

Nội dung:

1. Nguyên hàm, tích phân.
2. Phương trình mặt phẳng, đường thẳng, mặt cầu trong không gian.
3. Một số yếu tố xác suất.

NGUYÊN HÀM - TÍCH PHÂN

Phần I: Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn.

Câu 1. Cho $I = \int_0^2 f(x) dx = 3$. Khi đó $J = \int_0^2 [4f(x) - 3] dx$ bằng:

- A. 2. B. 6. C. 8. D. 4.

Câu 2. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên khoảng $(-2; 3)$. Gọi $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)$ trên khoảng $(-2; 3)$, $F(-1) = 1$ và $F(2) = 4$. Tính $I = \int_{-1}^2 [f(x) + 2x] dx$.

- A. $I = 6$. B. $I = 10$. C. $I = 3$. D. $I = 9$.

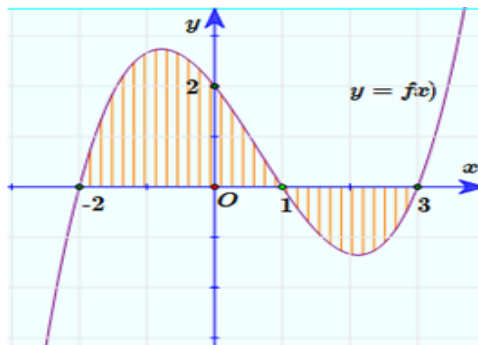
Câu 3. Cho hàm số $y = f(x) = \begin{cases} \frac{2}{x+1} & \text{khi } 0 \leq x \leq 1 \\ 2x-1 & \text{khi } 1 \leq x \leq 3 \end{cases}$. Tính tích phân $\int_0^3 f(x) dx$.

- A. $6 + \ln 4$. B. $4 + \ln 4$. C. $6 + \ln 2$. D. $2 + 2 \ln 2$.

Câu 4. Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = x^4 - 5x^2 + 4$, trục hoành và hai đường thẳng $x = 0, x = 1$.

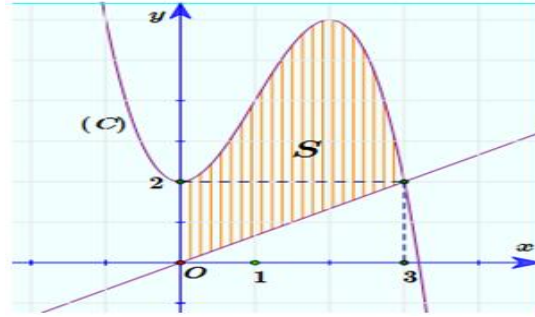
- A. $\frac{7}{3}$. B. $\frac{8}{5}$. C. $\frac{64}{25}$. D. $\frac{38}{15}$.

Câu 5. Cho đồ thị hàm số $y = f(x)$ như hình vẽ. Tìm diện tích S của hình phẳng được giới hạn bởi đồ thị và trục Ox (phần gạch sọc).



- A. $S = \left| \int_{-2}^3 f(x) dx \right|$. B. $S = \int_{-2}^3 f(x) dx$. C. $S = \int_{-2}^1 f(x) dx - \int_1^3 f(x) dx$ D. $S = \int_{-2}^1 f(x) dx + \int_1^3 f(x) dx$.

Câu 6. Cho hàm số $f(x) = -x^3 + 3x^2 + 2$ có đồ thị (C) như hình vẽ. Tính diện tích S của hình phẳng (phần gạch sọc).



A. $S = \frac{39}{4}$.

B. $S = \frac{41}{4}$.

C. $S = 10$.

D. $S = 13$.

Câu 7. Một vật đang chuyển động với vận tốc 10 m/s thì tăng tốc với gia tốc $a(t) = t^2 + 3t \text{ (m/s}^2\text{)}$. Quãng đường vật đi được trong khoảng thời gian 10 giây kể từ lúc bắt đầu tăng tốc bằng bao nhiêu?

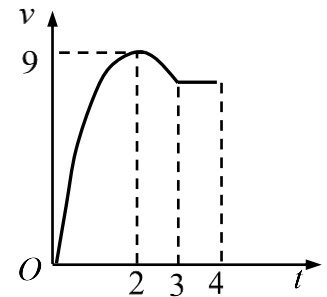
A. $\frac{4000}{3} \text{ m}$.

B. $\frac{4300}{3} \text{ m}$.

C. $\frac{1900}{3} \text{ m}$.

D. $\frac{2200}{3} \text{ m}$.

Câu 8. Một vật chuyển động trong 4 giờ với vận tốc $v \text{ (km/h)}$ phụ thuộc thời gian $t \text{ (h)}$ có đồ thị vận tốc như hình bên. Trong khoảng thời gian 3 giờ kể từ khi bắt đầu chuyển động, đồ thị đó là một phần của đường parabol có đỉnh $I(2;9)$ với trục đối xứng song song với trục tung, khoảng thời gian còn lại đồ thị là một đoạn thẳng song song với trục hoành. Tính quãng đường s mà vật di chuyển được trong 4 giờ đó



A. $26,5 \text{ (km)}$. B. $28,5 \text{ (km)}$. C. 27 (km) . D. 24 (km) .

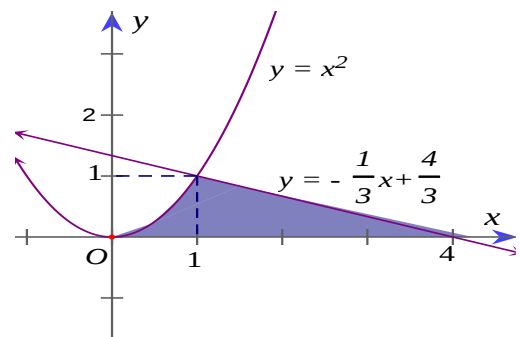
Câu 9. Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = x^2$, $y = -\frac{1}{3}x + \frac{4}{3}$ và trục hoành như hình vẽ.

A. $\frac{7}{3}$.

B. $\frac{56}{3}$.

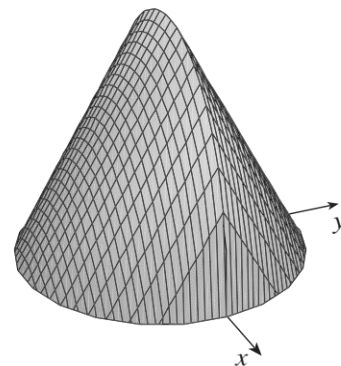
C. $\frac{39}{2}$.

D. $\frac{11}{6}$.



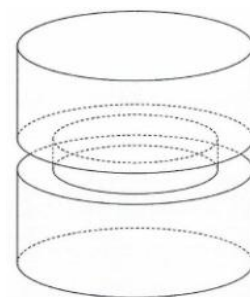
Câu 10. Cho vật thể đáy là hình tròn có bán kính bằng 1 (tham khảo hình vẽ). Khi cắt vật thể bằng mặt phẳng vuông góc với trục Ox tại điểm có hoành độ x ($-1 \leq x \leq 1$) thì được thiết diện là một tam giác đều. Thể tích V của vật thể đó là

- A. $V = 3\sqrt{3}$. B. $V = \frac{4\sqrt{3}}{3}$.
C. $V = \pi$. D. $V = \sqrt{3}$.

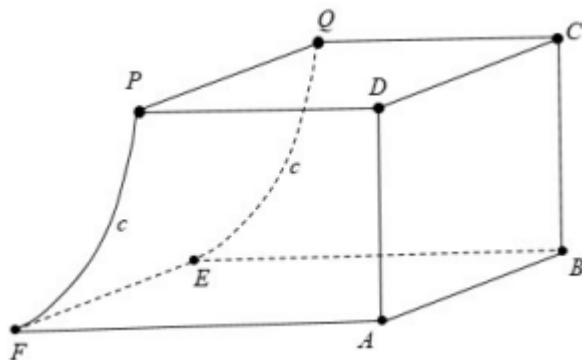


Câu 11. Để chế tạo một chi tiết máy, từ một khối thép hình trụ có bán kính 10 cm và chiều cao 30cm, người ta khoét bỏ một rãnh xung quanh rộng 1 cm và sâu 1 cm (tham khảo hình vẽ bên). Tính thể tích của chi tiết máy đó, làm tròn kết quả đến hàng phần nghìn.

- A. $9110,619\text{cm}^3$. B. $9170,309\text{cm}^3$.
C. $9365,088\text{cm}^3$. D. $8997,521\text{cm}^3$.



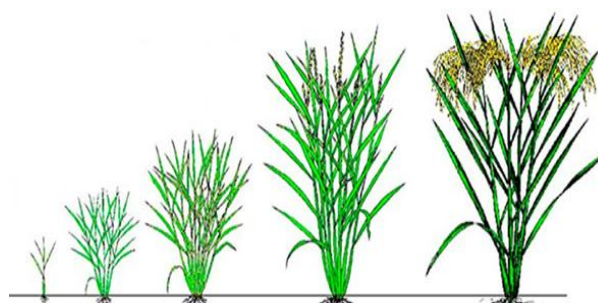
Câu 12. Một chi tiết máy được thiết kế như hình vẽ bên. Các tứ giác $ABCD, CDPQ$ là các hình vuông cạnh 2,5cm. Tứ giác $ABEF$ là hình chữ nhật có $BE = 3,5\text{cm}$. Mặt bên $PQEF$ được mài nhẵn theo đường parabol (P) có đỉnh parabol nằm trên cạnh EF . Thể tích của chi tiết máy bằng



- A. $\frac{395}{24}\text{cm}^3$. B. $\frac{125}{8}\text{cm}^3$. C. $\frac{50}{3}\text{cm}^3$. D. $\frac{425}{24}\text{cm}^3$.

Phần II. Câu trắc nghiệm đúng sai.

Câu 1. Những ngày giáp Tết Nguyên Đán cũng là dịp bước vào vụ Đông Xuân, bà con nông dân tích cực xuống đồng cấy lúa. Cây lúa sau khi được cấy trải qua quá trình tăng trưởng đẻ nhánh và phát triển chiều cao trước khi làm đồng, trổ bông. Qua nghiên cứu một giống lúa mới, các nhà khoa học nhận thấy một cây lúa tính từ lúc được cấy bằng một cây mạ với chiều cao 20 cm có tốc độ tăng trưởng chiều cao cho bởi hàm số $v(t) = -0,1t^3 + 1,1t^2$, trong đó t tính theo tuần, $v(t)$ tính bằng cm/tuần.



Gọi $h(t)$ là chiều cao của cây lúa ở tuần thứ t ($t \geq 0$).

a) $h(t) = -\frac{1}{40}t^4 + \frac{11}{30}t^3 + 20$.

b) Giai đoạn tăng trưởng chiều cao của cây lúa kéo dài 12 tuần.

c) Chiều cao tối đa của cây lúa là 150 cm.

d) Vào thời điểm cây lúa phát triển nhanh nhất, chiều cao của cây đã lớn hơn 80 cm.

Câu 2. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[-1; 6]$ và có đồ thị như hình vẽ. Biết $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)$ thỏa mãn $F(-1) = -1$.

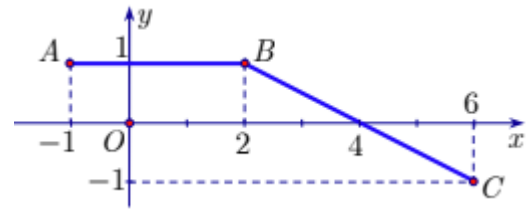
Xét tính đúng sai các mệnh đề sau

a) $\int_{-1}^2 f(x) dx = 3$.

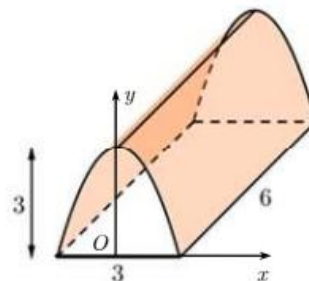
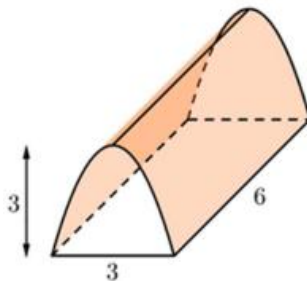
b) $\int_2^6 f'(x) dx = -2$.

c) $\int_{-1}^6 |f(x)| dx = 5$.

d) $F(4) + F(6) = 5$.



Câu 3. Để chuẩn bị cơ sở vật chất phục vụ công tác phòng chống dịch bệnh, các chiến sĩ ở chốt kiểm soát dự định dựng một cái lều trại có dạng như hình vẽ. Biết rằng mặt trước và mặt sau của trại là hai parabol bằng nhau, nằm trên hai mặt phẳng song song với nhau và cùng vuông góc với mặt nền. Nền của lều trại là một hình chữ nhật có kích thước chiều rộng là 3m, chiều dài là 6m, đỉnh parabol cách nền 3m.



a) Diện tích nền của lều trại là $18(m^2)$.

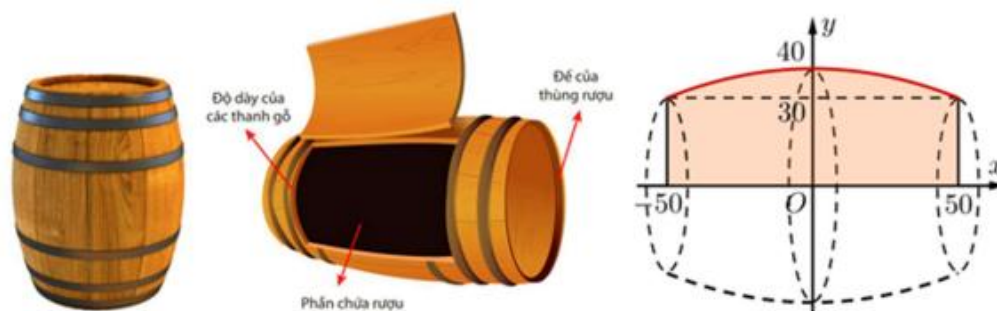
b) Chọn hệ trục tọa độ Oxy như hình vẽ. Khi đó phương trình parabol mặt trước của lều trại là $f(x) = -\frac{4}{3}x^2 + 3$.

c) Diện tích mặt trước của lều trại $9(m^2)$.

d) Thể tích phân không gian bên trong lều trại là $36(m^3)$.

Câu 4. Một thùng rượu vang có dạng khối tròn xoay với bán kính mặt đáy và mặt ở trên là 33cm, bán kính mặt cắt ở chính giữa thùng là 43cm. Chiều cao của thùng rượu là 112cm, bao gồm phần thân thùng rượu, hai đế đỡ thùng rượu (mỗi đế cao 3cm) và thùng rượu được ghép từ các thanh

gỗ sồi với độ dày mỗi thanh gỗ là 3cm . Phần bên trong thùng rượu có dạng một khối tròn xoay tạo thành khi quay một phần của parabol $(P): y = ax^2 + bx + c$ quanh trục hoành như hình sau:



a) $a = -\frac{1}{250}$.

b) Phương trình đường parabol $(P): y = -\frac{1}{250}x^2 + 40$.

c) Diện tích thiết diện phần chứa rượu cắt bởi mặt phẳng qua trục của thùng rượu là $\frac{11}{30}(m^2)$.

d) Thùng rượu chứa được tối đa (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm) 425,16 lít rượu.

Phần III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.

Câu 1. Cho $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{1}{3x-1}$ và thỏa mãn $F(0) + F(3) = 5$. Giá trị của biểu thức $T = F(-1) + F(11)$ bằng bao nhiêu?

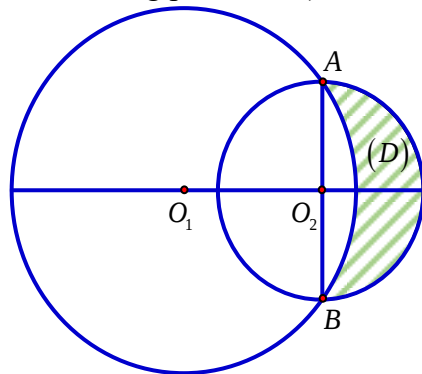
Câu 2. Tính diện tích hình thang cong giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x) = 4 - 3x^2$, trục hoành và hai đường thẳng $x = -1, x = 1$.

Câu 3. Để đảm bảo an toàn khi lưu thông trên đường, các phương tiện giao thông (trừ xe hai bánh) khi dừng đèn đỏ phải cách nhau tối thiểu 1m. Một ô tô đang chạy với vận tốc $20m/s$ bỗng gặp một xe bán tải đang dừng đèn đỏ nên ô tô hãm phanh và chuyển động chậm dần đều với vận tốc được biểu diễn bởi công thức $v(t) = 20 - 5t (m/s)$. Hỏi rằng để hai xe đạt khoảng cách an toàn khi dừng lại, ô tô cần phải hãm phanh khi cách xe bán tải một khoảng ít nhất là bao nhiêu?

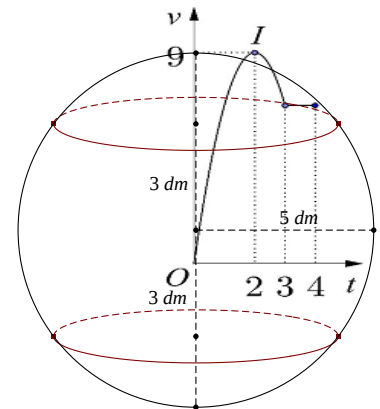
Câu 4. Một cái trứng khủng long đồ chơi là một khối tròn xoay được tạo thành từ 2 mảnh ghép lại. Biết mảnh trên được tạo thành khi xoay một phần tư đường elip với trục lớn là 8 và trục nhỏ là 4 quanh trục Ox , và mảnh dưới được tạo thành khi xoay một phần tư đường tròn bán kính 2 quanh trục Ox như hình sau (bỏ qua độ dày của vỏ trứng). Thể tích phần trong của cái trứng khủng long đồ chơi (làm tròn tới hàng phần chục).



Câu 5. Cho hai đường tròn $(O_1; 5)$ và $(O_2; 3)$ cắt nhau tại hai điểm A, B sao cho AB là một đường kính của đường tròn (O_2) . Gọi (D) là hình thặng được giới hạn bởi hai đường tròn. Quay (D) quanh trục O_1O_2 ta được một khối tròn xoay. Tính thể tích V của khối tròn xoay được tạo thành. (kết quả làm tròn đến hàng phần mười)



Câu 6. Người ta làm một cái lu đựng nước bằng cách cắt bỏ 2 chỏm của một khối cầu có bán kính 5 dm bằng 2 mặt phẳng vuông góc với đường kính và cách tâm khối cầu 3 dm. Tính thể tích của chiếc lu. (đơn vị dm^3 , kết quả làm tròn đến hàng đơn vị).



Phần I: Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn.

A. $2x - y + 3z - 13 = 0$. **B.** $2x - y + 3z + 13 = 0$.

C. $2x - y - 3z - 13 = 0$. **D.** $2x + y + 3z - 13 = 0$.

A. $6x + 3y + 2z - 18 = 0$. **B.** $x + 2y + 3z = 0$.

C. $6x - 3y + 2z - 18 = 0$. **D.** $6x + 3y + 2z + 18 = 0$.

A. $2x + y + z - 4 = 0$. **B.** $2x + y + z - 2 = 0$.

C. $2x + 4y + 4z - 9 = 0$. **D.** $x + 2y + 2z - 9 = 0$.

A. $2x - 3y + 5z - 9 = 0$. **B.** $2x - 3y + 5z - 9 = 0$.

C. $2x + 3y - 5z - 9 = 0$. **D.** $2x + 3y + 5z - 9 = 0$.

A. $3x - 5y + z - 25 = 0$. **B.** $3x + 5y + z - 25 = 0$.

C. $3x - 5y - z + 25 = 0$. **D.** $3x + y + z - 25 = 0$.

A. $\begin{cases} x = -2 + 2t \\ y = -3t \\ z = 1 + t \end{cases}$ B. $\begin{cases} x = 2 + 2t \\ y = -3t \\ z = -1 + t \end{cases}$ C. $\begin{cases} x = 4 + 2t \\ y = -6 - 3t \\ z = 2 + t \end{cases}$ D. $\begin{cases} x = -2 + 4t \\ y = -6t \\ z = 1 + 2t \end{cases}$

A. $(2; -1; -1)$. **B.** $(2; 1; -1)$. **C.** $(1; -4; 2)$. **D.** $(1; -4; -2)$.

Đường thẳng Δ qua A cắt d và song song với mặt phẳng (α) có phương trình là:

A. $\frac{x-1}{-1} = \frac{y-2}{-2} = \frac{z+1}{1}$. **B.** $\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{-2} = \frac{z+1}{-1}$. **C.** $\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z+1}{1}$. **D.** $\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z+1}{-1}$.

A. $\frac{x+1}{-15} = \frac{y}{3} = \frac{z-1}{-17}$. **B.** $\frac{x+1}{-15} = \frac{y-1}{3} = \frac{z}{-17}$. **C.** $\frac{x+1}{15} = \frac{y}{3} = \frac{z-1}{17}$. **D.** $\frac{x-1}{-15} = \frac{y}{3} = \frac{x+1}{-17}$.

A. $I\left(3; -4; -\frac{15}{2}\right)$, $R = \frac{19}{6}$. **B.** $I\left(1; -\frac{4}{3}; -\frac{5}{2}\right)$, $R = \frac{361}{36}$.

C. $I\left(-3; 4; \frac{15}{2}\right)$, $R = \frac{19}{6}$. **D.** $I\left(3; -\frac{4}{3}; -\frac{5}{2}\right)$, $R = \frac{19}{6}$.

A. $I(2; \frac{5}{2}; \frac{1}{2})$, $R = \frac{\sqrt{46}}{2}$. **B.** $I(6; -1; -3)$, $R = \frac{\sqrt{46}}{2}$.

C. $I\left(3; -\frac{1}{2}; -\frac{3}{2}\right), R = \frac{23}{2}$.

D. $I\left(2; \frac{5}{2}; \frac{1}{2}\right), R = \sqrt{46}$.

Câu 12. Phương trình mặt cầu tâm $I(3; -2; 4)$ và tiếp xúc với $(P): 2x - y + 2z + 4 = 0$ là:

A. $(x-3)^2 + (y+2)^2 + (z-4)^2 = \frac{400}{9}$

B. $(x+3)^2 + (y-2)^2 + (z+4)^2 = \frac{400}{9}$.

C. $(x-3)^2 + (y+2)^2 + (z-4)^2 = \frac{20}{3}$.

D. $(x+3)^2 + (y-2)^2 + (z+4)^2 = \frac{20}{3}$.

Câu 13. Cho tứ diện ABCD biết $A(1; 1; 1), B(1; 2; 1), C(1; 1; 2), D(2; 2; 1)$. Tâm I của mặt cầu ngoại tiếp tứ diện ABCD có tọa độ:

A. $(3; 3; -3)$.

B. $\left(\frac{3}{2}; -\frac{3}{2}; \frac{3}{2}\right)$.

C. $\left(\frac{3}{2}; \frac{3}{2}; \frac{3}{2}\right)$.

D. $(3; 3; 3)$.

Câu 14. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x + y + z - 3 = 0$ và đường thẳng

$d: \frac{x}{1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-2}{-1}$. Hình chiếu của d trên (P) có phương trình là

A. $\frac{x+1}{-1} = \frac{y+1}{-4} = \frac{z+1}{5}$. B. $\frac{x-1}{3} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z-1}{-1}$. C. $\frac{x-1}{1} = \frac{y-1}{4} = \frac{z-1}{-5}$. D. $\frac{x-1}{1} = \frac{y+4}{1} = \frac{z+5}{1}$.

Câu 15. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có tâm O .

Gọi I là tâm của hình vuông $A'B'C'D'$ và M là điểm thuộc

đoạn thẳng OI sao cho $MO = \frac{1}{2}MI$ (tham khảo hình vẽ).

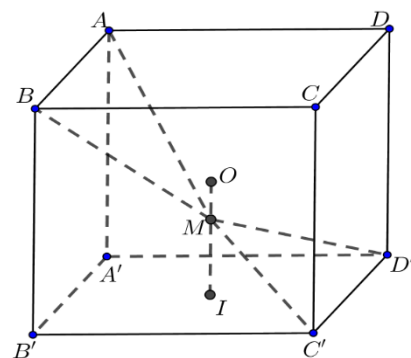
Khi đó cosin của góc tạo bởi hai mặt phẳng $(MC'D')$ và (MAB) bằng

A. $\frac{6\sqrt{13}}{65}$.

B. $\frac{7\sqrt{85}}{85}$.

C. $\frac{6\sqrt{85}}{85}$.

D. $\frac{17\sqrt{13}}{65}$.



Câu 16. Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1: \frac{x-3}{-1} = \frac{y-3}{-2} = \frac{z+2}{1}$;

$d_2: \frac{x-5}{-3} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-2}{1}$ và mặt phẳng $(P): x + 2y + 3z - 5 = 0$. Đường thẳng vuông góc với (P) , cắt d_1 và d_2 có phương trình là

A. $\frac{x-1}{1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z}{3}$

B. $\frac{x-2}{1} = \frac{y-3}{2} = \frac{z-1}{3}$

C. $\frac{x-3}{1} = \frac{y-3}{2} = \frac{z+2}{3}$

D. $\frac{x-1}{3} = \frac{y+1}{2} = \frac{z}{1}$

Câu 17. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x+1)^2 + (y-1)^2 + (z+2)^2 = 2$ và

hai đường thẳng $d: \frac{x-2}{1} = \frac{y}{2} = \frac{z-1}{-1}$; $\Delta: \frac{x}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z-1}{-1}$. Phương trình nào dưới đây là phương trình của một mặt phẳng tiếp xúc với (S) và song song với d, Δ .

A. $y + z + 3 = 0$

B. $x + z + 1 = 0$

C. $x + y + 1 = 0$

D. $x + z - 1 = 0$

Câu 18. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1: \begin{cases} x = 1 + 3t \\ y = -2 + t \\ z = 2 \end{cases}$,

$d_2: \frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z}{2}$ và mặt phẳng $(P): 2x + 2y - 3z = 0$. Phương trình nào dưới đây là phương trình mặt phẳng đi qua giao điểm của d_1 và (P) , đồng thời vuông góc với d_2 ?

A. $2x - y + 2z - 13 = 0$

B. $2x - y + 2z + 22 = 0$

C. $2x - y + 2z + 13 = 0$

D. $2x + y + 2z - 22 = 0$

Câu 19. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(1; 0; 2)$ và đường thẳng d có phương trình:

$\frac{x-1}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z+1}{2}$. Viết phương trình đường thẳng Δ đi qua A , vuông góc và cắt d .

A. $\frac{x-1}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z-2}{1}$ B. $\frac{x-1}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z-2}{-1}$ C. $\frac{x-1}{2} = \frac{y}{2} = \frac{z-2}{1}$ D. $\frac{x-1}{1} = \frac{y}{-3} = \frac{z-2}{1}$

Câu 20. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 6x - 2y + z - 35 = 0$ và điểm $A(-1; 3; 6)$. Gọi A' là điểm đối xứng với A qua (P) , tính OA' .

A. $OA' = 3\sqrt{26}$

B. $OA' = 5\sqrt{3}$

C. $OA' = \sqrt{46}$

D. $OA' = \sqrt{186}$

Câu 21. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, viết phương trình mặt phẳng (P) song song và cách

đều hai đường thẳng $d_1: \frac{x-2}{-1} = \frac{y}{1} = \frac{z}{1}$ và $d_2: \frac{x}{2} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z-2}{-1}$

A. $P: 2x - 2z + 1 = 0$

B. $P: 2y - 2z + 1 = 0$

C. $P: 2x - 2y + 1 = 0$

D. $P: 2y - 2z - 1 = 0$

Phần II. Câu trắc nghiệm đúng sai.

Câu 1: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(2; -1; 3)$, đường thẳng $d: \frac{x-2}{1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z}{-1}$ và mặt phẳng $(P): 3x + y - 2z + 6 = 0$. Gọi B là điểm thuộc (P) sao cho đường thẳng AB cắt và vuông góc với d .

a) Đường thẳng d có một vector chỉ phương $\vec{a} = (2; -1; 0)$.

b) Phương trình tham số của đường thẳng $d: \begin{cases} x = 2 + t \\ y = -1 + 2t \\ z = -t \end{cases} (t \in \mathbb{R})$

c) Một vector chỉ phương của đường thẳng AB có tọa độ $(1; 2; 5)$.

d) Hoành độ của điểm B là 8.

Câu 2: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(0; -1; 2)$ và hai đường thẳng $d_1: \frac{x-1}{1} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z-3}{2}$, $d_2: \frac{x+1}{2} = \frac{y-4}{-1} = \frac{z-2}{4}$. Đường thẳng Δ đi qua M và cắt hai đường thẳng d_1, d_2 lần lượt tại A và B .

a) Đường thẳng d_1 có một vector chỉ phương là $\vec{u}_1 = (1; -1; 2)$.

b) Đường thẳng vuông góc với cả d_1 và d_2 có một vectơ chỉ phương là $\vec{u} = (-2; 0; 1)$.

c) Trung điểm của AB là $I\left(\frac{9}{2}; \frac{5}{2}; -4\right)$.

d) Điểm $N(9; -10; 18)$ thuộc đường thẳng Δ .

Câu 3: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho điểm $A(1; 0; 2)$ và đường thẳng d có phương trình:

$$\frac{x-1}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z+1}{2}.$$

a) Đường thẳng d có một vectơ chỉ phương là $\vec{u}(1; 1; 2)$.

b) Mặt phẳng (P) đi qua điểm A và vuông góc với d có phương trình tổng quát là $x + y + 2z - 1 = 0$.

c) Hình chiếu vuông góc của A trên đường thẳng d là điểm $H(1; 0; -1)$.

d) Phương trình đường thẳng Δ đi qua A , vuông góc và cắt d có dạng: $\frac{x-1}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z-2}{-1}$

Câu 4: Trong không gian tọa độ $Oxyz$ cho đường thẳng $\Delta: \begin{cases} x = 1+t \\ y = -t \\ z = -1+t \end{cases}$ và điểm $A(1; 3; -1)$.

a) Đường thẳng Δ đi qua $M(1; 0; -1)$.

b) Gọi α là góc giữa đường thẳng Δ và trục Ox . Khi đó $\sin \alpha$ bằng $\frac{\sqrt{3}}{3}$.

c) Hình chiếu vuông góc của A trên d là điểm $H(a; b; c)$. Khi đó $a + b + c = 5$.

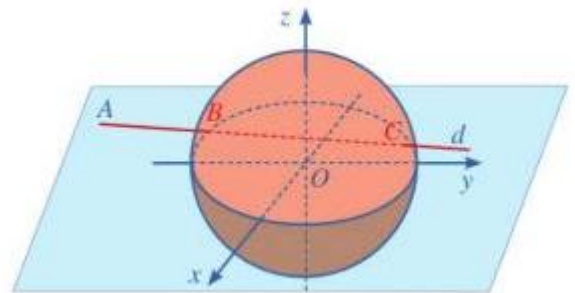
d) Đường thẳng d đi qua điểm A , cắt và vuông góc với đường thẳng Δ đi qua $M(-1; 2; 1)$

Câu 5: Trong không gian hệ trục tọa độ $Oxyz$ (đơn vị trên mỗi trục là kilômét), đài kiểm soát không lưu của một sân bay ở vị trí $O(0; 0; 0)$ và được thiết kế phát hiện máy bay ở khoảng cách tối đa $600km$. Một máy bay đang chuyển động với vận tốc $900km/h$ theo đường thẳng d có phương

$$\text{trình } \begin{cases} x = -1000 + 100t \\ y = -300 + 80t \\ z = 100\sqrt{11} \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R}) \text{ và hướng về đài}$$

kiểm soát không lưu (như hình vẽ).

a) Ranh giới vùng phát sóng bên ngoài của đài kiểm soát không lưu trong không gian là mặt cầu có bán kính bằng $300km$.



b) Phương trình mặt cầu để mô tả ranh giới bên ngoài vùng phát sóng của đài kiểm soát không lưu trong không gian là $x^2 + y^2 + z^2 = 360000$.

c) Máy bay đang chuyển động theo đường thẳng d đến vị trí điểm $M(-500; 100; 100\sqrt{11})$.

Vị trí này nằm ngoài vùng kiểm soát không lưu của đài kiểm soát không lưu sân bay.

d) Thời gian kể từ khi đài kiểm soát không lưu phát hiện máy bay đến khi máy ra khỏi vùng kiểm soát không lưu là $\frac{4}{3}$ giờ.

Câu 6: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho mặt cầu (S) có phương trình $(x+2)^2 + (y-1)^2 + z^2 = 4$.

a) Đường kính mặt cầu bằng 8.

b) Mặt cầu (S) đi qua điểm $A(-1; 3; 0)$.

c) Khoảng cách từ tâm mặt cầu đến mặt phẳng (Oyz) bằng 2.

d) Mặt phẳng (P) có phương trình $x + 2y - 2z - 2 = 0$ tiếp xúc với mặt cầu (S) .

Câu 7: Trong không gian $Oxyz$ (đơn vị trên mỗi trục là mét), một ngọn hải đăng (xem hình vẽ) được đặt ở vị trí $I(25; 30; 50)$. Mặt cầu (S) mô tả ranh giới của vùng phủ sáng trên biển của hải đăng, biết rằng ngọn hải đăng đó được thiết kế với bán kính phủ sáng $R = 5\text{km}$.



(Nguồn: <https://shutterstock.com>)

a) Mặt cầu (S) có phương trình là

$$(x-25)^2 + (y-30)^2 + (z-50)^2 = 25.$$

b) Điểm $A(1025; 30; 50)$ nằm bên trong mặt cầu (S) .

c) Một người đi biển ở vị trí $M(45; 60; 50)$ thì có thể được chiếu sáng bởi ánh sáng của ngọn hải đăng.

d) Một người đi biển ở vị trí $N(5125; 30; 0)$ thì **không** thể được chiếu sáng bởi ánh sáng của ngọn hải đăng.

Câu 8: Hệ thống định vị toàn cầu (tên tiếng Anh là: Global Positioning System, viết tắt là GPS) là một hệ thống cho phép xác định chính xác vị trí của một vật thể trong không gian (Hình minh họa). Ta có thể mô phỏng cơ chế hoạt động của hệ thống GPS trong không gian như sau: Trong cùng một thời điểm, tọa độ của một điểm M trong không gian sẽ được xác định bởi bốn vệ tinh cho trước, trên mỗi vệ tinh có một máy thu tín hiệu. Bằng cách so sánh sự sai lệch về thời gian từ lúc tín hiệu được phát đi với thời gian nhận phản hồi tín hiệu đó, mỗi máy thu tín hiệu xác định được khoảng cách từ vệ tinh đến vị trí M cần tìm tọa độ. Như vậy điểm M là giao điểm của bốn mặt cầu với tâm lần lượt là bốn vệ tinh đã cho.



Ảnh: Vệ tinh GPS đang bay trên quỹ đạo quanh Trái Đất.
(Nguồn: <https://vi.wikipedia.org>)

Ta xét ví một ví dụ cụ thể sau: Cho bốn vệ tinh $A(1; -1; 2), B(2; 1; 3); C(-1; 4; 0); D(2; 3; 1)$.

Một chiếc máy bay quân sự đang ở vị trí M với $MA = 3; MB = \sqrt{5}; MC = \sqrt{26}; MD = \sqrt{5}$.

a) Mặt cầu tâm A đi qua điểm M có bán kính là 3.

b) Phương trình mặt cầu (S_1) tâm A bán kính MA là $x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 2y - 4z - 3 = 0$.

c) Phương trình mặt phẳng chứa đường tròn giao tuyến của hai mặt cầu (S_1) và $S(B, MB)$ là $x + 2y + z - 6 = 0$.

d) Tọa độ của máy bay quân sự là $M(x; y; z)$ với $x + y + z = 3$.

Phần III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.

Câu 1: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1; 0; 2)$ và $B(0; 2; 1)$. Biết mặt cầu đường kính AB có dạng $(C): (x-a)^2 + (y-b)^2 + (z-c)^2 = d$. Tính giá trị biểu thức $T = 2a - b + 4c + 2d$.

Câu 2: Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu có tâm $I(1; 2; -1)$ và tiếp xúc với mặt phẳng $(P): 2x - 2y - z - 8 = 0$ có phương trình $(C): x^2 + y^2 + z^2 - 2ax - 2by - 2cz + d = 0$. Tính giá trị của biểu thức $a + b + c + 2d$.

Câu 3: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z}{-2}$ và hai điểm $A(2; 1; 0), B(-2; 3; 2)$. Gọi (S) là mặt cầu đi qua hai điểm A, B có tâm thuộc đường thẳng d và có bán kính R . Khi đó R^2 bằng bao nhiêu?

Câu 4: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1; 2; 3)$ và hai đường thẳng $d_1: \frac{x}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z}{2}, d_2: \frac{x-2}{3} = \frac{y}{2} = \frac{z}{1}$. Đường thẳng Δ đi qua A , vuông góc với d_1 và cắt d_2 . Biết Δ có một vector chỉ phương $\vec{u} = (a; b; -1)$. Tổng $a^3 + b^3$ bằng bao nhiêu?

Câu 5: Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1: \frac{x-3}{-1} = \frac{y-3}{-2} = \frac{z+2}{1}$ và

$$d_2: \begin{cases} x = 5 - 3t \\ y = -1 + 2mt; m, t \in \mathbb{R} \\ z = 2 + t \end{cases}. \text{ Tìm giá trị tham số } m \text{ để 2 đường thẳng } d_1; d_2 \text{ vuông góc nhau.}$$

Câu 6: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1: \begin{cases} x = t \\ y = -1 - 4t \\ z = 6 + 6t \end{cases}$ và

$$d_2: \frac{x}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z+2}{-5}. \text{ Phương trình chính tắc của đường thẳng } d_3 \text{ qua } M(1; -1; 2) \text{ và vuông}$$

$$\text{góc với cả } d_1, d_2 \text{ có dạng } \frac{x-1}{14} = \frac{y+1}{b} = \frac{z-a}{c}. \text{ Tính } a+b+c.$$

Câu 7: Một phần mềm mô phỏng vận động viên đang tập bắn súng trong không gian $Oxyz$. Cho biết trục d của

$$\text{nòng súng có phương trình: } \frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{-3} = \frac{z-3}{-5} \text{ và}$$

hồng tâm $A(8; -19; 6m+4)$. Hỏi m bằng bao nhiêu thì vận động viên sẽ bắn trúng hồng tâm.



Câu 8: Tại một nút giao thông có 2 con đường khác mức. Trên thiết kế, trong không gian $Oxyz$ hai con đường đó thuộc hai đường thẳng

$$d_1: \frac{x-2}{1} = \frac{y-2}{1} = \frac{z}{-1};$$

$$d_2: \frac{x-2}{1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z}{-3}.$$

Người ta muốn tạo một con đường Δ cắt d_1, d_2 lần lượt tại A và B sao cho AB nhỏ nhất. Tính độ dài AB , kết quả làm tròn đến hàng phần trăm.



Câu 9: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; 0; 1), B(-1; 1; 0)$ và điểm C nằm trên tia Ox . Biết rằng đường phân giác trong xuất phát từ A vuông góc với đường trung tuyến xuất phát từ B của tam giác ABC . Tìm hoành độ của điểm C (làm tròn kết quả đến hàng phần nghìn, nghĩa là số có dạng: $M, \overline{abc}$).

Câu 10: Trong không gian $Oxyz$, một cabin cáp treo ở Bà Nà Hill xuất phát từ điểm $A(-2; 1; 5)$ và chuyển động đều theo đường cáp có vector chỉ phương là $\vec{u} = (0; -2; 6)$ với tốc độ là 4 m/s (đơn vị trên mỗi trục tọa độ là mét). Giả sử sau 5 (s) kể từ lúc xuất phát, cabin đến điểm M . Gọi tọa độ $M(a; b; c)$. Tính $a+3b+c$



A. 0,4. B. 0,7. C. 0,28. D. 0,6.

Câu 10. Cho một hộp kín có 6 thẻ ATM của BIDV và 4 thẻ ATM của Vietcombank. Lấy ngẫu nhiên lần lượt 2 thẻ (lấy không hoàn lại). Tìm xác suất để lần thứ hai lấy được thẻ ATM của Vietcombank nếu biết lần thứ nhất đã lấy được thẻ ATM của BIDV.

A. $\frac{5}{9}$. B. $\frac{2}{3}$. C. $\frac{7}{9}$. D. $\frac{4}{9}$.

Câu 11. Trong hộp có 20 nắp khoen bia Tiger, trong đó có 2 nắp ghi “Chúc mừng bạn đã trúng thưởng xe Camry”. Bạn Minh Hiền được chọn lên rút thăm lần lượt hai nắp khoen, xác suất để cả hai nắp đều trúng thưởng là:

A. $\frac{1}{20}$. B. $\frac{1}{19}$. C. $\frac{1}{190}$. D. $\frac{1}{10}$.

Câu 12. Một hộp kín có 10 thẻ màu đỏ và 15 thẻ màu xanh. Lấy ngẫu nhiên lần lượt 2 thẻ, không trả lại. Xác suất để lần thứ hai lấy được thẻ màu xanh, biết rằng lần thứ nhất đã lấy được thẻ màu đỏ.

A. $\frac{3}{5}$. B. $\frac{5}{12}$. C. $\frac{7}{12}$. D. $\frac{15}{24}$.

Câu 13. Cho hai biến cố A và B với $P(A)=0,6$, $P(B)=0,8$, $P(AB)=0,4$. Tính $P(\bar{A}|B)$.

A. $\frac{1}{2}$. B. $\frac{2}{3}$. C. $\frac{3}{4}$. D. $\frac{4}{7}$.

Câu 14. Một công ty bất động sản đầu giá quyền sử dụng hai mảnh đất độc lập. Khả năng trúng đầu giá cao nhất của mảnh đất số 1 là 0,7 và mảnh đất số 2 là 0,8. Xác suất để công ty trúng giá cao nhất mảnh đất số 2, biết công ty trúng giá cao nhất mảnh đất số 1 là

A. 0,8. B. 0,7. C. 0,75. D. 0,6.

Câu 15. Gieo lần lượt hai con xúc xắc cân đối và đồng chất. Tính xác suất để tổng số chấm xuất hiện trên hai con xúc xắc bằng 5, biết rằng con xúc xắc thứ nhất xuất hiện mặt 3 chấm.

A. $\frac{1}{5}$. B. $\frac{3}{4}$. C. $\frac{2}{5}$. D. $\frac{1}{6}$.

Câu 16. Trong hộp có 20 nắp bia Tiger, trong đó có 2 nắp ghi “Chúc mừng bạn đã trúng thưởng xe Camry”. Bạn Minh Hiền được chọn lên rút thăm lần lượt hai nắp khoen, xác suất để cả hai nắp đều trúng thưởng là:

A. $\frac{1}{20}$. B. $\frac{1}{19}$. C. $\frac{1}{190}$. D. $\frac{1}{10}$.

Câu 17. Một bình đựng 5 viên bi kích thước và chất liệu giống nhau, chỉ khác nhau về màu sắc. Trong đó có 3 viên bi xanh và 2 viên bi đỏ. Lấy ngẫu nhiên từ bình ra một viên bi ta được viên bi màu xanh, rồi lại lấy ngẫu nhiên ra một viên bi nữa. Tính xác suất để lấy được viên bi đỏ ở lần thứ hai.

A. $\frac{1}{5}$. B. $\frac{1}{2}$. C. $\frac{2}{5}$. D. $\frac{2}{3}$.

Câu 18. Cho hai biến cố A, B thỏa mãn $P(A)=0,3$; $P(B)=0,2$ và $P(A|B)=0,15$. Khi đó, $P(B|A)$ bằng

A. 0,1. B. 0,4. C. 0,225. D. 0,009.

- Câu 19.** Một hộp có 60 viên bi màu xanh và 40 viên bi màu đỏ; các viên bi có kích thước và khối lượng như nhau. Sau khi thống kê, số lượng viên bi có dán nhãn được cho trong bảng sau:

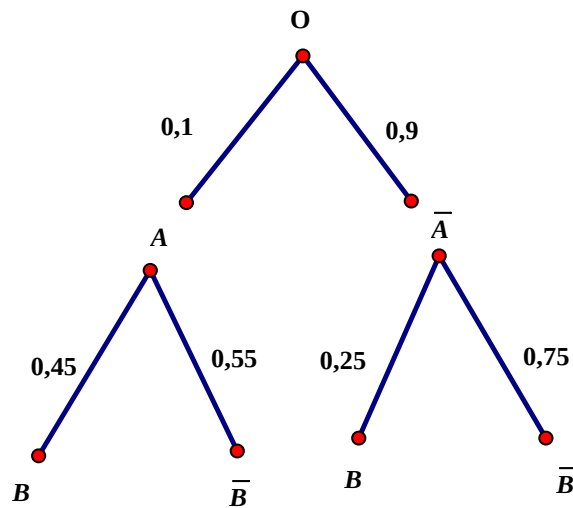
Dán nhãn \ Màu bi	Có dán nhãn	Không dán nhãn
Đỏ	30	10
Xanh	30	30

Lấy ngẫu nhiên một viên bi trong hộp, gọi A là biến cố “Viên bi được chọn có dán nhãn” và B là biến cố “Viên bi được chọn có màu đỏ”. Giá trị biểu thức

$$P(B).P(A|B)+P(\bar{B}).P(A|\bar{B}) \text{ bằng}$$

- A. $\frac{3}{4}$. B. $\frac{2}{5}$. C. $\frac{3}{5}$. D. $\frac{1}{2}$.

- Câu 20.** Tỷ lệ người mắc bệnh nền ở một địa phương là 0,1. Một loại vaccine phòng cúm được tiêm ở địa phương đó. Người bị bệnh nền thì xác suất phản ứng phụ sau tiêm là 0,45. Còn người không mắc bệnh nền thì có xác suất phản ứng phụ sau tiêm là 0,25. Chọn ngẫu nhiên một người tiêm vaccine và người này có phản ứng phụ. Gọi A là biến cố “người được chọn mắc bệnh nền”, B là biến cố “người này có phản ứng phụ”. Ta có sơ đồ hình cây như hình dưới đây



Tính $P(A|B)$.

- A. $\frac{102}{191}$. B. $\frac{1}{6}$. C. $\frac{5}{6}$. D. $\frac{121}{134}$.

- Câu 21.** Cho hai biến cố A, B thỏa mãn $P(A)=0,4$; $P(B)=0,45$; $P(A|B)=0,25$. Khi đó $P(B|A)$ bằng

- A. $\frac{12}{25}$. B. $\frac{2}{15}$. C. $\frac{9}{32}$. D. $\frac{11}{25}$.

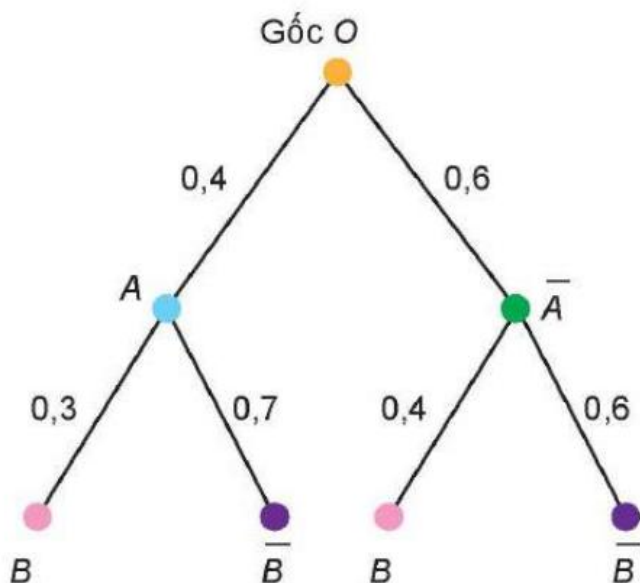
- Câu 22.** Khảo sát thị lực của 100 học sinh ta thu được bảng số liệu sau

Thị lực \ Giới tính	Nam	Nữ
Có tật khúc xạ	18	12
Không có tật khúc xạ	32	38

Chọn ngẫu nhiên một bạn trong số 100 bạn học sinh nói trên. Gọi A là biến cố “Học sinh được chọn có tật khúc xạ” và B là biến cố “Học sinh được chọn là nữ”. Giá trị biểu thức $P(B).P(A|B)+P(\bar{B}).P(A|\bar{B})$ bằng

- A. 0,5. B. 0,4. C. 0,3. D. 0,24.

Câu 23. Cho sơ đồ hình cây như sau



Tính xác suất của biến cố B .

- A. 0,36. B. 0,12. C. 0,51. D. 0,24.

Câu 24. Cho hai biến cố A và B , với $P(B)=0,7$, $P(A|B)=0,6$, $P(A|\bar{B})=0,4$. Tính $P(A)$.

- A. 0,3. B. 0,54. C. 0,4. D. 0,6.

Câu 25. Cho hai biến cố A , B thỏa mãn $P(A)=0,4$; $P(B)=0,3$; $P(A|B)=0,25$. Khi đó, $P(B|A)$ bằng

- A. 0,1875. B. 0,48. C. 0,333. D. 0,95.

Câu 26. Cho hai biến cố A , B với $P(B)=0,6$; $P(A|B)=0,7$ và $P(A|\bar{B})=0,4$. Khi đó, $P(A)$ bằng

- A. 0,58. B. 0,7. C. 0,4. D. 0,52.

Câu 27. Vào mỗi buổi sáng ở tuyến phố X, xác suất xảy ra tắc đường khi trời mưa và không mưa lần lượt là 0,6 và 0,3. Xác suất có mưa vào một buổi sáng là 0,1. Tính xác suất để sáng đó tuyến phố H bị tắc đường.

- A. 0,1. B. 0,33. C. 0,3. D. 0,9.

Câu 28. Giả sử tỉ lệ người dân của tỉnh X nghiện thuốc lá là 20%; tỉ lệ người bị bệnh phổi trong số người nghiện thuốc lá là 70%, trong số người không nghiện thuốc lá là 15%. Khi ta gặp ngẫu

nhiên một người dân của tỉnh X, xác suất mà người đó là nghiện thuốc lá khi biết bị bệnh phổi là

A. $\frac{7}{13}$.

B. $\frac{6}{13}$.

C. $\frac{4}{13}$.

D. $\frac{9}{13}$.

Câu 29. Một bệnh viện sử dụng một xét nghiệm để phát hiện một loại bệnh với độ chính xác là 95% (nghĩa là 95% bệnh nhân mắc bệnh sẽ có kết quả dương tính). Xét nghiệm này cũng có tỷ lệ dương tính giả là 2% (nghĩa là 2% bệnh nhân không mắc bệnh cũng có kết quả dương tính). Biết rằng 1% dân số thực sự mắc bệnh này. Nếu một người nhận kết quả xét nghiệm dương tính, xác suất thực sự người đó mắc bệnh là bao nhiêu?

A. Khoảng 32%.

B. Khoảng 47%.

C. Khoảng 83%.

D. Khoảng 95%.

Câu 30. Trong một đợt kiểm tra sức khỏe, có một loại bệnh X mà tỉ lệ người mắc bệnh là 0,2% và một loại xét nghiệm Y mà ai mắc bệnh X khi xét nghiệm Y cũng có phản ứng dương tính. Tuy nhiên, có 6% những người không bị bệnh X lại có phản ứng dương tính với xét nghiệm Y. Chọn ngẫu nhiên 1 người trong đợt kiểm tra sức khỏe đó. Giả sử người đó có phản ứng dương tính với xét nghiệm Y. Xác suất người đó bị mắc bệnh X là bao nhiêu (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm)?

A. 0,3.

B. 0,03.

C. 0,04.

D. 0,4.

Câu 31. Một cửa hàng có hai loại bóng đèn Led, trong đó có 65% bóng đèn Led là màu trắng và 35% bóng đèn Led là màu xanh, các bóng đèn có kích thước như nhau. Các bóng đèn Led màu trắng có tỉ lệ hỏng là 2% và các bóng đèn Led màu xanh có tỉ lệ hỏng là 3%. Một khách hàng chọn mua ngẫu nhiên 1 bóng đèn Led từ cửa hàng. Xác suất để khách hàng chọn được bóng đèn Led không hỏng bằng

A. 0,7956.

B. 0,7965.

C. 0,9756.

D. 0,9765.

Câu 32. Hộp thứ nhất có 3 viên bi xanh và 6 viên bi đỏ. Hộp thứ hai có 3 viên bi xanh và 7 viên bi đỏ. Các viên bi có cùng kích thước và khối lượng. Lấy ngẫu nhiên ra một viên bi từ hộp thứ nhất chuyển sang hộp thứ hai. Sau đó lại lấy ngẫu nhiên đồng thời hai viên từ hộp thứ hai, biết rằng hai bi lấy ra từ hộp thứ hai là bi màu đỏ, tính xác suất viên bi lấy ra từ hộp thứ nhất cũng là bi màu đỏ.

A. $\frac{8}{11}$

B. $\frac{7}{15}$

C. $\frac{8}{15}$

D. $\frac{7}{13}$

Câu 33. Một căn bệnh có 1% dân số mắc phải. Một phương pháp chuẩn đoán được phát triển có tỷ lệ chính xác là 99%. Với những người bị bệnh, phương pháp này sẽ đưa ra kết quả dương tính 99% số trường hợp. Với người không mắc bệnh, phương pháp này cũng chuẩn đoán đúng 99 trong 100 trường hợp. Nếu một người kiểm tra và kết quả là dương tính (bị bệnh), xác suất để người đó thực sự bị bệnh là bao nhiêu?

A. 0,4.

B. 0,35.

C. 0,5.

D. 0,65.

Xác suất kết để người đó mắc bệnh nếu kết quả kiểm tra người đó là dương tính là 0,5

Câu 34. Một ứng dụng được sử dụng để chặn cuộc gọi rác trong điện thoại. Tuy nhiên, vì ứng dụng không tuyệt đối hoàn hảo nên một cuộc gọi rác bị chặn với xác suất 0,8 và một cuộc gọi đúng (không phải là cuộc gọi rác) bị chặn với xác suất 0,01. Thống kê cho thấy tỉ lệ cuộc gọi rác là 10%. Chọn ngẫu nhiên một cuộc gọi không bị chặn. Xác suất để đó là cuộc gọi đúng là

A. $\frac{891}{911}$.

B. $\frac{891}{911}$.

C. $\frac{123}{892}$.

D. $\frac{213}{911}$.

Phần II. Câu trắc nghiệm đúng sai.

Câu 1: Cho hai biến cố A và B , với $P(\bar{A}) = 0,4$, $P(B) = 0,8$, $P(A \cap B) = 0,4$.

a) $P(A) = 0,6$ và $P(\bar{B}) = 0,2$.

b) $P(A|B) = \frac{1}{2}$

c) $P(\bar{B}|A) = \frac{2}{3}$

d) $P(\bar{A} \cap B) = \frac{3}{5}$

Câu 2: Trong một cửa hàng có 18 bóng đèn loại I và 2 bóng đèn loại II, các bóng đèn có hình dạng và kích thước như nhau. Một người mua hàng lấy ngẫu nhiên lần lượt 2 bóng đèn (lấy không hoàn lại) trong cửa hàng.

a) Xác suất để lần thứ nhất lấy được bóng đèn loại II là $\frac{9}{10}$.

b) Xác suất để lần thứ hai lấy được bóng đèn loại II, biết lần thứ nhất lấy được bóng đèn loại II, là $\frac{1}{19}$.

c) Xác suất để cả hai lần đều lấy được bóng đèn loại II là $\frac{9}{190}$.

d) Xác suất để ít nhất 1 lần lấy được bóng đèn loại I là $\frac{189}{190}$.

Câu 3: Một lớp học có 16 học sinh nam và 25 học sinh nữ. Cô giáo gọi ngẫu nhiên lần lượt 2 học sinh (có thứ tự) lên trả lời câu hỏi. Xét các biến cố:

A : "Lần thứ nhất cô giáo gọi 1 học sinh nam";

B : "Lần thứ hai cô giáo gọi 1 học sinh nữ".

a) $P(B|A) = 0,625$.

b) $P(B|\bar{A}) = 0,6$.

c) $P(\bar{B}|A) = 0,4$.

d) $P(\bar{B}|\bar{A}) = 0,375$.

Câu 4: Một hộp chứa 8 quả bóng xanh, 6 quả bóng đỏ, các quả bóng có cùng kích thước và khối lượng. Bạn An lấy một quả bóng không hoàn lại rồi sau đó bạn Bình lấy một quả.

a) Xác suất để An lấy được bóng xanh là $\frac{4}{7}$.

b) Xác suất để An lấy được bóng xanh và Bình lấy được bóng đỏ là $\frac{24}{91}$.

c) Xác suất để hai quả bóng lấy ra cùng màu xanh là $\frac{5}{13}$.

d) Xác suất để 2 quả bóng lấy ra khác màu lớn hơn xác suất để 2 quả bóng lấy ra cùng màu.

Câu 5: Giả sử bệnh hiểm nghèo X có tỉ lệ nhiễm bệnh là 0,5%, xét nghiệm loại bệnh này có tỉ lệ dương tính giả là 4%. Khi xét nghiệm cho một người, ta gọi A là biến cố "Người được chọn không nhiễm bệnh" và B là biến cố "người được chọn có phản ứng dương tính".

- a) Người được chọn không nhiễm bệnh có tỉ lệ $P(A) = 0,995$
- b) Tỉ lệ người không nhiễm bệnh trong số những người có phản ứng dương tính là $P(B|A) = 0,04$.
- c) Tỉ lệ người nhiễm bệnh trong số những người có phản ứng dương tính là $P(B|\bar{A}) = 0,005$.
- d) Khả năng nhiễm bệnh của một người có phản ứng dương tính là $P(\bar{A}|B) = \frac{25}{224}$.

Câu 6: Có hai chiếc hộp. Hộp thứ nhất có 5 viên bi xanh và 7 viên bi đỏ. Hộp thứ hai có 6 viên bi xanh và 8 viên bi đỏ. Các viên bi có cùng kích thước và khối lượng. Lấy ra ngẫu nhiên 1 viên bi từ hộp thứ nhất chuyển sang hộp thứ hai. Sau đó lại lấy ra ngẫu nhiên đồng thời 2 viên bi từ hộp thứ hai.

Gọi A là biến cố “Lấy được 1 viên bi màu xanh ở hộp thứ nhất” và B là biến cố “Lấy được 2 viên bi màu đỏ ở hộp thứ hai”.

- a) $P(\bar{A}) = \frac{5}{12}$.
- b) $P(B|A) = \frac{1}{15}$.
- c) $P(B|\bar{A}) = \frac{12}{35}$.
- d) $P(B) = \frac{14}{45}$.

Câu 7: Trường D có 1500 học sinh. Trong câu lạc bộ âm nhạc của trường, đa số học sinh biết chơi đàn guitar. Ngoài ra, với học sinh không tham gia câu lạc bộ cũng có một số học sinh biết chơi đàn. Khảo sát số học sinh biết chơi đàn Guitar của trường D cho kết quả như sau:

Số học sinh \ Kết quả	Biết chơi guitar	Không biết chơi guitar
	Biết chơi guitar	Không biết chơi guitar
Tham gia câu lạc bộ	255	45
Không tham gia câu lạc bộ	120	1080

Chọn ngẫu nhiên 1 học sinh của trường. Gọi A là biến cố: "Chọn được học sinh thuộc câu lạc bộ âm nhạc" và B là biến cố: "Chọn được học sinh biết chơi đàn guitar".

- a) $P(A) = 0,2$.
- b) $P(B|A) = 0,82$.
- c) $P(B) = 0,26$.
- d) $P(A|B) = 0,68$.

Câu 8: Giả sử 5% email của bạn nhận được là email rác. Bạn sử dụng một hệ thống lọc email rác mà khả năng lọc đúng email rác của hệ thống này là 95% và có 10% những email không phải là email rác nhưng vẫn bị lọc.

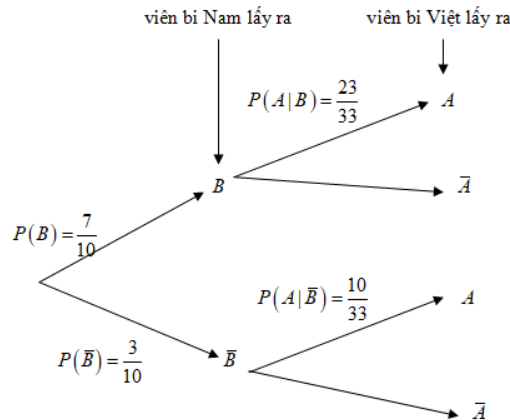
- a) Xác suất email nhận được một email rác là 0,05.
- b) Xác suất bị lọc của email rác là 0,93.
- c) Xác suất chọn một email trong số những email bị lọc bất kể có là rác hay không là 0,1425.

d) Xác suất chọn một email trong số những email bị lọc thực sự là email rác là $\frac{7}{19}$.

Câu 9: Một chiếc hộp có 100 viên bi, trong đó có 70 viên bi có tô màu và 30 viên bi không tô màu; các viên bi có kích thước và khối lượng như nhau. Bạn Nam lấy ra viên bi đầu tiên, sau đó bạn Việt lấy ra viên bi thứ 2.

a) Xác suất để bạn Nam lấy ra viên bi có tô màu là $\frac{3}{7}$.

b) Sơ đồ cây biểu thị tình huống trên là



c) Xác suất để bạn Việt lấy ra viên bi có tô màu là $\frac{191}{330}$.

d) Xác suất để bạn Việt lấy ra viên bi không có tô màu là $\frac{139}{330}$.

Câu 10: Một loại xét nghiệm nhanh SARS-CoV-2 cho kết quả dương tính với 76,2% các ca thực sự nhiễm virus và kết quả âm tính với 99,1% các ca thực sự không nhiễm virus. Giả sử tỉ lệ người nhiễm virus SARS-CoV-2 trong một cộng đồng là 1%. Mỗi khẳng định dưới đây **đúng** hay **sai**?

a) Xác suất xét nghiệm cho kết quả âm tính của các ca thực sự nhiễm virus là 0,23.

b) Xác suất xét nghiệm cho kết quả dương tính của các ca thực sự không nhiễm virus là: 0,009

c) Xác suất người làm xét nghiệm có kết quả dương tính là: 0,017.

d) Biết rằng đã có kết quả chuẩn đoán là dương tính, xác suất để người đó thực sự bị bệnh là $\frac{381}{850}$.

Phần III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.

Câu 1. Một lớp học có 40% học sinh là nam. Số học sinh nữ bị cận thị chiếm 20% số học sinh trong lớp. Chọn ngẫu nhiên 1 học sinh của lớp. Tính xác suất học sinh đó bị cận thị, biết rằng đó là học sinh nữ (*làm tròn kết quả đến hàng phần trăm*).

Câu 2. Xác suất để ngày mai trời mưa là 0,2. Nếu trời mưa thì ông Sơn đi làm bằng xe buýt với xác suất 0,5. Nếu trời không mưa thì ông Sơn đi làm bằng xe buýt với xác suất 0,05. Tính xác suất để ngày mai ông Sơn đi làm bằng xe buýt.

Câu 3. Cho các biến cố A và B có $P(A) = 0,7; P(B) = 0,3; P(A|B) = 0,6$. Tính $P(B|A)$.

- Câu 4.** Một doanh nghiệp trước khi xuất khẩu áo sơ mi phải qua hai lần kiểm tra chất lượng sản phẩm, nếu cả hai lần đều đạt thì chiếc áo đó mới đủ tiêu chuẩn xuất khẩu. Biết rằng trung bình 98% sản phẩm làm ra qua được lần kiểm tra thứ nhất và 95% sản phẩm qua được lần kiểm tra thứ nhất sẽ tiếp tục qua được lần kiểm tra thứ hai. Tính xác suất để một chiếc áo sơ mi đủ tiêu chuẩn xuất khẩu.
- Câu 5.** Một hộp có 8 viên bi màu đỏ và 5 viên bi màu vàng; các viên bi có kích thước và khối lượng như nhau. Có 5 viên bi trong hộp được đánh số, trong đó có 3 viên bi màu đỏ và 2 viên bi màu vàng. Lấy ngẫu nhiên một viên bi trong hộp. Tính xác suất để viên bi được lấy ra có màu đỏ, biết rằng viên bi đó được đánh số.
- Câu 6.** Trong một đợt thi chứng chỉ hành nghề có 160 cán bộ tham gia, trong đó có 84 nam và 76 nữ. Khi công bố kết quả của kì kiểm tra đó, có 59 cán bộ đạt loại giỏi, trong đó có 30 cán bộ nam và 29 cán bộ nữ. Chọn ra ngẫu nhiên một cán bộ. Tính xác suất để cán bộ được chọn ra đạt loại giỏi, biết rằng cán bộ đó là nữ (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).
- Câu 7.** Trong một túi có một số chiếc kẹo cùng loại, chỉ khác màu, trong đó có 6 cái kẹo màu cam, còn lại là kẹo màu vàng. Bông lấy ngẫu nhiên một cái kẹo từ trong túi, không trả lại. Sau đó Bông lại lấy ngẫu nhiên thêm một cái kẹo khác từ trong túi. Biết rằng xác suất Bông lấy được cả hai cái kẹo màu cam là $\frac{3}{38}$. Hỏi ban đầu trong túi có bao nhiêu cái kẹo?
- Câu 8.** Một công ty thời trang có hai chi nhánh cùng sản xuất một loại áo thời trang, trong đó có 56% áo thời trang ở chi nhánh I và 44% áo thời trang ở chi nhánh II. Tại chi nhánh I có 75% áo chất lượng cao và tại chi nhánh II có 68% áo chất lượng cao (kích thước và hình dạng bề ngoài của các áo là như nhau). Chọn ngẫu nhiên 1 áo thời trang. Xác suất chọn được áo chất lượng cao là bao nhiêu?
- Câu 9.** Tại một địa phương có 500 người cao tuổi, bao gồm 260 nam và 240 nữ. Trong nhóm người cao tuổi nam và nữ lần lượt có 40% và 55% bị bệnh tiểu đường. Chọn ngẫu nhiên một người. Xác suất để chọn được một người không bị bệnh tiểu đường là bao nhiêu?
- Câu 10.** Trong trò chơi hái hoa có thưởng của lớp 12D1, cô giáo treo 10 bông hoa trên cành cây, trong đó có 5 bông hoa chứa phiếu có thưởng. Bạn Minh hái bông hoa đầu tiên, sau đó bạn Trang hái bông hoa thứ hai. Tính xác suất bạn Trang hái được bông hoa chứa phiếu có thưởng.
- Câu 11.** Phòng công nghệ của một công ty có 4 kĩ sư và 6 kĩ thuật viên. Chọn ra ngẫu nhiên đồng thời 3 người từ phòng. Tính xác suất để cả 3 người được chọn đều là kĩ sư biết rằng trong 3 người được chọn có ít nhất 2 kĩ sư.
- Câu 12.** Giả sử có một loại bệnh mà tỉ lệ người mắc bệnh là 0,1% . Giả sử có một loại xét nghiệm, mà ai mắc bệnh khi xét nghiệm cũng có phản ứng dương tính, nhưng tỉ lệ phản ứng dương tính giả là 5% (tức là trong số những người không bị bệnh có 5% số người xét nghiệm lại có phản

ứng dương tính). Khi một người xét nghiệm có phản ứng dương tính thì khả năng mắc bệnh của người đó là bao nhiêu phần trăm (*làm tròn kết quả đến hàng phần trăm*)?

- Câu 13.** Có 30 tấm thẻ kích thước như nhau và đánh số thứ tự lần lượt từ 1 đến 30 (mỗi tấm thẻ chỉ ghi một số nguyên dương, hai thẻ khác nhau ghi hai số khác nhau). Một người lần lượt rút hai thẻ (rút không hoàn lại). Tính xác suất lần thứ hai rút được thẻ ghi số nguyên tố.
- Câu 14.** Một nghiên cứu cho thấy có 5% các tin nhắn trên một mạng viễn thông X là tin nhắn quảng cáo. Trong các tin nhắn quảng cáo, 80% tin nhắn có chứa chữ “sale”. Trong các tin nhắn không quảng cáo, 2% tin nhắn có chứa chữ “sale”. Chọn ngẫu nhiên 1 tin nhắn trên mạng viễn thông X. Biết rằng tin nhắn đó có chứa chữ “sale”, xác suất để nó là tin quảng cáo bằng bao nhiêu (*làm tròn kết quả đến hàng phần trăm*)?