + 4z - 5 = 0$. Mặt phẳng (Q) đi qua A và song song với mặt phẳng (P) có phương trình là

- A. $(Q): 3x - 2y + 4z - 4 = 0$. B. $(Q): 3x - 2y + 4z + 4 = 0$.
C. $(Q): 3x - 2y + 4z + 5 = 0$. D. $(Q): 3x + 2y + 4z + 8 = 0$.

Câu 8. Cho tứ diện $ABCD$ có hai tam giác ABC và ABD là hai tam giác đều. Gọi M là trung điểm của AB . Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. $CM \perp (ABD)$. B. $AB \perp (MCD)$.
C. $AB \perp (BCD)$. D. $DM \perp (ABC)$.

Câu 9. Số nghiệm của phương trình $2^{2x^2-7x+5} = 1$ là

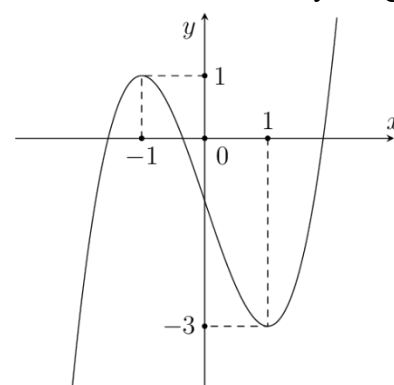
- A. 0. B. 3. C. 2. D. 1.

Câu 10. Một cấp số cộng (u_n) có 10 số hạng, biết $u_1 = 3$, $u_{10} = 67$. Tính tổng các số hạng của cấp số cộng (u_n) .

- A. 350. B. 700. C. 175. D. 330.

Câu 11. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ bên. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; 1)$.
B. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; -1)$.
C. Hàm số đồng biến trên khoảng $(0; +\infty)$.
D. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-3; +\infty)$.

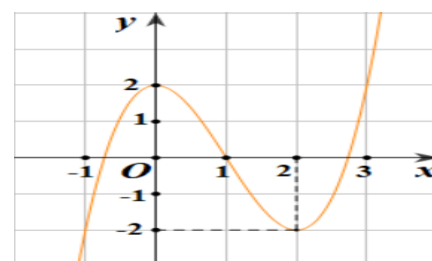


Câu 12. Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$. Đẳng thức nào dưới đây đúng?

- A. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{AB'} + \overrightarrow{AC'} + \overrightarrow{AD'} = 2\overrightarrow{AC'}$.
B. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{AB'} + \overrightarrow{AC'} + \overrightarrow{AD'} = 3\overrightarrow{AC'}$.
C. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{AB'} + \overrightarrow{AC'} + \overrightarrow{AD'} = \vec{0}$.
D. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{AB'} + \overrightarrow{AC'} + \overrightarrow{AD'} = 4\overrightarrow{AC'}$.

Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Cho hàm số $y = f(x) = x^3 - 3x^2 + 2$ có đồ thị như hình bên dưới



- a) Hàm số $f(x)$ đồng biến trên khoảng $(-\infty; 2)$.
b) Hàm số $f(x)$ đạt cực tiểu tại $x = 2$.
c) Đồ thị hàm số $f(x)$ có hai điểm cực trị thuộc đường thẳng $y = -2x + 2$.
d) Có 1 giá trị nguyên m để phương trình $x^3 - 3x^2 + 2 - 2m = 0$ có 3 nghiệm phân biệt.

Câu 2: Một ô tô đang chạy với tốc độ 108 km/h thì người lái xe bất ngờ phát hiện chướng ngại vật trên đường. Người lái xe phản ứng một giây sau đó bằng cách đạp phanh khẩn cấp. Kể từ thời điểm này, ô tô chuyển động chậm dần đều với tốc độ $v(t) = -10t + 30 \text{ (m/s)}$, trong đó t là thời gian tính bằng giây kể từ lúc đạp phanh. Gọi $s(t)$ là quãng đường xe ô tô đi được tính bằng đơn vị m trong $t \text{ (s)}$ kể từ lúc đạp phanh.

- Công thức biểu diễn hàm số $s(t) = -5t^2 + 30t \text{ (m)}$.
- Thời gian kể từ lúc đạp phanh đến khi xe ô tô dừng hẳn là 6 giây.
- Sau 3 giây kể từ lúc đạp phanh, quãng đường xe ô tô di chuyển được là 45 (m) .
- Quãng đường xe ô tô đã di chuyển kể từ lúc người lái xe phát hiện chướng ngại vật trên đường đến khi xe ô tô dừng hẳn là 120 (m) .

Câu 3. Một công ty truyền thông đấu thầu 2 dự án. Khả năng thắng thầu của dự án 1 là 0,5 và dự án 2 là 0,6. Khả năng thắng thầu của 2 dự án là 0,4. Gọi A, B lần lượt là biến cố thắng thầu dự án 1 và dự án 2.

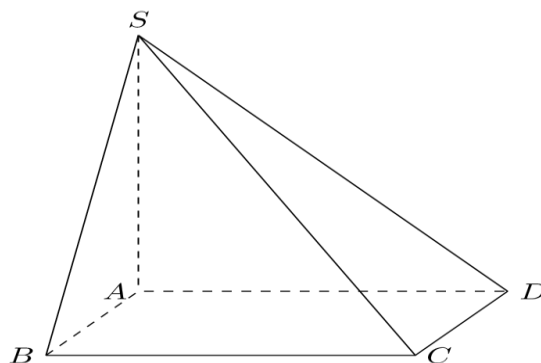
- A và B là hai biến cố không độc lập.
- Xác suất công ty thắng thầu đúng 1 dự án là 0,3.
- Biết công ty thắng thầu dự án 1, xác suất công ty thắng thầu dự án 2 là 0,4.
- Biết công ty không thắng thầu dự án 1, xác suất công ty thắng thầu dự án 2 là 0,8.

Câu 4. Giả sử Trái Đất có dạng hình cầu bán kính bằng $6,4 \cdot 10^6 \text{ m}$. Bạn An đang đứng trên mặt đất. Có 3 vệ tinh báo về máy chủ tiếp nhận thông tin rằng vệ tinh thứ nhất đang cách An $3 \cdot 10^6 \text{ m}$, vệ tinh thứ hai đang cách An $4 \cdot 10^6 \text{ m}$ và vệ tinh thứ ba đang cách An $5 \cdot 10^6 \text{ m}$. Biết rằng trong hệ trục tọa độ $Oxyz$ cho trước với O là tâm Trái Đất (1 đơn vị $= 10^6 \text{ m}$), tại thời điểm vệ tinh thông báo về máy chủ thì tọa độ của các vệ tinh lần lượt là $I_1(4;4;6)$, $I_2(8;4;3)$ và $I_3(4;9;3)$.

- Trái Đất có dạng hình cầu có phương trình là $x^2 + y^2 + z^2 = 6,4^2$.
- Khoảng cách giữa hai vệ tinh I và II là $4 \cdot 10^6 \text{ m}$.
- Ba vệ tinh nằm trên mặt phẳng $15x - 12y + 20z - 132 = 0$.
- Tọa độ vị trí An đang đứng là $(4;4;3)$.

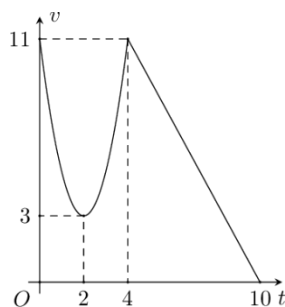
PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật, $SA \perp (ABCD)$, $AB = 8$, $AC = \sqrt{233}$. Góc giữa hai đường thẳng SD và BC bằng 30° . Tính thể tích của khối chóp $S.ABCD$, (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị).



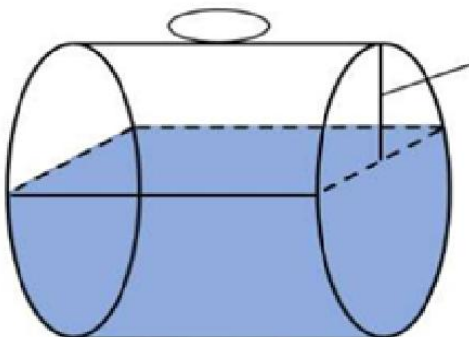
Câu 2. Trong không gian $Oxyz$, một cabin cáp treo xuất phát từ điểm $A(11; 4; 0)$ và chuyển động đều theo đường cáp có véc tơ chỉ phương $\vec{u} = (-3; -4; 0)$ với tốc độ là $5m/s$ (Đơn vị trên mỗi trục tọa độ là mét); giả sử sau $t(s)$ kể từ lúc xuất phát ($t \geq 0$), cabin đến điểm M ; Một người đứng tại điểm O quan sát cabin chạy trên cáp treo, sau thời gian bao nhiêu thì khoảng cách giữa người quan sát và cabin gần nhau nhất? (làm tròn đến hàng phần trăm)

Câu 3. Một chất điểm chuyển động theo quy luật vận tốc $v(t)$ (m/s) có dạng đường Parabol khi $0 \leq t \leq 4$ (s) và $v(t)$ có dạng đường thẳng khi $4 \leq t \leq 10$ (s). Biết đỉnh Parabol là $I(2; 3)$. Hỏi quãng đường đi được chất điểm trong thời gian $0 \leq t \leq 10$ (s) là bao nhiêu mét (làm tròn đến hàng phần chục)?



Câu 4. Một doanh nghiệp hỗ trợ cho người dân bị thất nghiệp ở một khu phố với điều kiện như sau. Người thất nghiệp của khu phố làm việc tạp vụ cho doanh nghiệp trong nhiều ngày liên tiếp. Sau ngày đầu tiên, doanh nghiệp cho 110 nghìn đồng/người. Bắt đầu từ ngày thứ hai, mỗi ngày tăng thêm 20 nghìn đồng/người so với ngày hôm trước. Mỗi người thất nghiệp phải làm cho doanh nghiệp đó ít nhất bao nhiêu ngày để có được hơn 5 triệu đồng (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị)?

Câu 5. Một bể chứa nhiên liệu hình trụ đặt nằm ngang, có chiều dài 5 m, có bán kính đáy 1m. Chiều cao của mực nhiên liệu là 1,5m. Tính thể tích phần nhiên liệu trong bể (theo đơn vị m^3 , làm tròn đến chữ số thập phân hàng phần trăm).



Câu 6: Có hai hộp bóng bàn, các quả bóng bàn có kích thước và hình dạng như nhau. Hộp I chứa 3 bóng bàn màu trắng và 2 bóng bàn màu vàng, hộp II chứa 6 bóng bàn màu trắng và 4 bóng bàn màu vàng. Lấy ngẫu nhiên 4 quả bóng bàn ở hộp I bỏ vào hộp II rồi lấy ngẫu nhiên 1 quả bóng bàn từ hộp II ra. Tính xác suất để quả bóng bàn lấy từ hộp II có màu vàng.

-----HẾT-----

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1 = 6$ và $u_2 = -12$. Công bội q của cấp số nhân đã cho là

- A. $q = -\frac{1}{2}$. B. $q = -2$. C. $q = -18$. D. $q = -6$.

Câu 2: Số nghiệm thực của phương trình $2^{\sqrt{x}} = 2^{2-x}$ là:

- A. 3. B. 1. C. 2. D. 0.

Câu 3: Số đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y = \frac{\sqrt{x^2 - 4}}{x^2 - 1}$ là

- A. 1. B. 2. C. 3. D. 4.

Câu 4: Tập nghiệm của bất phương trình $\log_2(x^2 + 3x) \leq 2$ là

- A. $(0; 1]$. B. $\left(0; \frac{1}{2}\right]$. C. $[-4; -3] \cup (0; 1]$. D. $[-4; -3] \cup [0; 1]$.

Câu 5: Dũng là học sinh rất giỏi chơi rubik, bạn có thể giải nhiều loại khối rubik khác nhau. Trong một lần luyện tập giải khối rubik 3×3 , bạn Dũng đã tự thống kê lại thời gian giải rubik trong 25 lần giải liên tiếp ở bảng sau:

Thời gian giải rubik (giây)	$[8; 10)$	$[10; 12)$	$[12; 14)$	$[14; 16)$	$[16; 18)$
Số lần	4	6	8	4	3

Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm có giá trị gần nhất với giá trị nào dưới đây?

- A. 5,98. B. 6. C. 2,44. D. 2,5.

Câu 6: Cho hình chóp $S.ABC$ có SA vuông góc với mặt phẳng đáy (ABC) , tam giác ABC đều cạnh bằng a , $SA = a\sqrt{3}$. Góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng (ABC) bằng

- A. 90° . B. 60° . C. 30° . D. 45° .

Câu 7: Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng d đi qua điểm $M(1; -1; 3)$ và song song với đường thẳng

$d_1: \frac{x-2}{2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z+3}{-1}$ có phương trình là

- A. $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -1 + t \\ z = 3 - t \end{cases}$. B. $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -1 + t \\ z = 3 + t \end{cases}$. C. $\begin{cases} x = 2 + t \\ y = 1 - t \\ z = -1 + 3t \end{cases}$. D. $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 1 + t \\ z = 3 - t \end{cases}$.

Câu 8: Tính thể tích vật thể tròn xoay khi quay hình phẳng giới hạn bởi các đường cong $y = \sqrt{e^x - x}$, $y = 0$, $x = 1$, $x = 2$ xung quanh trục Ox là:

- A. $\pi \left(e^2 - e - \frac{3}{2} \right)$. B. $e^2 - e - \frac{5}{2}$. C. $\pi \left(e^2 - e - \frac{5}{2} \right)$. D. $e^2 - e - \frac{3}{2}$.

Câu 9: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có tâm $I(0; -2; 1)$ và bán kính $R = 5$. Phương trình của (S) là

- A. $x^2 + (y+2)^2 + (z-1)^2 = 25$. B. $x^2 + (y-2)^2 + (z+1)^2 = 25$.
C. $x^2 + (y+2)^2 + (z-1)^2 = 5$. D. $x^2 + (y-2)^2 + (z+1)^2 = 5$.

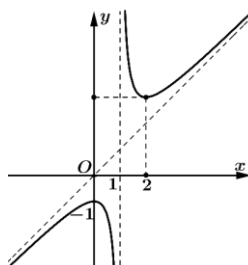
Câu 10: Với mọi số thực dương a , $\log_3(27a) - \log_3 a$ bằng

- A. $\log_3(26a)$. B. 9. C. 3. D. $3 - 2\log_3 a$.

Câu 11: Cho $\int \frac{1}{\sin^2 x} dx = F(x) + C$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

- A. $F'(x) = \frac{-\sin 2x}{\cos^4 x}$. B. $F'(x) = -\cot x$. C. $F'(x) = -\frac{1}{\sin^2 x}$. D. $F'(x) = \frac{1}{\sin^2 x}$.

Câu 12: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ dưới đây:



Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào trong các khoảng sau đây?

- A. $(-\infty; 1)$. B. $(1; 2)$. C. $(2; +\infty)$. D. $(-1; 1)$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Cho hàm số $f(x) = 2\cos x - x + \pi$.

a) $f(\pi) = -2$.

b) Đạo hàm của hàm số đã cho là $f'(x) = 2\sin x - 1$.

c) Số nghiệm của phương trình $f'(x) = 0$ trên $\left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$ là 2

d) Giá trị nhỏ nhất của $f(x)$ trên đoạn $\left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$ là $\frac{\pi}{2}$

Câu 2: Tốc độ trao đổi chất cơ bản của sinh vật có thể tăng hoặc giảm tùy thuộc vào hoạt động của sinh vật. Cụ thể, sau khi hấp thụ chất dinh dưỡng, sinh vật thường trải qua một sự tăng đột biến trong tốc độ trao đổi chất của nó, sau đó dần dần trở lại mức cơ bản. Bạn Hoa vừa kết thúc bữa tối trong buổi sinh nhật của mình và nạp vào mức năng lượng là 5120 J. Sau đó cô đã tiêu hao hết số năng lượng đó trong vòng 12 giờ tiếp theo. Giả sử t giờ sau bữa ăn, bạn Hoa tiêu hao được $M(t)$ kJ thì tốc độ tiêu hao năng lượng của cô được mô phỏng bởi hàm số:

$$M'(t) = M_0 + te^{-0,1t^2} \text{ (kJ/h) với } t \in [0; 12]$$

a) $M(t) = M_0 t - 5e^{-0,1t^2} + C$ với C là hằng số.

b) $M_0 = 0,01$ (Kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

c) Năng lượng còn lại sau 6 giờ đầu là 197 J (Kết quả làm tròn đến hàng đơn vị).

d) Tốc độ tiêu hao năng lượng trung bình trong khoảng thời gian từ a (giờ) đến b (giờ) được tính bởi

công thức $v_{tb} = \frac{M(b) - M(a)}{b - a}$. Tốc độ tiêu hao năng lượng trung bình từ 6 giờ đến 12 giờ của bạn

Hoa là 32,76 (J/h) (Kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

Câu 3: Trong một khu vực đô thị, cảnh sát giao thông ghi nhận các trường hợp vi phạm tốc độ trong giờ cao điểm. Thống kê cho thấy:

- Tỷ lệ nam giới tham gia giao thông trong giờ cao điểm là 60% , tỷ lệ nữ giới là 40%
- Trong số các lái xe nam, tỷ lệ vi phạm tốc độ là 10%
- Trong số các lái xe nữ, tỷ lệ vi phạm tốc độ là 3%

a) Xác suất một lái xe được chọn ngẫu nhiên trong giờ cao điểm là nam giới và vi phạm tốc độ là 0,06

b) Xác suất một lái xe được chọn ngẫu nhiên trong giờ cao điểm vi phạm tốc độ là 0,13.

c) Nếu một lái xe được chọn ngẫu nhiên vi phạm tốc độ, khả năng cao người đó là nam giới.

d) Giả sử cảnh sát chỉ dừng xe của những người vi phạm tốc độ để xử phạt. Biết một người đã bị dừng xe, xác suất người đó là nữ giới lớn hơn 0,2 .

Câu 4: Trong không gian $Oxyz$ (đơn vị trên mỗi trục tính theo kilômét), một trạm thu phát sóng điện thoại di động được đặt ở vị trí $I(1;3;7)$. Trạm thu phát sóng đó được thiết kế với bán kính phủ sóng là 3 km.



a) Phương trình mặt cầu (S) để mô tả ranh giới bên ngoài của vùng phủ sóng trong không gian là $(x+1)^2 + (y+3)^2 + (z+7)^2 = 9$

b) Nếu người dùng điện thoại ở vị trí điểm $A(2;2;7)$ thì có thể sử dụng dịch vụ của trạm thu phát sóng đó

c) Nếu người dùng điện thoại ở vị trí có tọa độ $B(5;6;7)$ thì không thể sử dụng dịch vụ của trạm thu phát sóng đó

d) Tính theo đường chim bay, khoảng cách lớn nhất để một người ở vị trí có tọa độ $B(5;6;7)$ di chuyển được tới vùng phủ sóng theo đơn vị km là 8 km.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1: Cho khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh bằng 1. Biết khoảng cách giữa đường thẳng $B'C'$ với mặt phẳng $(A'BC)$ bằng $\frac{\sqrt{3}}{3}$. Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng bao nhiêu? (Kết quả làm tròn đến chữ số thập phân thứ hai sau dấu phẩy)

Câu 2: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai viên bi xanh và đỏ ban đầu dạng hai mặt cầu lần lượt là $(S_{đỏ}): (x-10)^2 + y^2 + (z-3)^2 = 9$ và $(S_{xanh}): (x+12)^2 + y^2 + (z-4)^2 = 16$. Biết mặt đất trùng với mặt phẳng Oxy và hai mặt cầu này tiếp xúc với mặt phẳng Oxy với điểm tiếp xúc nằm trên trục Ox . Truyền cho hai viên bi đỏ và xanh lần lượt các tốc độ không đổi $v_d = 5(\text{m/s})$ và $v_x = 3(\text{m/s})$ thì hai viên bi lăn thẳng về phía nhau dọc theo trục Ox (Điểm tiếp xúc luôn nằm trên Ox). Sau khoảng thời gian bằng bao nhiêu giây thì hai viên bi va chạm lần đầu tiên (Đơn vị trên hệ trục tọa độ là mét và kết quả làm tròn đến hàng phần chục)

Câu 3: Người ta cần thiết kế đoạn một cây cầu cong nối giữa hai điểm A và B trên hai bờ sông sao cho cây cầu này có hình dạng thẩm mỹ và ổn định. Để mô phỏng hình dáng của cây cầu, người ta sử dụng một hàm bậc ba. Trong hệ tọa độ Oxy (đơn vị: feet). Bằng cách đo đạc tại thực địa, ta xác định được đường cong của cây cầu đi qua hai điểm có tọa độ lần lượt là $A(-1200;80)$; $B(1200;60)$ và điểm giữa cây cầu (tại $x = 0$) có độ cao là 200 feet. Tiếp tuyến tại điểm giữa cây cầu (tại $x = 0$) cắt trục hoành tại điểm có hoành độ là -1000 feet (Hình vẽ). Tính tổng chi phí xây dựng cây cầu dựa trên diện tích bề mặt của cây cầu (Đơn vị: triệu USD), biết chi phí xây dựng là 100 USD cho mỗi feet vuông của mặt cầu (Diện tích bề mặt của cây cầu được xác định là diện tích của phần hình phẳng được giới hạn bởi đồ thị của hàm số $y = f(x)$, trục hoành và các đường thẳng $x = -1200$; $x = 1200$)

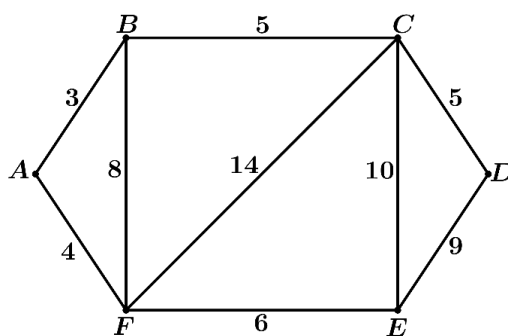


Câu 4: Một xe ô tô chở khách du lịch có sức chứa tối đa là 16 hành khách. Trong một khu du lịch, một đoàn khách gồm 22 người đang đi bộ và muốn thuê xe về khách sạn. Lái xe đưa ra thỏa thuận với đoàn khách

du lịch như sau. Nếu một chuyến xe chở x (người) thì giá tiền cho mỗi người là $\frac{40 - x^2}{2}$ (nghìn đồng). Với thỏa thuận như trên thì lái xe có thể thu được nhiều tiền nhất bao nhiêu triệu đồng từ một chuyến chở khách (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm)?

Câu 5: Trong một đêm thi hát, mỗi người phải tham gia hát hai bài : Một bài theo phong cách âm nhạc dân gian, một bài theo phong cách âm nhạc nhạc nhẹ. Một đội có 20 người tham gia đêm thi hát đó. Kết quả là 15 người đạt bài thi theo phong cách âm nhạc dân gian, 17 người đạt bài thi theo phong cách âm nhạc nhạc nhẹ; 2 người không đạt cả hai bài. Chọn ngẫu nhiên một người. Tính xác suất để người đó đạt bài thi theo phong cách âm nhạc nhạc nhẹ biết rằng người đó đạt bài thi theo phong cách âm nhạc dân gian (Kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

Câu 6: Giả sử có 6 địa điểm A, B, C, D, E, F được nối với nhau theo những con số với độ dài (Đơn vị tính: kilomet) được mô tả như hình vẽ dưới đây. Một người giao hàng cần đi giao hàng tại 6 địa điểm trên. Người giao hàng xuất phát từ một địa điểm nào đó, đi qua các điểm còn lại để giao hàng, mỗi địa điểm đúng một lần và trở về địa điểm ban đầu. Quãng đường ngắn nhất mà người giao hàng có thể di chuyển là bao nhiêu kilomet?



-----HẾT-----

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = e^x \left(1 - \frac{2e^{-x}}{x^5}\right)$

A. $\int f(x) dx = e^x + \frac{1}{2x^4} + C$

B. $\int f(x) dx = e^x - \frac{1}{2x^4} + C$

C. $\int f(x) dx = e^x - \frac{2}{x^4} + C$

D. $\int f(x) dx = e^x + \frac{2}{x^4} + C$

Câu 2: Tính thể tích V của phần vật thể giới hạn bởi hai mặt phẳng $x=0, x=1$, có thiết diện bị cắt bởi mặt phẳng vuông góc với trục Ox tại điểm có hoành độ $x(0 \leq x \leq 1)$ là một tam giác đều có cạnh bằng x .

A. $V = \frac{12\pi}{5}$.

B. $V = \frac{12}{5}$.

C. $V = \frac{\sqrt{3}\pi}{12}$.

D. $V = \frac{\sqrt{3}}{12}$.

Câu 3: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật tâm I và cạnh bên SA vuông góc với đáy. Khẳng định nào sau đây **đúng**?

A. $(SCD) \perp (SAD)$. B. $(SBC) \perp (SIA)$. C. $(SDC) \perp (SAI)$. D. $(SBD) \perp (SAC)$.

Câu 4: Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M và P lần lượt là trung điểm của các cạnh AB và CD . Đặt $\overrightarrow{BA} = \vec{b}$, $\overrightarrow{AC} = \vec{c}$, $\overrightarrow{AD} = \vec{d}$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $\overrightarrow{MP} = \frac{1}{2}(\vec{c} + \vec{d} + \vec{b})$.

B. $\overrightarrow{MP} = \frac{1}{2}(\vec{d} + \vec{b} - \vec{c})$.

C. $\overrightarrow{MP} = \frac{1}{2}(\vec{c} + \vec{b} - \vec{d})$.

D. $\overrightarrow{MP} = \frac{1}{2}(\vec{c} + \vec{d} - \vec{b})$.

Câu 5: Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1 = 2$ và công bội $q = 3$. Tìm số hạng thứ 4 của cấp số nhân?

A. 24.

B. 54.

C. 162.

D. 48.

Câu 6: Nghiệm của phương trình $\left(\frac{1}{5}\right)^{x^2-2x-3} = 5^{x+1}$ là

A. $x = -1; x = 2$.

B. Vô nghiệm.

C. $x = 1; x = 2$.

D. $x = 1; x = -2$.

Câu 7: Với a là số thực dương tùy ý, $\log_4(4a)$ bằng

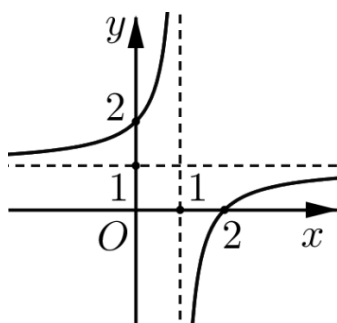
A. $1 - \log_4 a$.

B. $1 + \log_4 a$.

C. $4 - \log_4 a$.

D. $4 + \log_4 a$.

Câu 8: Cho hàm số $y = f(x) = \frac{ax+b}{cx+d}$ có đồ thị như hình vẽ. Tâm đối xứng của đồ thị hàm số có tọa độ là?



A. 1;1.

B. 1;2.

C. 2;1.

D. 2;2.

Câu 9: Bạn An rất thích chạy bộ. Thời gian chạy bộ mỗi ngày trong thời gian gần đây của bạn An được thống kê lại ở bảng sau:

Thời gian (phút)	[20;25)	[25;30)	[30;35)	[35;40)	[40;45)
Số ngày	6	6	4	1	1

Hãy tính khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm trong bảng trên.

- A. 9,225. B. 8,25. C. 9,25. D. 8,125.

Câu 10: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-1}{4} = \frac{-y}{2} = \frac{z+2}{-6}$. Vector nào dưới đây là một vector chỉ phương của d ?

- A. $\vec{u}_2 = (2; -1; 3)$. B. $\vec{u}_1 = (4; 2; -6)$. C. $\vec{u}_3 = (-2; 1; 3)$. D. $\vec{u}_4 = (1; 0; 2)$.

Câu 11: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; -3; 2), B(3; 5; -2)$. Phương trình mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB có dạng $x + ay + bz + c = 0$. Khi đó $a + b + c$ bằng

- A. -2. B. -4. C. -3. D. 2.

Câu 12: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau:

Giá trị lớn nhất của hàm số $y = f(x)$ trên đoạn $[0; 2]$ bằng

- A. 1. B. 3.
C. 0. D. 2.

x	$-\infty$	1	2	$+\infty$	
$f'(x)$	+	0	-	0	+
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$ 3	$\searrow$ 0	$\nearrow$ $+\infty$	

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Cho hàm số $f(x) = \cos 2x + 2x + 1$.

- a) $f\left(\frac{\pi}{2}\right) = \pi$
b) Đạo hàm của hàm số đã cho là $f'(x) = 2\sin 2x + 2$
c) Nghiệm của phương trình $f'(x) = 0$ trên đoạn $\left[-\frac{\pi}{2}; \pi\right]$ là $x = \frac{\pi}{4}$
d) Tổng giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số trên đoạn $\left[-\frac{\pi}{2}; \pi\right]$ bằng 2π .

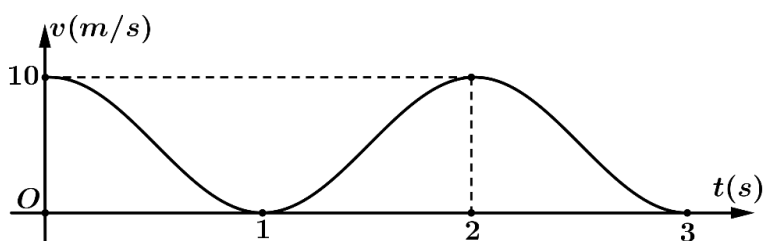
Câu 2: Xác suất để cơ quan Q thuê 1 trong các công ty A và B tư vấn lần lượt là 0,4 và 0,6. Theo kinh nghiệm khả năng Q phát sinh thêm chi phí khi sử dụng dịch vụ tư vấn của công ty A và B lần lượt là 0,05 và 0,03 (Kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)

- a) Xác suất để Q có phát sinh thêm chi phí khi sử dụng dịch vụ tư vấn là 0,038.
b) Biết Q có phát sinh thêm chi phí khi sử dụng dịch vụ tư vấn. Xác suất để Q thuê công ty A tư vấn là 0,47
c) Biết Q có phát sinh thêm chi phí khi sử dụng dịch vụ tư vấn. Xác suất để Q thuê công ty B tư vấn là 0,53
d) Biết Q không phát sinh thêm chi phí khi sử dụng dịch vụ tư vấn. Xác suất để Q thuê công ty A tư vấn là 0,4.

Câu 3: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, một tàu ngầm đang di chuyển dưới biển sâu với hướng di chuyển theo đường thẳng $\Delta: \frac{x-50}{3} = \frac{y+20}{-4} = \frac{z-10}{1}$. Hải quân phát hiện một khu vực nguy hiểm được rải mìn, khu vực này có dạng hình cầu (S) với tâm $C(200; -300; 60)$ và bán kính $R = 80$ (Đơn vị đo là mét)

- Vector chỉ phương của đường di chuyển Δ vuông góc với $\overline{OC}$, với O là gốc tọa độ
- Đường di chuyển Δ nằm trong mặt phẳng $(P): 4x + 3y = 140$.
- Tàu ngầm sẽ đi vào khu vực nguy hiểm (S)
- Gọi M là điểm gần khu vực mìn nhất trên đường đi của tàu ngầm. Biết rằng tốc độ tàu ngầm không đổi là $5(\text{m/s})$. Thời gian ngắn nhất để tàu ngầm di chuyển từ vị trí hiện tại $A(50; -20; 10)$ đến điểm M là $63,5$ giây (Kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)

Câu 4: Một chất điểm chuyển động trong 3 giây với vận tốc $v(t) = m \cos(\pi t) + n$ (đơn vị: m/s) trong đó t (giây) là biến thời gian và m, n là các hằng số có đồ thị như hình sin vẽ dưới đây:

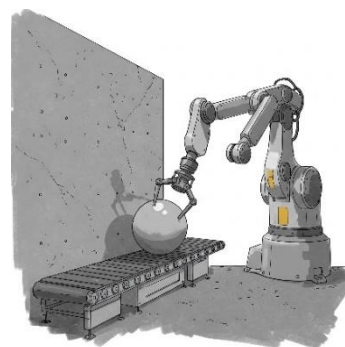


- Vận tốc của vật ở thời điểm $t = 2$ giây là $10 (\text{m/s})$
- $m = 5$
- $n = 10$
- Tổng quãng đường vật đi được sau 3 giây là $27,93\text{m}$

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

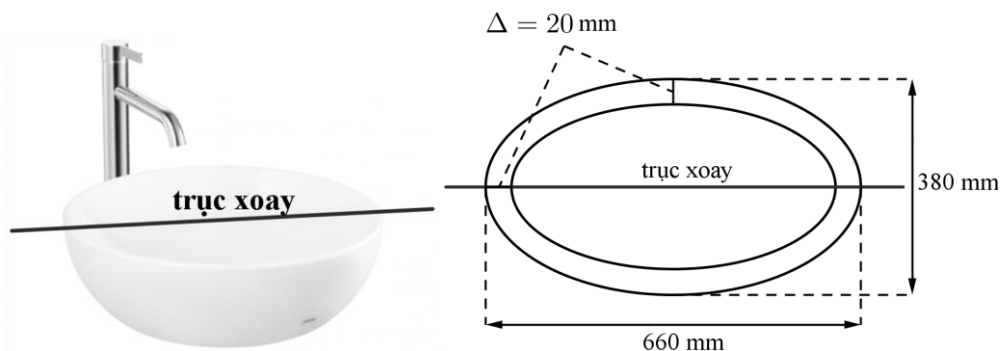
Câu 7: Cho hình chóp đều $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh bằng 1 và cạnh bên $SA = 2$. Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng SD và AB . (Kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)

Câu 8: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, một cánh tay robot được lập trình để gấp một chi tiết hình cầu có bán kính $R = 1$ đặt trên băng chuyền tại vị trí $A(5; 0; 0)$. Trong không gian làm việc của robot có một chướng ngại vật là một mặt phẳng $(P): x + y + z = 10$. Để tối ưu hóa năng lượng và thời gian, robot cần di chuyển đầu gấp từ vị trí xuất phát $O(0; 0; 0)$ đến điểm B trên mặt cầu chi tiết sao cho đường đi là ngắn nhất và không va chạm với chướng ngại vật (P) . Tính độ dài đường đi ngắn nhất mà robot cần thực hiện.



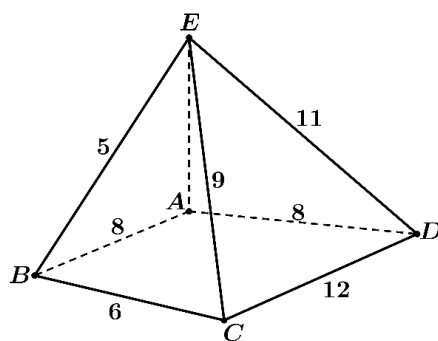
Câu 9: Có 10 học sinh làm bài kiểm tra xác suất thống kê, trong đó có 2 học sinh giỏi (trả lời được 100% các câu hỏi), 3 học sinh khá (trả lời được 80% các câu hỏi), 5 học sinh trung bình (trả lời được 50% các câu hỏi). Bài kiểm tra có 4 câu hỏi được lấy ngẫu nhiên từ 20 câu hỏi. Giáo viên chọn ngẫu nhiên một bài làm của học sinh để chấm điểm. Xác suất bài làm đó trả lời được cả 4 câu hỏi là bao nhiêu (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)?

Câu 10: Hình elip được ứng dụng nhiều trong thực tiễn, đặc biệt là kiến trúc, xây dựng, thiết bị nội thất,. Mặt trong (lọt lòng) và ngoài (phủ bì) của một bồn rửa (lavabo) bằng sứ có hình dạng là một nửa khối tròn xoay khi quay quanh một trục của 2 elip có chung các trục đối xứng (hình minh họa). Thông số kỹ thuật mặt trên của bồn rửa: dài $\times$ rộng là 660×380 mm (phủ bì) và elip (lọt lòng) có trục lớn, trục nhỏ ít hơn elip phủ bì một khoảng 40 mm. Tính thể tích chứa nước của bồn rửa (Đơn vị: lít và làm tròn kết quả đến hàng phần mười).



Câu 11: Anh An thành lập một công ty sản xuất in ấn Sách Giáo Khoa chương trình "Cánh Diều". Nhằm tạo điều kiện cho các nhà sách tiêu thụ giá hợp lý, đơn giá mỗi bộ sách ban đầu được biểu diễn theo hàm $p(x) = 200 - 3x$ (nghìn đồng) với x là số lượng từng bộ sách bán ra và tổng chi phí sản xuất được biểu diễn theo hàm $C(x) = 75 + (80 + T)x - x^2$ (nghìn đồng) với mọi x thỏa $0 \leq x \leq 40$, trong đó T (nghìn đồng) là mức thuế giá trị gia tăng VAT phải đóng trên từng số lượng bộ sách sản xuất ra mà công ty anh An phải chi trả. Xem như công ty anh An sản xuất đều đặn trong điều kiện lí tưởng, khi lợi nhuận của công ty đạt giá trị cao nhất thì tổng mức thuế phải chi trả cũng đồng thời cao nhất. Khi đó mức thuế của mỗi bộ sách mà công ty phải trả là bao nhiêu (Đơn vị: nghìn đồng)?

Câu 12: Một trò chơi điện tử quy định như sau: Có 5 trụ A, B, C, D, E với số lượng các thử thách trên đường đi giữa các cặp trụ được mô tả trong hình bên. Người chơi xuất phát từ một trụ nào đó, đi qua tất cả các trụ còn lại, mỗi lần đi qua một trụ thì trụ đó sẽ bị phá hủy và không thể quay trở lại trụ đó được nữa, nhưng người chơi vẫn phải quay trở về trụ ban đầu. Tổng số thử thách của đường đi thỏa mãn điều kiện trên nhận giá trị nhỏ nhất là bao nhiêu ?



-----HẾT-----

Phần I.

Câu 1. Giả sử mẫu số liệu ghép nhóm được cho dưới dạng bảng tần số ghép nhóm:

Nhóm	Nhóm 1	Nhóm 2	...	Nhóm k
Giá trị đại diện	x_1	x_2	...	x_k
Tần số	n_1	n_2	...	n_k

Đặt $n = n_1 + n_2 + \dots + n_k$. Số trung bình của mẫu số liệu ghép nhóm, kí hiệu $\bar{x}$ được tính theo công thức nào dưới đây?

- A. $\bar{x} = \frac{n_1x_1 + n_2x_2 + \dots + n_kx_k}{n}$ B. $\bar{x} = \frac{n_1x_1 + n_2x_2 + \dots + n_kx_k}{\sqrt{n}}$
 C. $\bar{x} = \frac{n_1x_1 + n_2x_2 + \dots + n_kx_k}{2n}$ D. $\bar{x} = \frac{n_1^2x_1 + n_2^2x_2 + \dots + n_k^2x_k}{n}$

Câu 2. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có thể tích bằng 30. Hỏi thể tích của khối tứ diện $BDA'C'$ bằng bao nhiêu?

- A. 15 B. 10 C. 20 D. 5

Câu 3. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_2(10-x) \leq 2x$ có chứa bao nhiêu nghiệm là số nguyên?

- A. 7 B. 6 C. 9 D. 8

Câu 4. Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng Δ_1, Δ_2 lần lượt có hai vectơ chỉ phương là $\vec{u}_1 = (3; -4; 0)$ và $\vec{u}_2 = (-5; 0; -12)$. Cosin của góc giữa hai đường thẳng Δ_1, Δ_2 bằng:

- A. $\frac{3}{13}$ B. $-\frac{5}{6}$ C. $\frac{5}{6}$ D. $-\frac{3}{13}$

Câu 5. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = x\sqrt{x} + 2$ là:

- A. $F(x) = \frac{2}{5}x^2\sqrt{x} + 2x + C$ B. $F(x) = \frac{5}{2}x^2\sqrt{x} + 2x + C$
 C. $F(x) = \frac{1}{2}\sqrt{x} + C$ D. $F(x) = x^2\sqrt{x} + 2x + C$

Câu 6. Hàm số $y = \log_3(x^3 + 3x^2 - 4)$ có bao nhiêu điểm cực trị?

- A. 3 B. 2 C. 1 D. 0

Câu 7. Trong một lớp học, có một nhóm bạn thân có 6 người, bao gồm bạn Lộc. Trong giờ chào cờ, học sinh các lớp phải đứng thành một hàng dọc để chào cờ. Hỏi có bao nhiêu cách để xếp 6 người bạn thân này được đứng liền nhau, và bạn Lộc luôn đứng giữa hai bạn khác.

- A. 240 B. 480 C. 180 D. 360

Câu 8. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên trên $[-5; 7]$ như hình bên. Mệnh đề nào dưới đây **đúng**?

- A. $\min_{[-5; 7]} f(x) = 6$ B. $\min_{[-5; 7]} f(x) = 2$
 C. $\max_{[-5; 7]} f(x) = 9$ D. $\max_{[-5; 7]} f(x) = 6$

x	-5	1	7
y'	-	0	+
y	6	2	9

Câu 9. Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng song song với trục Oy và đi qua điểm $(2; 1; 3)$ có phương trình tham số là:

- A. $\begin{cases} x = 2 + t \\ y = t \\ z = 3 + t \end{cases}$ B. $\begin{cases} x = 2 + t \\ y = 1 \\ z = 3 + t \end{cases}$ C. $\begin{cases} x = 2 \\ y = t \\ z = 3 \end{cases}$ D. $\begin{cases} x = t \\ y = 1 \\ z = t \end{cases}$

Câu 10. Một hình chóp có đáy là hình thoi với một góc bằng 60° và cạnh bằng a , chiều cao của hình chóp là $3a$. Thể tích của khối chóp bằng:

- A. $a^3\sqrt{3}$ B. $3a^3\sqrt{3}$ C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$ D. $\frac{3a^3\sqrt{3}}{2}$

Câu 11. Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = 3x^2 - 3$ và trục hoành?

- A. 6 B. 2 C. 4 D. 8

Câu 12. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(1; -2; 3)$. Gọi I là hình chiếu của điểm M trên trục Ox . Phương trình nào dưới đây là phương trình mặt cầu tâm I , bán kính IM ?

- A. $(x-1)^2 + y^2 + z^2 = 13$ B. $(x+1)^2 + y^2 + z^2 = 17$
C. $(x+1)^2 + y^2 + z^2 = 13$ D. $(x-1)^2 + y^2 + z^2 = \sqrt{13}$

Phần II.

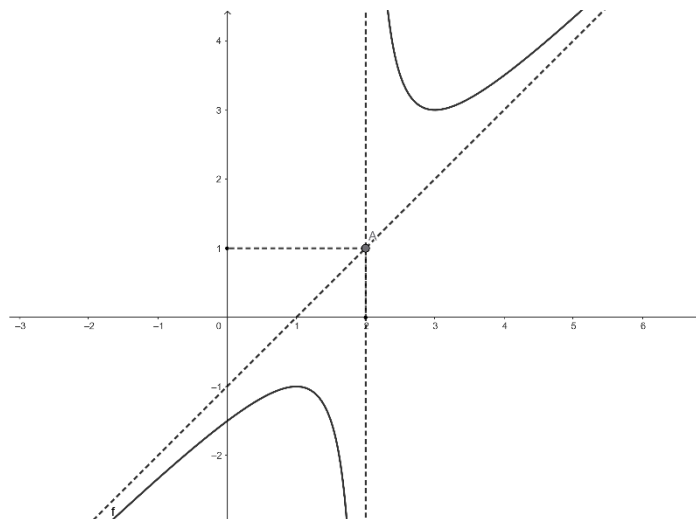
Câu 1. Cho hàm số $y = f(x) = ax + b + \frac{1}{x-c}$ có đồ thị như hình vẽ.

a) Đồ thị nhận đường thẳng $y = x + 1$ làm tiệm cận xiên.

b) Tâm đối xứng của đồ thị hàm số là điểm $I(2; 1)$.

c) $a + b + c = 0$.

d) Gọi A, B là hai điểm cực trị của đồ thị hàm số; M là điểm bất kì, thay đổi trên trục Oy sao cho góc $AMB \leq 90^\circ$. Khi đó, giá trị nhỏ nhất của tung độ điểm M là 2.



Câu 2. Trong bộ phim Fast & Furious 1, hai nam diễn viên chính đã thực hiện một cảnh quay hành động nguy hiểm như sau: (nghiêm cấm tự thử, làm theo dưới mọi hình thức)

Hai nam diễn viên đã thực hiện đua xe ô tô một đoạn đường thẳng, dài 400m, cắt ngang qua đường ray tàu hỏa. Đồng thời lúc đó có một đoàn tàu đang đi theo phương vuông góc như hình vẽ. Ban đầu (thời điểm $t = 0s$), xe của hai nam diễn viên đều ở trạng thái nghỉ, vận tốc ban đầu bằng 0, gia tốc ban đầu bằng 0.

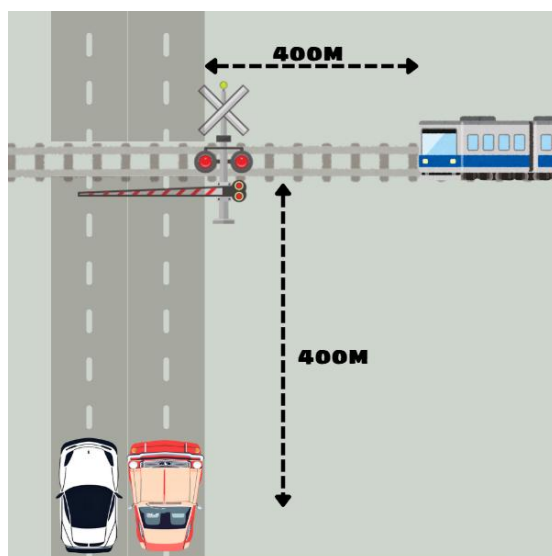
Khi đèn cảnh báo chuyển đỏ, hai nam diễn viên đồng thời nhấn ga và lái xe với gia tốc $a(t) = \frac{5}{2}t$ (m/s^2).

a) Vận tốc của cả 2 xe bắt đầu từ thời điểm $t = 0$ được tính theo công thức $v(t) = \frac{5}{4}t^2$ (m/s).

b) Quãng đường mà mỗi xe đi được sau 5s kể từ khi bắt đầu là hơn 52m.

c) Đoàn tàu di chuyển với vận tốc không đổi là $144km/h$. Quãng đường mà đoàn tàu đi được trong 10s được tính bằng công thức $\int_0^{10} 144dt$.

d) Biết đoàn tàu cũng cách mặt đường 400m. Sau 10s kể từ khi nhấn ga, hai nam diễn viên đã kịp thời vượt qua đường ray tàu hỏa (không kể chiều dài xe) và tránh được va chạm với đoàn tàu.



Câu 3. Tại Trường Đại học Giáo Dục – Đại học Quốc gia Hà Nội, khóa học viên Thạc sĩ QH2023 đang làm lễ tốt nghiệp và chuẩn bị chụp ảnh kỷ niệm. Nhóm học viên đủ điều kiện tốt nghiệp đợt này bao gồm lớp A và lớp B. Trong đó, lớp A có 6 học viên nam, 6 học viên nữ, lớp B có 8 học viên nam, 6 học viên nữ. Thợ ảnh chọn ngẫu nhiên 6 học viên từ 26 học viên để chụp một tấm ảnh đại diện trước khi chụp ảnh tập thể.

- a) Xác suất để chọn được 6 học viên có cả nam và nữ là lớn hơn 98%
- b) Xác suất để chọn được 2 học viên lớp A và 4 học viên lớp B là $\frac{33}{155}$
- c) Xác suất để chọn được đúng 3 học viên nam và 3 học viên nữ là $\frac{8}{23}$
- d) Biết rằng trong 6 học sinh chọn được có 3 học viên nam. Xác suất để 3 học viên nam đó có cả lớp A và lớp B là $\frac{72}{91}$

Câu 4. Trong không gian $Oxyz$, cho tam giác ABC biết $A(3;0;0)$, $B(-3;0;0)$, $C(0;5;1)$ và M là một điểm nằm trên mặt phẳng Oxy , sao cho $MA+MB=2\sqrt{34}$. Các phát biểu sau đây đúng hay sai?

- a) Góc giữa mặt phẳng (ABC) và mặt phẳng Oxy là nhỏ hơn 11°
- b) Giá trị nhỏ nhất của $MC = \sqrt{2}$
- c) Đường thẳng Δ đi qua tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC và vuông góc với mặt phẳng (ABC) có phương trình tham số là
$$\begin{cases} x = 0 \\ y = \frac{3}{2} - t \\ z = 1 + 5t \end{cases}$$

d) Điểm $H(a;b;c)$ là trực tâm của tam giác ABC . Ta có $a+52(b+c)=108$

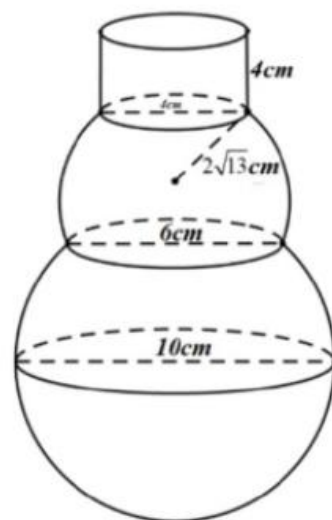
Phần III.

Câu 1. Có bao nhiêu số nguyên m thuộc đoạn $[-20; 20]$ để giá trị lớn nhất của hàm số $y = \frac{x+m+6}{x-m}$ trên đoạn $[1; 3]$ là số dương?

Câu 2. Bạn An là người có sở thích tái chế đồ cũ. Để tận dụng đồ dùng trong nhà bạn dùng hai hình cầu có bán kính lần lượt là $R=10cm$ và $r=2\sqrt{13}cm$ và một phần của mặt trụ để làm hồ lô đựng nước như hình vẽ dưới đây. Biết giao của hai mặt cầu là đường tròn có bán kính $r_1=6cm$ và cổ của hồ lô là một hình trụ có bán kính đáy bằng $r_2=4cm$, chiều cao bằng $4cm$.

Giả sử độ dày của hồ lô không đáng kể. Hồ lô đựng được tối đa V lít nước. Tính V . (làm tròn kết quả đến hàng phần chục)

Câu 3. Cho khối chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có thể tích bằng $\frac{16}{3}$ với $AB=2$. Gọi G là trọng tâm tam giác SCD , trên các cạnh AB, SD lần lượt lấy các điểm E, F sao cho EF song song BG . Khoảng cách giữa hai đường thẳng DG và EF bằng $\frac{m}{n}$ với m, n nguyên dương và $\frac{m}{n}$ là phân số tối giản. Tính giá trị của biểu thức $m-2n$.



Câu 4. Trong quân sự, một máy bay chiến đấu của đối phương có thể xuất hiện ở vị trí X với xác suất 0,55. Nếu máy bay đó không xuất hiện ở vị trí X thì nó xuất hiện ở vị trí Y . Để phòng thủ, các bộ phóng tên lửa được bố trí tại các vị trí X và Y . Khi máy bay đối phương xuất hiện ở vị trí X hoặc Y thì tên lửa sẽ được phóng để hạ máy bay đó.

Xét phương án tác chiến sau: Nếu máy bay xuất hiện tại X thì bắn 2 quả tên lửa và nếu máy bay xuất hiện tại Y thì bắn 1 quả tên lửa. Biết rằng, xác suất bắn trúng máy bay của mỗi quả tên lửa là 0,8 và các bộ phóng tên lửa hoạt động độc lập.

Máy bay bị bắn hạ nếu nó trúng ít nhất 1 quả tên lửa. Tính xác suất bắn hạ máy bay đối phương trong phương án tác chiến nêu trên. *(làm tròn kết quả đến hàng phần trăm)*

Câu 5. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(2; -3; -5)$, $I(2; 0; -1)$ và mặt phẳng $(P): 2x - y - 2z + 5 = 0$.

Điểm $M(a; b; c)$ thay đổi thuộc mặt phẳng (P) sao cho $IM = 5$ và độ dài đoạn AM lớn nhất. Khi đó giá trị của biểu thức $T = a + b + 2c$ bằng bao nhiêu?

Câu 6. Một xưởng có máy cắt và máy tiện dùng để sản xuất trục sắt và đỉnh ốc. Sản xuất 1 tấn trục sắt thì lần lượt máy cắt chạy trong 3 giờ và máy tiện chạy trong 1 giờ, tiền lãi là 2 triệu. Sản xuất 1 tấn đỉnh ốc thì lần lượt máy cắt và máy tiện chạy trong 1 giờ, tiền lãi là 1 triệu. Một máy không thể sản xuất cả 2 loại. Máy cắt làm không quá 6 giờ/ngày, máy tiện làm không quá 4 giờ/ngày. Để tiền lãi cao nhất, một ngày xưởng đã sản xuất a tấn trục sắt và b tấn đỉnh ốc. Giá trị của $a + b$ bằng bao nhiêu?

Phần I.

Câu 1. Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $M(3;1;-1)$ trên trục Oy có tọa độ là

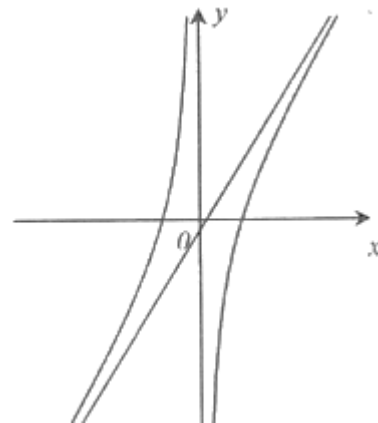
- A. $(3;0;-1)$ B. $(0;1;0)$ C. $(3;0;0)$ D. $(0;0;-1)$

Câu 2. Tìm tập nghiệm S của phương trình $\log_2(x-1) + \log_2(x+1) = 3$.

- A. $S = \{3\}$ B. $S = \{-\sqrt{10}; \sqrt{10}\}$ C. $S = \{-3; 3\}$ D. $S = \{4\}$

Câu 3. Cho hàm số $y = ax + b - \frac{r}{x}$ ($abr \neq 0$) và có đồ thị là (C) có dạng như hình vẽ sau. Các hệ số a, b, r phải thỏa mãn điều kiện nào dưới đây?

- A. $\begin{cases} a > 0 \\ b < 0 \\ r > 0 \end{cases}$ B. $\begin{cases} a > 0 \\ b > 0 \\ r < 0 \end{cases}$
C. $\begin{cases} a < 0 \\ b > 0 \\ r > 0 \end{cases}$ D. $\begin{cases} a > 0 \\ b > 0 \\ r > 0 \end{cases}$



Câu 4. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có $BB' = a$, đáy ABC là tam giác vuông cân tại B , $AC = a\sqrt{2}$. Thể tích của khối lăng trụ đã cho là

- A. $\frac{a^3}{3}$ B. $\frac{a^3}{6}$ C. a^3 D. $\frac{a^3}{2}$

Câu 5. Một người bán gạo muốn đóng một thùng tôn đựng gạo có thể tích không đổi bằng 10 m^3 . Thùng tôn là hình hộp chữ nhật có chiều dài đáy bằng hai lần chiều rộng và không có nắp. Trên thị trường giá tôn làm đáy thùng là $75.000 / \text{m}^2$ và giá tôn làm thành xung quanh thùng là $55.000 / \text{m}^2$. Tính chi phí thấp nhất để làm thùng đựng gạo. (Làm tròn đến hàng nghìn)

- A. 1.418.000 đồng B. 1.403.000 đồng C. 1.402.000 đồng D. 1.417.000 đồng

Câu 6. Tính thể tích khối tròn xoay thu được khi quay hình phẳng giới hạn bởi hai đường $y = -x^2 + 2x$ và $y = 0$ quanh trục Ox bằng

- A. $V = \frac{16}{15}$ B. $V = \frac{16\pi}{9}$ C. $V = \frac{16}{9}$ D. $V = \frac{16\pi}{15}$

Câu 7. Đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{2x+1}{x-1}$ là

- A. $y = \frac{1}{2}$ B. $y = -1$ C. $y = 1$ D. $y = 2$

Câu 8. Cho hàm số $f(x) = x + \cos(\pi x)$ và $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $F(0) = f(0)$. Giá trị của $F(-1)$ bằng

- A. $-\frac{3}{2}$ B. $\frac{3}{2} + \frac{1}{\pi}$ C. $\frac{3}{2}$ D. $\frac{3}{2} - \frac{1}{\pi}$

Câu 9. Thu nhập theo tháng (đơn vị: triệu đồng) của người lao động ở hai công ty như sau:

Thu nhập	[5;8)	[8;11)	[11;14)	[14;17)	[17;20)
Số người của công ty A	19	35	49	35	23
Số người của công ty B	16	24	32	25	

Gọi s_1, s_2 lần lượt là độ lệch chuẩn của mẫu số liệu thu thập của công ty A và công ty B. Tính $s_2 - s_1$ (làm tròn đến hàng phần chục).

- A. 4,3 B. 0,6 C. 4,6 D. 0,3

Câu 10. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;1;1)$ và $B(1;3;-3)$. Tìm tọa độ điểm M thuộc mặt phẳng Oxy sao cho $|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB}|$ đạt giá trị nhỏ nhất

- A. $(0;2;0)$ B. $(2;4;0)$ C. $(1;2;0)$ D. $(0;-2;0)$

Câu 11. Cho hàm số $f(x) = \ln|x|$. Điểm A thuộc đồ thị hàm số $y = f(x)$ thỏa mãn tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = f(x)$ tại điểm A có hệ số góc bằng $-\frac{1}{8}$. Tung độ của điểm A bằng

- A. $2\ln 2$ B. $3\ln 2$ C. $2\ln 3$ D. $3\ln 3$

Câu 12. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(2;-1;5), B(5;-5;7), M(x;y;1)$. Với giá trị nào của x, y thì A, B, M thẳng hàng?

- A. $x = 4; y = 7$ B. $x = -4; y = -7$ C. $x = 4; y = -7$ D. $x = -4; y = 7$

Phần II.

Câu 1. Ô cửa bí mật (Let's Make a Deal) là một trò chơi trên truyền hình nổi tiếng ở Mỹ. Nội dung trò chơi như sau:

- Người chơi được mời lên sân khấu và đứng trước ba cánh cửa đóng kín. Sau một cánh cửa có chiếc ô tô, sau mỗi cánh cửa còn lại là một con lừa. Người chơi được yêu cầu chọn ngẫu nhiên một cánh cửa, nhưng không được mở ra.

- Tiếp đó người quản trò tuyên bố sẽ mở ngẫu nhiên một trong hai cánh cửa người chơi không chọn mà sau cửa đó là con lừa. Người quản trò hỏi người chơi muốn giữ nguyên sự lựa chọn ban đầu của mình hay muốn chuyển sang cửa chưa mở còn lại. Giả sử người chơi chọn cửa số 1.

Kí hiệu E_1, E_2, E_3 tương ứng là các biến cố: "Sau ô cửa số 1 có ô tô"; "Sau ô cửa số 2 có ô tô"; "Sau ô cửa số 3 có ô tô" và H là biến cố: "Người quản trò mở một ô cửa có chứa con lừa". Các mệnh đề sau đúng hay sai



Hình ảnh chỉ mang tính chất minh họa

a) $P(E_1) = P(E_2) = P(E_3) = \frac{1}{3}$

b) $P(H | E_1) = \frac{1}{2}$

c) $P(H | E_2) = \frac{1}{2}$.

d) Sau khi người quân trò mở cánh cửa số 3 và thấy con lừa, lúc này người chơi nên chuyển sang ô cửa số 2 để xác suất chiến thắng sẽ cao hơn.

Câu 2. Một ô tô bắt đầu chuyển động thẳng nhanh dần đều với tốc độ $v(t) = 5t$ (m/s); trong đó t là thời gian tính bằng giây kể từ khi ô tô bắt đầu chuyển động. Đi được 6 giây, người lái xe phát hiện chướng ngại vật và phanh gấp, ô tô tiếp tục chuyển động chậm dần đều với gia tốc $a = -5$ (m/s^2).

a) Tốc độ của ô tô tại thời điểm 10 giây tính từ lúc xuất phát là $10m/s$.

b) Quãng đường ô tô chuyển động được trong 6 giây đầu tiên là $80m$.

c) Quãng đường S (đơn vị: mét) mà ô tô chuyển động được kể từ lúc bắt đầu đạp phanh đến khi dừng lại hẳn được tính theo công thức $S = \int_0^6 (30 - 5t) dt$.

d) Quãng đường ô tô chuyển động được kể từ lúc bắt đầu chuyển động cho đến khi dừng lại là $170m$.

Câu 3. Một hộ làm nghề dệt vải lụa tơ tằm sản xuất mỗi ngày được x mét vải lụa ($1 \leq x \leq 18$). Tổng chi phí sản xuất x mét vải lụa, tính bằng nghìn đồng, cho bởi hàm chi phí: $C(x) = x^3 - 3x^2 - 20x + 500$. Giả sử hộ làm nghề dệt này bán hết sản phẩm mỗi ngày với giá 220 nghìn đồng/mét. Gọi $B(x)$ là số tiền bán được và $L(x)$ là lợi nhuận thu được khi bán x mét vải lụa.

a) Biểu thức tính $B(x)$ theo x là $B(x) = 220x$ (nghìn đồng).

b) Biểu thức tính $L(x)$ theo x là $L(x) = -x^3 + 3x^2 + 220x - 500$ (nghìn đồng).

c) Hộ làm nghề dệt này cần sản xuất và bán ra mỗi ngày 10 mét vải lụa để thu được lợi nhuận tối đa

d) Lợi nhuận tối đa của hộ làm nghề dệt vải lụa tơ tằm có thể đạt được là 1000 nghìn đồng.

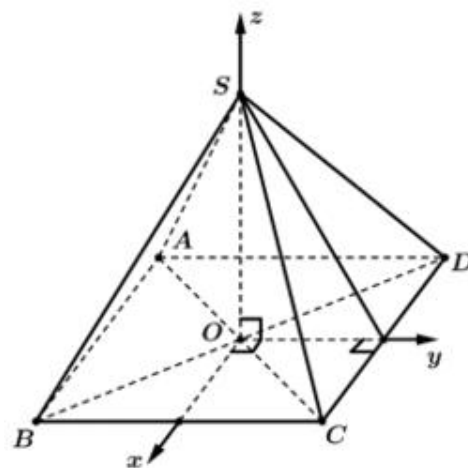
Câu 4. Cho hình chóp đều $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh bằng 2. Gọi O là tâm của đáy và $SO = 3$. Điểm G là trọng tâm tam giác SAB . Bằng cách gắn hệ trục tọa độ $Oxyz$ như hình vẽ

a) Tọa độ điểm G là $G\left(0; \frac{1}{3}; 1\right)$.

b) Phương trình đường thẳng SC là: $\frac{x-1}{1} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-3}{-3}$.

c) Phương trình mặt phẳng (SCD) là $3y + z - 3 = 0$.

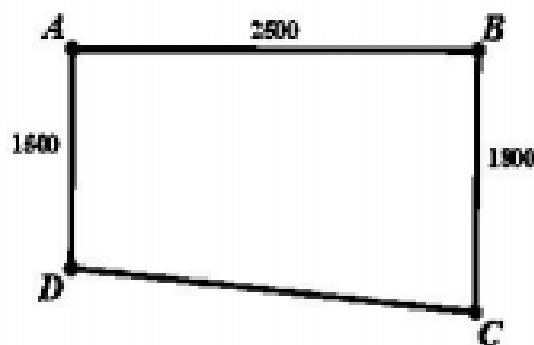
d) Khoảng cách từ điểm B đến mặt phẳng (SCD) là $\frac{3\sqrt{10}}{5}$.



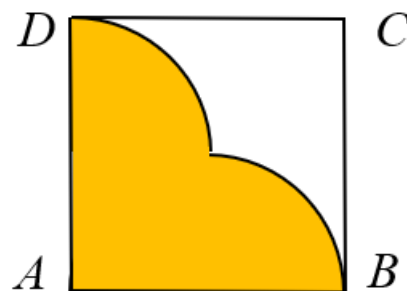
Phần III.

Câu 1. Có hai cái hộp giống nhau, hộp thứ nhất chứa 5 quả bóng bàn màu trắng và 3 quả bóng bàn màu vàng, hộp thứ hai chứa 4 quả bóng bàn màu trắng và 6 quả bóng bàn màu vàng. Minh lấy ra ngẫu nhiên 1 quả bóng từ hộp thứ nhất. Nếu quả bóng đó là bóng vàng thì Minh lấy ra ngẫu nhiên đồng thời 2 quả bóng từ hộp thứ hai, còn nếu quả bóng đó màu trắng thì Minh lấy ra ngẫu nhiên đồng thời 3 quả bóng từ hộp thứ hai. Biết rằng các quả bóng lấy ra từ hộp thứ hai đều có màu trắng. Tính xác suất để quả bóng lấy ra từ hộp thứ nhất có màu vàng. (làm tròn đến hàng phần trăm)

Câu 2. Một phần sân trường được định vị bởi các điểm A, B, C, D như hình vẽ. Bước đầu chúng được lấy “thăng bằng” để có cùng độ cao, biết $ABCD$ là hình thang vuông ở A và B với độ dài $AB = 25m$, $AD = 15m$, $BC = 18m$. Do yêu cầu kỹ thuật, khi lát phẳng phần sân trường phải thoát nước về góc sân ở C nên người ta lấy độ cao ở các điểm B, C, D xuống thấp hơn so với độ cao ở A là 10 cm , $a\text{ cm}$, 6 cm tương ứng. Giá trị của a bằng bao nhiêu?



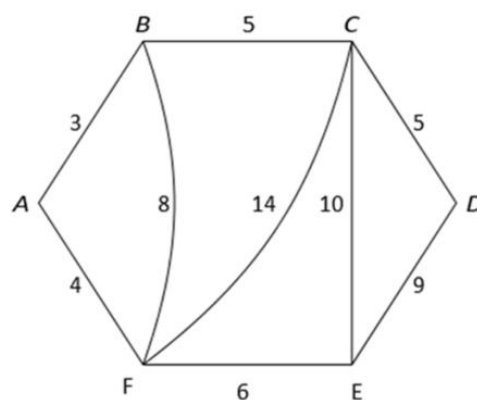
Câu 3. Một vật trang trí có dạng một khối tròn xoay được tạo thành khi quay miền (R) (phần được tô màu trong hình vẽ bên) quanh trục AB . Miền (R) được giới hạn bởi các cạnh AB , AD của hình vuông $ABCD$ và các cung phần tư của các đường tròn bán kính bằng $1m$ với tâm lần lượt là trung điểm của các cạnh AD , AB . Tính thể tích của vật trang trí đó (làm tròn kết quả đến hàng phần chục)



Câu 4. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x-2)^2 + (y+3)^2 + (z-1)^2 = 1$ và đường thẳng $d: \begin{cases} x = 2t - 1 \\ y = -t - 2 \\ z = 2t \end{cases}$. Từ điểm $M(a; b; c)$ thuộc đường thẳng d kẻ tiếp tuyến MA đến mặt cầu (S) (A là điểm tiếp xúc). Tính $a + b + c$ khi MA nhỏ nhất.

Câu 5. Trong 1 cuộc thi pha chế, mỗi đội được dùng tối đa $24g$ hương liệu, 9 lít nước và $210g$ đường để pha nước cam và nước táo. Pha 1 lít nước cam cần $30g$ đường, 1 lít nước và $1g$ hương liệu; pha 1 lít nước táo cần $10g$ đường, 1 lít nước và $4g$ hương liệu. Mỗi lít nước cam được 60 điểm, mỗi lít nước táo được 80 điểm. Để đạt điểm cao nhất, cần pha chế a lít nước cam và b lít nước táo. Giá trị của $2a + b$ bằng bao nhiêu?

Câu 6. Một nhân viên shipper có sáu địa điểm A, B, C, D, E, F cần giao hàng, các cung đường giữa sáu địa điểm được mô tả như hình vẽ, mỗi con số tương ứng với độ dài cung đường (đơn vị: km). Người giao hàng sẽ phải lựa chọn xuất phát từ một điểm nào đó trong sáu địa điểm trên, đi qua các điểm còn lại để giao hàng. Mỗi điểm chỉ đi qua đúng một lần và quay trở về điểm ban đầu sau khi giao hàng xong



Quãng đường ngắn nhất mà người giao hàng có thể lựa chọn để đi là bao nhiêu?