

Nội dung:

1. Ứng dụng đạo hàm để khảo sát và vẽ đồ thị của hàm số.
2. Tọa độ của vector trong không gian.
3. Các số đặc trưng đo mức độ phân tán cho mẫu số liệu ghép nhóm.

ỨNG DỤNG ĐẠO HÀM ĐỂ KHẢO SÁT VÀ VẼ ĐỒ THỊ CỦA HÀM SỐ.

Phần I: Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn.

Câu 1. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

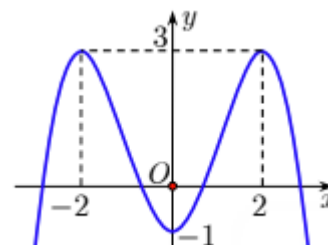
x	$-\infty$	-2	2	$+\infty$		
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$						
	$-\infty$	1	-3	$+\infty$		

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào?

- A. $(-3;1)$. B. $(-2;2)$. C. $(2;+\infty)$. D. $(-\infty;-2)$.

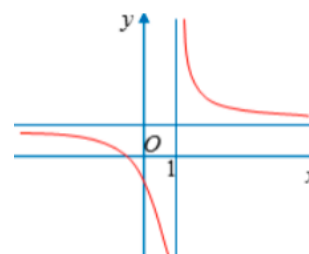
Câu 2. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào?

- A. $(-2;0)$. B. $(-\infty;-1)$.
C. $(-2;2)$. D. $(0;2)$.



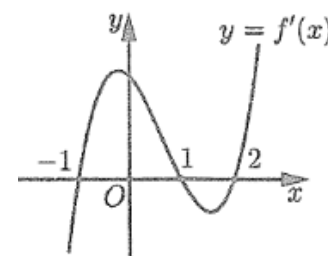
Câu 3. Đường cong ở hình bên là đồ thị của hàm số $y = \frac{ax+b}{cx+d}$, với a, b, c, d là các số thực. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $y' > 0, \forall x \in \mathbb{R}$. B. $y' < 0, \forall x \in \mathbb{R}$.
C. $y' > 0, \forall x \neq 1$. D. $y' < 0, \forall x \neq 1$.



Câu 4. Cho hàm số bậc bốn $y = f(x)$. Hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình vẽ bên. Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(-1;2)$. B. $(-\infty;-1)$.
C. $(1;2)$. D. $(-1;1)$.



Câu 5. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu đạo hàm như sau:

x	$-\infty$		0		1		2		4		$+\infty$
$f'(x)$		-	0	+		-	0	+	0	+	

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào?

- A. $(2; +\infty)$. B. $(1; 2)$. C. $(-\infty; 1)$. D. $(1; 4)$.

Câu 6. Hàm số $y = -x^3 + 3x^2 + 9x - 2007$ đồng biến trên khoảng

- A. $(-3; 1)$. B. $(3; +\infty)$. C. $(-\infty; -3)$. D. $(-1; 3)$.

Câu 7. Cho hàm số $y = \frac{2x+5}{x-2}$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. Hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R} \setminus \{2\}$. B. Hàm số nghịch biến trên từng khoảng xác định.
C. Hàm số nghịch biến trên tập xác định. D. Hàm số nghịch biến trên $(-\infty; 2) \cup (2; +\infty)$.

Câu 8. Hàm số $y = \frac{x^2 - 2x + 6}{x + 1}$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(-1; 2)$. B. $(-4; 2)$. C. $(-\infty; -4)$. D. $(2; +\infty)$.

Câu 9. Hàm số $f(x) = \log_{2007}(x^2 - 2x)$ nghịch biến trên khoảng

- A. $(2; +\infty)$. B. $(1; +\infty)$. C. $(-\infty; 0)$. D. $(0; 1)$.

Câu 10. Hàm số $y = x^4 e^x$ nghịch biến trên khoảng

- A. $(-\infty; -4)$. B. $(-4; 0)$. C. $(1; +\infty)$. D. $(0; 4)$.

Câu 11. Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để hàm số $y = \frac{x+2}{x+5m}$ đồng biến trên $(-\infty; -15)$?

- A. 1. B. 3. C. 2. D. Vô số.

Câu 12. Cho hàm số $y = \frac{1}{3}(m^2 + 2m)x^3 - (m^2 + 2m)x^2 + mx - 2025$. Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}$?

- A. 1. B. 3. C. 2. D. 4.

Câu 13. Sự ảnh hưởng khi sử dụng một loại độc tố với vi khuẩn X được một nhà sinh học mô tả bởi hàm số $P(t) = \frac{t+1}{t^2+t+4}$, trong đó $P(t)$ là số lượng vi khuẩn sau t giờ sử dụng độc tố. Vào thời điểm nào thì số lượng vi khuẩn X bắt đầu giảm?

- A. Ngay tại thời điểm sử dụng độc tố. B. Sau nửa giờ kể từ thời điểm sử dụng độc tố.
C. Sau 2 giờ kể từ thời điểm sử dụng độc tố. D. Sau 1 giờ kể từ thời điểm sử dụng độc tố.

Câu 14. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		1		3		$+\infty$
y'		+	0	-	0	+	
y	$-\infty$		3		-2		$+\infty$

Hàm số đã cho đạt cực tiểu tại:

- A. $x=3$. B. $x=-2$. C. $x=1$. D. $x=2$.

Câu 15. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	0	1	$+\infty$	
$f'(x)$	+		-	0	+
$f(x)$	$-\infty$	0	-1	$+\infty$	

Hàm số đã cho có bao nhiêu điểm cực trị?

- A. 1. B. 2. C. 3. D. 0.

Câu 16. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu đạo hàm như sau:

x	$-\infty$	0			1	2			4	$+\infty$
$f'(x)$		-	0	+		-	0	+	0	+

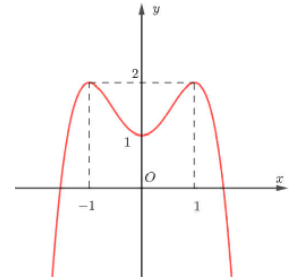
Hàm số đã cho có bao nhiêu điểm cực đại?

- A. 1. B. 0. C. 3. D. 4.

Câu 17. Cho hàm số bậc bốn $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên.

Số điểm cực tiểu của hàm số $f(x)$ là:

- A. 1.
B. 2.
C. 3.
D. 0.



Câu 18. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên của hàm số $f'(x)$ như hình vẽ:

x	$-\infty$	-2	0	1	2	$+\infty$
$f'(x)$	$-\infty$	5	$-\frac{2}{5}$	3	-1	$+\infty$

Hàm số $f(x)$ có bao nhiêu điểm cực tiểu?

- A. 5. B. 3. C. 2. D. 4.

Câu 19. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đạo hàm $f'(x) = x^{2024}(2x^2 - 5x + 2)$, $\forall x \in \mathbb{R}$. Hàm số $f(x)$ có bao nhiêu điểm cực đại?

- A. 0. B. 2. C. 1. D. 3.

Câu 20. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = (x-1)(x-2)^2(x-3)^3(x-4)^{2024}$, $\forall x \in \mathbb{R}$. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

- A. 4. B. 2. C. 1. D. 3.

Câu 21. Cho hàm số $y = x^3 - 3x^2 + ax + b$ có đồ thị (C) . Biết $M(1;6)$ là một điểm cực trị của (C) .

Khi đó tổng $a+b$ bằng

- A. 28. B. -14. C. -10. D. -8.

Câu 22. Cho hàm số $y = x^3 - 3(m+1)x^2 + 3(7m-3)x + 1$. Gọi S là tập các giá trị nguyên của tham số m để hàm số không có điểm cực trị. Số phần tử của S là

- A. 4. B. 2. C. 0. D. 3.

Câu 23. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = x^3 - 3x + 2$ trên đoạn $[-3; 3]$ bằng

- A. 20. B. -16. C. 0. D. 4.

Câu 24. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $g(x) = x - 5 + \frac{1}{x}$ trên khoảng $(0; +\infty)$ bằng bao nhiêu?

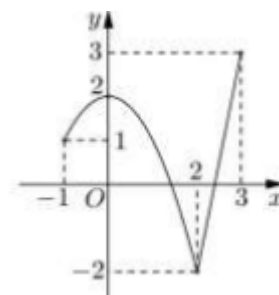
- A. -2. B. -3. C. 0. D. -1.

Câu 25. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $h(x) = \frac{x-5}{x+1}$ trên đoạn $[0; 2]$ bằng

- A. -2. B. -6. C. -5. D. -1.

Câu 26. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[-1; 3]$ và có đồ thị như hình vẽ bên. Gọi M và m lần lượt là giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của hàm số đã cho trên đoạn $[-1; 3]$. Giá trị của $M - m$ bằng

- A. 5. B. 4.
C. 0. D. 1.



Câu 27. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên trên $[-5; 7]$ như hình bên. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $\max_{[-5; 7]} f(x) = 9$. B. $\min_{[-5; 7]} f(x) = 6$.
C. $\max_{[-5; 7]} f(x) = 6$. D. $\min_{[-5; 7]} f(x) = 2$.

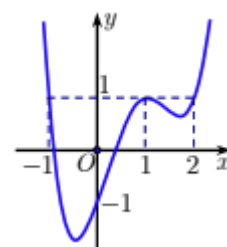
x	-5	1	7
y'	-	0	+
y	6	2	9

Câu 28. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = (x^2 - 2)e^{2x}$ trên đoạn $[-1; 2]$ bằng:

- A. $-e^2$. B. $2e^4$. C. $-2e^2$. D. $2e^2$.

Câu 29. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$. Đồ thị hàm số $y = f'(x)$ như hình bên. Giá trị lớn nhất của hàm số $g(x) = f(2x) - 2x$ trên đoạn $\left[-\frac{1}{2}; 1\right]$ bằng.

- A. $f(2) - 2$. B. $f(-2) + 2$.
C. $f(0)$. D. $f(-1) + 1$.



Câu 30. Cho hàm số $y = \frac{x+m}{x+1}$ (m là tham số thực) thỏa mãn $\min_{[1; 2]} y + \max_{[1; 2]} y = \frac{16}{3}$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $m > 4$. B. $2 < m \leq 4$. C. $m \leq 0$. D. $0 < m \leq 2$.

Câu 31. Có bao nhiêu giá trị nguyên thuộc đoạn $[-10; 10]$ của tham số m để giá trị lớn nhất của hàm số $y = \frac{2x+m}{x+1}$ trên đoạn $[-4; -2]$ không lớn hơn 1?

- A. 8. B. 7. C. 5. D. 6.

Câu 32. Một cửa hàng buôn giày nhập một đôi với giá là 40 đôla. Cửa hàng ước tính rằng nếu đôi giày được bán với giá x đôla thì mỗi tháng khách hàng sẽ mua $(120 - x)$ đôi. Hỏi cửa hàng bán một đôi giày giá bao nhiêu thì thu được nhiều lãi nhất?

- A. 80 đôla. B. 240 đôla. C. 160 đôla. D. 40 đôla.

Câu 33. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-2	0	$+\infty$
y'		-	+	-
y	$+\infty$	1	$-\infty$	0

Tổng số đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho bằng

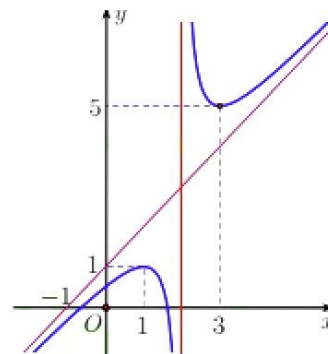
- A. 1. B. 2. C. 0. D. 3.

Câu 34. Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{2-5x}{x+2}$ là

- A. $y = 2$. B. $x = -1$. C. $y = -5$. D. $y = -\frac{5}{2}$.

Câu 35. Cho đồ thị hàm số $y = f(x)$ như hình có đường tiệm cận xiên $y = ax + b$. Khi đó $a + b$ bằng bao nhiêu?

- A. 1.
B. 2.
C. 0.
D. 3.



Câu 36. Tiệm cận xiên của đồ thị hàm số $y = \frac{x^2 - 2x + 3}{x + 1}$ là

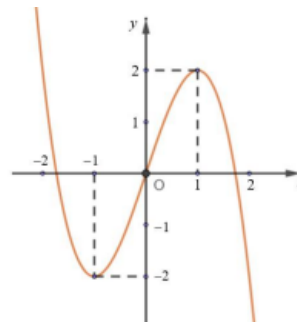
- A. $y = x + 1$. B. $y = x - 1$. C. $y = x - 3$. D. $y = x + 3$.

Câu 37. Đồ thị của hàm số $y = \frac{2x^2 - 3x - 5}{x + 2}$ có bao nhiêu đường tiệm cận?

- A. 1. B. 2. C. 0. D. 3.

Câu 38. Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Số nghiệm thực của phương trình $f^2(x) - 3f(x) + 2 = 0$ là

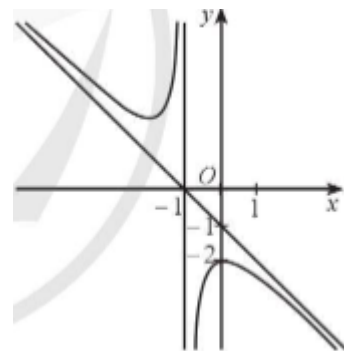
- A. 6.
B. 5.
C. 4.
D. 3.



Câu 39. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên.

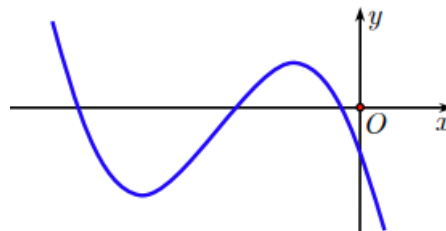
Hàm số $y = f(x)$ có thể là hàm số nào trong các hàm số sau?

- A. $y = \frac{x^2 + 2x + 2}{-x - 1}$. B. $y = \frac{x^2 - 2x + 2}{x - 1}$.
 C. $y = \frac{x^2 + 2x + 2}{x + 1}$. D. $y = \frac{x^2 - 2x + 2}{x + 1}$.



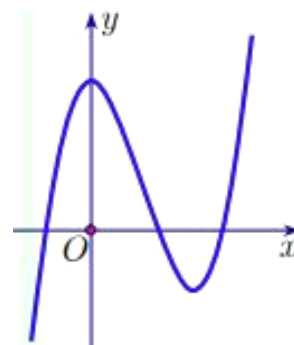
Câu 40. Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị như hình vẽ bên. Hỏi trong các số a, b, c, d có tất cả bao nhiêu số dương?

- A. 2 B. 0
 C. 3 D. 1

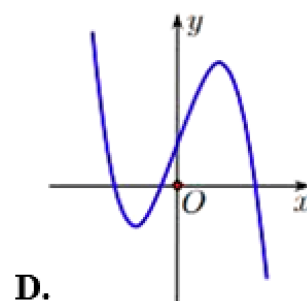
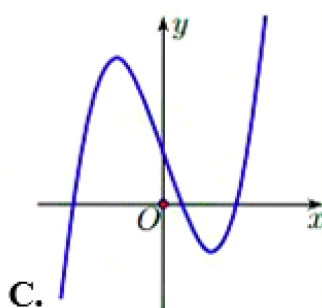
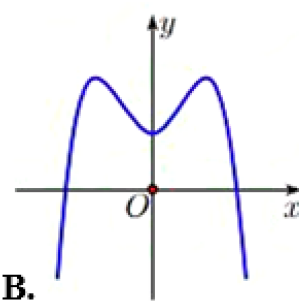
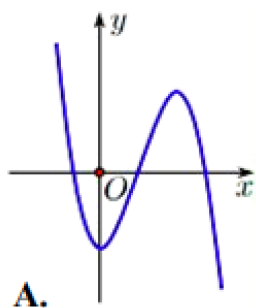


Câu 41. Đường cong trong hình vẽ bên là đồ thị của hàm số nào?

- A. $y = -x^3 + 3x^2 + 1$
 B. $y = x^4 - 2x^2 + 1$
 C. $y = x^3 + 2x^2 - 7x + 3$
 D. $y = x^4 - 2x^2 - 1$



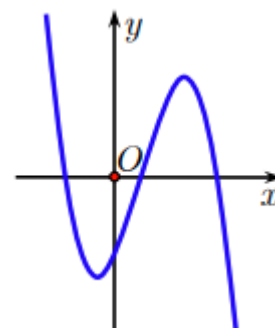
Câu 42. Hàm số $y = -x^3 + 3x + 1$ có đồ thị (C). Trong các đồ thị sau, đồ thị nào là đồ thị (C)?



Câu 43. Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị như hình vẽ bên.

Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $a < 0, b > 0, c < 0, d < 0$
 B. $a < 0, b > 0, c > 0, d < 0$
 C. $a < 0, b < 0, c > 0, d < 0$
 D. $a > 0, b < 0, c < 0, d > 0$



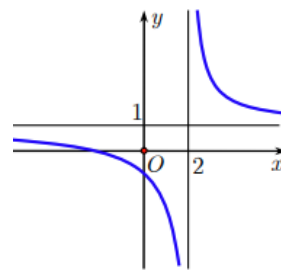
Câu 44. Hàm số nào sau đây có bảng biến thiên như hình vẽ?

x	$-\infty$		2		$+\infty$
$f'(x)$		+		+	
$f(x)$	1		$+\infty$		1

- A. $f(x) = \frac{x+1}{x-2}$ B. $f(x) = \frac{2x+1}{x-1}$ C. $f(x) = \frac{2x-3}{x-1}$ D. $f(x) = \frac{x-3}{x-2}$

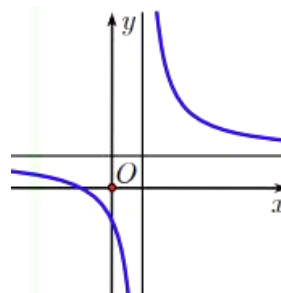
Câu 45. Đường cong trong hình vẽ bên là đồ thị của hàm số nào?

- A. $y = \frac{x+2}{x-2}$ B. $y = \frac{x-1}{x-2}$
C. $y = x^4 - 3x^2 + 2$ D. $y = -x^3 + 3x^2 - 1$



Câu 46. Cho hàm số $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ có đồ thị như hình vẽ bên. Biết $a > 0$. Hỏi trong các số b, c, d có tất cả bao nhiêu số dương?

- A. 2 B. 0
C. 3 D. 1



Phần II. Câu trắc nghiệm đúng sai.

Câu 1. Cho hàm số $f(x) = -x^3 + 3x^2 + 9x - 7$.

Các mệnh đề sau đúng hay sai?

Mệnh đề	Đúng	Sai
a) Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1; 3)$.		
b) Đồ thị hàm số $f(x)$ có hai điểm cực trị.		
c) $\max_{\mathbb{R}} f(x) = f(3)$.		
d) Đồ thị hàm số $f(x)$ cắt trục hoành tại ba điểm phân biệt.		

Câu 2. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ có bảng xét dấu đạo hàm như sau:

x	$-\infty$	1	2	3	4	$+\infty$	
$f'(x)$	$-$	0	$+$	$+$	$-$	0	$+$

Các mệnh đề sau đúng hay sai?

Mệnh đề	Đúng	Sai
a) Hàm số $f(x)$ đồng biến trên khoảng $(1; 3)$.		
b) Đồ thị hàm số $f(x)$ có ba điểm cực trị.		

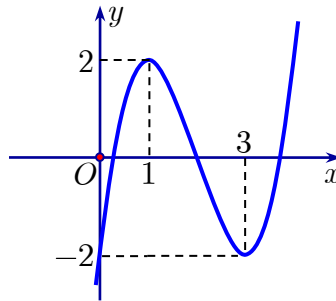
c) $\max_{[1;4]} f(x) = f(3)$.		
d) Biết $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = +\infty$; $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$ và $f(3) = 1$. Khi đó phương trình $2007f(x) - 2025 = 0$ có đúng hai nghiệm thực phân biệt.		

Câu 3. Cho hàm số $f(x) = \ln(x^2 - 4x - 4)$.

Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:

Mệnh đề	Đúng	Sai
a) Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng $(0; +\infty)$.		
b) Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 2)$.		
c) Hàm số $y = f(x)$ không có điểm cực trị.		
d) Phương trình $f(x) = 0$ có hai nghiệm phân biệt trái dấu.		

Câu 4. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ sau:



Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:

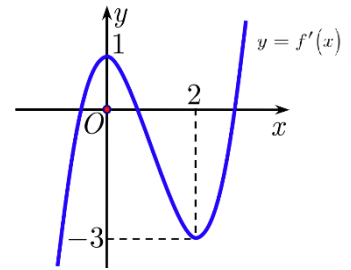
Mệnh đề	Đúng	Sai
a) Cực đại của hàm số $y = f(x)$ là 1.		
b) $f'(x) > 0$.		
c) Phương trình $ f(x) = \frac{11}{10}$ có 6 nghiệm thực phân biệt.		
d) Nếu $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx - 2$ với $a, b, c \in \mathbb{R}$ thì $4a + 2b + c = 1$.		

Câu 5. Xét một chất điểm chuyển động dọc theo trục Ox . Toạ độ của chất điểm tại thời điểm t được xác định bởi hàm số $x(t) = t^3 - 9t^2 + 15t + 1$ với $t \geq 0$. Khi đó $x'(t)$ là vận tốc của chất điểm tại thời điểm t , kí hiệu $v(t)$; $v'(t)$ là gia tốc chuyển động của chất điểm tại thời điểm t , kí hiệu $a(t)$.

Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:

Mệnh đề	Đúng	Sai
a) Hàm $v(t) = 3t^2 - 18t + 15$.		
b) Hàm $a(t) = 6t - 18$.		
c) Trong khoảng từ $t = 0$ đến $t = 3$ thì vận tốc của chất điểm tăng.		
d) Từ $t = 3$ trở đi thì vận tốc của chất điểm giảm.		

Câu 6. Cho hàm số bậc bốn $f(x)$ có đồ thị $f'(x)$ như hình vẽ. Biết đồ thị hàm số $y = f'(x)$ cắt trục Ox tại ba điểm phân biệt có hoành độ lần lượt là a, b, c ($a < b < c$) và $f(b) = -1$:



Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:

Mệnh đề	Đúng	Sai
a) Hàm số đồng biến trên khoảng $(2; +\infty)$.		
b) Điểm cực đại của đồ thị hàm số là $A(0;1)$.		
c) Phương trình $f^2(x) + f(x) = 0$ có 5 nghiệm thực phân biệt.		
d) Hàm số $y = f(x) $ có 5 điểm cực trị.		

Câu 7. Cho hàm số $y = \frac{ax^2 + bx + c}{mx + n}$, ($a \neq 0, m \neq 0$, $-\frac{n}{m}$ không là nghiệm của đa thức $ax^2 + bx + c$) có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	0	1	2	$+\infty$				
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$			
$f(x)$			-2		$+\infty$			$+\infty$	
	$-\infty$			$-\infty$			-1		$+\infty$

Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:

Mệnh đề	Đúng	Sai
a) Hàm số nghịch biến trên khoảng $(0; 2)$.		
b) Hàm số $f(x)$ có hai điểm cực trị.		
c) Hàm số có hai giá trị cực trị là 0 và 2 .		
d) Phương trình $2[f(x)]^2 + 5f(x) - 12 = 0$ có ba nghiệm thực dương.		

Câu 8. Cho hàm số bậc ba $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$, ($a \neq 0$) có bảng biến thiên như sau:

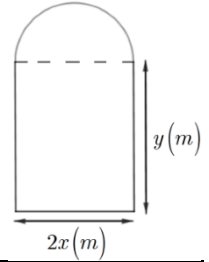
x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$	
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$	$-\infty$	4	-2	$+\infty$	

Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:

Mệnh đề	Đúng	Sai
a) Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $\left(-\frac{10}{11}; \frac{12}{25}\right)$.		
b) Phương trình $f(x) = 2$ có 2 nghiệm thực dương.		
c) Đồ thị hàm số $g(x) = f(x^2)$ có ba điểm cực trị.		

d) Giá trị cực đại của hàm số $g(x) = f(x^2)$ là 1.

Câu 9. Kỹ sư cơ khí dùng một thanh thép dài $4m$ để uốn thành khung viền của một cửa sổ có dạng một phần của hình chữ nhật ghép với nửa đường tròn có các kích thước được cho trên hình vẽ.



Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:

Mệnh đề	Đúng	Sai
a) Ta có $y = 2 - \frac{(\pi + 2)x}{2}$.		
b) Diện tích của cửa sổ được tính bởi công thức $S(x) = 4x + 2x^2 - \frac{\pi x^2}{2} (m^2)$.		
c) Diện tích cửa sổ lớn nhất khi $x = \frac{4}{\pi + 4}$.		
d) Giá trị lớn nhất của diện tích cửa sổ là $\frac{8}{\pi + 4}$.		

Câu 10. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x^{2018}(x - 9)(x - 2007)^{2024}$. Xét hàm số $g(x) = f(x^2)$ trên $\mathbb{R}$.

Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:

Mệnh đề	Đúng	Sai
a) Hàm số $g(x)$ đồng biến trên khoảng $(5; +\infty)$.		
b) Hàm số $g(x)$ có 5 điểm cực trị.		
c) Phương trình $g(x) = m$ có tối đa 4 nghiệm thực phân biệt.		
d) $\min_{\mathbb{R}} g(x) = f(9)$.		

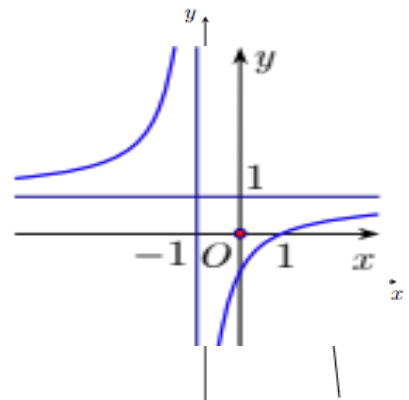
Câu 11. Nồng độ thuốc $C(t)$ tính theo mg/cm^3 trong máu của bệnh nhân được tính bởi công thức $C(t) = \frac{t}{20t^2 + 20t + 20}$, trong đó t là thời gian (tính theo giờ) kể từ thời điểm tiêm cho bệnh nhân.

Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:

Mệnh đề	Đúng	Sai
a) Hàm số $C(t)$ có đạo hàm $C'(t) = \frac{1-t^2}{20(t^2+t+1)^2}, \forall t \geq 0$.		
b) Sau khi tiêm, nồng độ thuốc trong máu bệnh nhân giảm dần theo thời gian.		
c) Nồng độ thuốc trong máu bệnh nhân lớn nhất tại thời điểm 1 giờ sau tiêm.		
d) Nồng độ trong máu bệnh nhân đạt $0,02mg/cm^3$ tại một thời điểm sau tiêm.		

Câu 12. Cho hàm số $f(x) = \frac{ax+b}{x+d}$ có đồ thị (C) như hình vẽ.

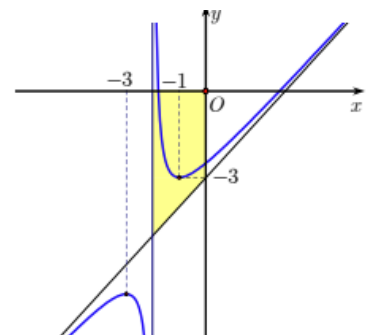
Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau :



Mệnh đề	Đúng	Sai
a) Hàm số $f(x)$ có một điểm cực trị.		
b) $a=1, d=-1$.		
c) Đồ thị hàm số $f(x)$ đi qua điểm $B(-3; 2)$.		
d) Hai đường tiệm cận của (C) tạo với hai trục tọa độ tứ giác có diện tích bằng 2.		

Câu 13. Cho hàm số $f(x) = \frac{x^2+bx+c}{x+n}$ có đồ thị (C) như hình vẽ.

Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau :

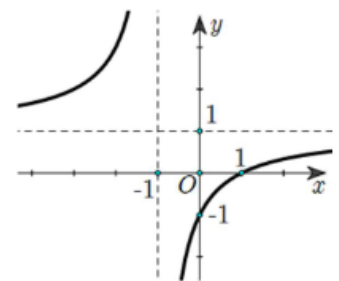


Mệnh đề	Đúng	Sai
a) Giá trị cực tiểu của hàm số $f(x)$ bằng -3 .		
b) Đồ thị hàm số $f(x)$ có tiệm cận đứng $x=-2$.		
c) Đồ thị hàm số $f(x)$ có tiệm cận xiên $y=px+q$, khi đó $p+q=4$.		
d) Phần hình phẳng được đánh dấu là hình thang có diện tích bằng 8.		

Câu 14. Cho hàm số $f(x) = \frac{x+a}{x+1}$ có đồ thị (C) như hình vẽ (a là số

thực cho trước và $a \neq 1$).

Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau :



Mệnh đề	Đúng	Sai
a) $f'(x) < 0$, $\forall x \neq -1$ và hàm số $f(x)$ không có điểm cực trị.		
b) Đồ thị hàm số $f(x)$ có hai đường tiệm cận.		
c) Tâm đối xứng của đồ thị hàm số là $I(-1; 1)$.		

d) $\max_{[0;3]} f(x) = \frac{1}{3}$.		
--	--	--

Phần III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.

Câu 1. Cho hàm số $y = -\frac{x^3}{3} + 3x^2 - 5x + 2007$ đồng biến trên khoảng $D = (a; b)$, biết tất cả các khoảng đồng biến khác luôn là tập con của D . Giá trị của $a + b$ là bao nhiêu?

Câu 2. Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có bảng xét dấu $f'(x)$ như hình sau:

x	$-\infty$	-3	3	$+\infty$
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0
	$+$		$+$	

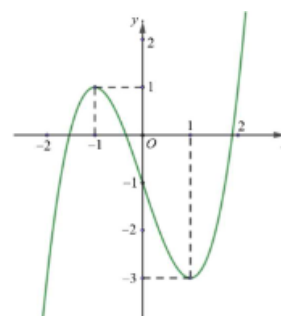
Biết $f(3) = -f(-3) = -1$. Hỏi phương trình $f(x) = 0$ có bao nhiêu nghiệm phân biệt?

Câu 3. Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của m để hàm số $y = \frac{m}{3}x^3 - 2mx^2 + (3m+5)x - 2025$ đồng biến trên $\mathbb{R}$?

Câu 4. Một tàu đổ bộ tiếp cận Mặt Trăng theo cách tiếp cận thẳng đứng và đốt cháy các tên lửa hãm ở độ cao 250 km so với bề mặt của Mặt Trăng. Trong khoảng 50 giây đầu tiên kể từ khi đốt cháy các tên lửa hãm, độ cao h của con tàu so với bề mặt của Mặt Trăng được tính (gần đúng) bởi hàm $h(t) = -0,01t^3 + 1,1t^2 - 30t + 250$ trong đó t là thời gian tính bằng giây và h là độ cao tính bằng kilômét. Biết $(a; b)$ là khoảng thời gian dài nhất mà độ cao h của tàu tăng dần. Phần nguyên của $b - a$ bằng bao nhiêu?

Câu 5. Cho hàm số bậc bốn $f(x)$ có đồ thị hàm số $y = f'(x)$ như hình vẽ.

Tìm số điểm cực trị của hàm số $f(x)$.



Câu 6. Tính tổng các giá trị của m để hàm số $y = 4x^3 + mx^2 - 3x + 1$ có hai điểm cực trị x_1, x_2 thỏa mãn $x_1 = -2x_2$.

Câu 7. Tổng giá trị cực đại và giá trị cực tiểu của hàm số $y = \frac{x^2 - 2x + 9}{x - 2}$ bằng bao nhiêu?

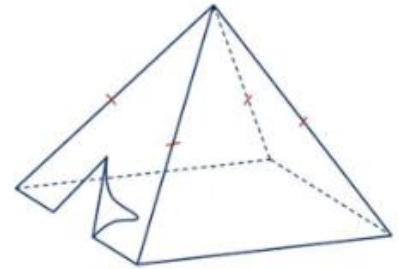
Câu 8. Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của tham số thực m để ứng với mỗi giá trị của m thì hàm số $y = mx^3 + 4(m-1)x^2 + 3mx - 2007$ không có điểm cực tiểu?

Câu 9. Cho hàm số $y = \frac{2x^2 + mx + 1}{x - 2025}$ (C) (với m là tham số thực) có hai điểm cực trị A, B . Biết đường thẳng AB đi qua điểm $M(-1; 1)$. Khi đó giá trị của m bằng bao nhiêu?

Câu 10. Gọi a là giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = x^2 + \frac{4}{x}$ trên khoảng $(0; +\infty)$. Khi đó a^3 bằng bao nhiêu?

Câu 11. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $f(x) = x^3 + m^2x + 18$ trên đoạn $[1; 3]$ có giá trị nhỏ nhất không lớn hơn 20?

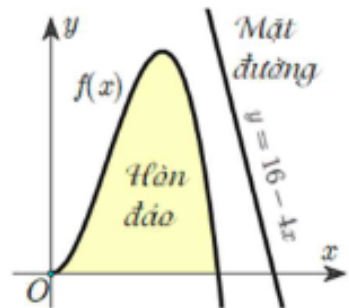
Câu 12. Một chiếc lều cắm trại được thiết kế có dạng hình chóp tứ giác đều với thể tích $6m^3$. Bốn mặt bên của lều được may bằng vải bạt (hình minh họa). Để diện tích vải bạt cần dùng là nhỏ nhất, thì độ dài cạnh đáy bằng bao nhiêu? (làm tròn tới hai chữ số sau dấu phẩy)



Câu 13. Tiệm cận xiên của đồ thị hàm số $y = \frac{x^2 - x + 3}{x - 2}$ tạo với hai trục tọa độ một tam giác có diện tích bằng bao nhiêu?

Câu 14. Đồ thị hàm số $f(x) = \sqrt{ax^2 + bx + c}$ có hai đường tiệm cận xiên, biết một đường có phương trình $y = x + 3$ và đồ thị $f(x)$ đi qua điểm $M(-1; 2)$. Khi đó $a + b + c$ bằng bao nhiêu?

Câu 15. Một hòn đảo nằm trong một hồ nước. Biết rằng đường cong tạo nên hòn đảo được mô hình hóa vào hệ trục tọa độ Oxy là một phần của đồ thị hàm số bậc ba $f(x)$. Vị trí điểm cực đại là $(2; 4)$ với đơn vị của hệ trục là $100m$ và vị trí điểm cực tiểu là gốc tọa độ O . Một đường chạy trên một đường thẳng có phương trình $y = -4x + 16$. Người ta muốn làm một cây cầu có dạng một



đoạn thẳng nối từ hòn đảo ra mặt đường. Độ dài ngắn nhất của cây cầu bằng bao nhiêu mét? (làm tròn đến một chữ số thập phân sau dấu phẩy)

Câu 16. Cho một tấm nhôm hình chữ nhật có kích thước $80cm \times 50cm$. Người ta cắt ở bốn góc của tấm nhôm đó bốn hình vuông bằng nhau, mỗi hình vuông có cạnh bằng $x(cm)$, rồi gập tấm nhôm lại thì được một cái thùng không nắp dạng hình hộp chữ nhật. Tìm x để thể tích của thùng lớn nhất. (đơn vị cm)



TOẠ ĐỘ CỦA VECTƠ TRONG KHÔNG GIAN.

Phần I: Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn.

Câu 1. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Vectơ nào sau đây cùng phương với vectơ $\overrightarrow{AB}$?

- A. $\overrightarrow{A'D'}$. B. $\overrightarrow{AC}$. C. $\overrightarrow{CD}$. D. $\overrightarrow{BA'}$.

Câu 2. Cho $|\vec{a}|=6, |\vec{b}|=10$ và góc giữa hai vectơ $\vec{a}, \vec{b}$ bằng 120° . Tích vô hướng của hai vectơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$ bằng

- A. 30. B. $30\sqrt{3}$. C. $-30\sqrt{3}$. D. -30.

Câu 3. Cho hình chóp $S.ABC$ có G là trọng tâm tam giác ABC . Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. $\overrightarrow{SA} + \overrightarrow{SB} + \overrightarrow{SC} = 3\overrightarrow{SG}$. B. $\overrightarrow{SA} + \overrightarrow{SB} + \overrightarrow{SC} = 2\overrightarrow{SG}$.
C. $\overrightarrow{SA} + \overrightarrow{SB} + \overrightarrow{SC} = 4\overrightarrow{SG}$. D. $\overrightarrow{SA} + \overrightarrow{SB} + \overrightarrow{SC} = \overrightarrow{SG}$.

Câu 4. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Mệnh đề nào sau đây sai?

- A. $\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{BB'} = \overrightarrow{BD'}$. B. $\overrightarrow{CA} = -(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD})$.
C. $|\overrightarrow{AB}| = |\overrightarrow{CD}|$. D. $\overrightarrow{BA} = \overrightarrow{D'C'}$.

Câu 5. Cho $\overrightarrow{MN} \neq \vec{0}$ và một điểm P . Có bao nhiêu điểm Q thỏa mãn $\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{PQ}$?

- A. 1. B. 0. C. 2. D. Vô số.

Câu 6. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Bộ 3 vectơ nào sau đây đồng phẳng?

- A. $\overrightarrow{AC'}, \overrightarrow{A'B'}, \overrightarrow{C'D'}$. B. $\overrightarrow{AB'}, \overrightarrow{CD'}, \overrightarrow{A'B}$. C. $\overrightarrow{B'D'}, \overrightarrow{AD}, \overrightarrow{AC}$. D. $\overrightarrow{AC'}, \overrightarrow{AD}, \overrightarrow{AB}$.

Câu 7. Tứ diện $ABCD$ có M, N là trung điểm AB, CD , G là trung điểm của MN . Mệnh đề nào sau đây sai?

- A. $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} = \vec{0}$. B. $\overrightarrow{MG} = \frac{1}{4}(\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} + \overrightarrow{MD})$.
C. $\overrightarrow{AG} = \frac{2}{3}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD})$. D. $\overrightarrow{MN} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD})$.

Câu 8. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Hỏi có bao nhiêu vectơ khác vectơ $\vec{0}$ cùng phương với vectơ $\overrightarrow{BD}$ mà có điểm đầu và điểm cuối thuộc các đỉnh của hình hộp đã cho (không tính vectơ $\overrightarrow{BD}$)

- A. 1. B. 3. C. 2. D. 4.

Câu 9. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có E là trung điểm của BB' , biết $\overrightarrow{AE} = m.\overrightarrow{AA'} + n.\overrightarrow{CA} + p.\overrightarrow{CB}$. Giá trị của $2m - n + p$ bằng bao nhiêu?

A. 3.**B. 1.****C. 2.****D. $\frac{1}{2}$.**

Câu 10. Trong không gian $Oxyz$, cho hai vectơ $\vec{a}, \vec{b}$ bất kì. Đâu là mệnh đề sai?

A. $[\vec{a}, \vec{b}] = [\vec{b}, \vec{a}]$.

B. $[\vec{a}, \vec{b}] \cdot \vec{a} = 0$.

C. $[\vec{a}, \vec{b}]^2 = \left\| [\vec{a}, \vec{b}] \right\|^2$.

D. $[\vec{a}, \vec{b}] = \vec{0} \Leftrightarrow \vec{a}, \vec{b}$ cùng phương.

Câu 11. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm M thỏa mãn $\overrightarrow{OM} = 2\vec{i} - 3\vec{k}$. Xác định tọa độ điểm M

A. $M(2; 0; -3)$

B. $M(2; -3; 0)$

C. $M(0; 2; -3)$

D. $M(-3; 2; 0)$

Câu 12. Trong không gian $Oxyz$, vectơ đơn vị $\vec{j}$ có tọa độ là

A. $(1; 0; 1)$

B. $(0; 0; 1)$

C. $(1; 0; 0)$

D. $(0; 1; 0)$

Câu 13. Trong không gian $Oxyz$, cho vectơ $\vec{a} = 2\vec{i} - \vec{j} + \vec{k}$. Xác định tọa độ vectơ $\vec{a}$

A. $(-1; 2; 1)$

B. $(-1; 1; 2)$

C. $(2; -1; 1)$

D. $(2; 1; 1)$

Câu 14. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; -1; 2), B(2; 3; -1)$. Tọa độ vectơ $\overrightarrow{AB}$ là

A. $\overrightarrow{AB} = (1; -4; -3)$

B. $\overrightarrow{AB} = (3; 2; 1)$

C. $\overrightarrow{AB} = (-1; -4; 3)$

D. $\overrightarrow{AB} = (1; 4; -3)$

Câu 15. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $B(0; -1; 2)$, $\overrightarrow{AB} = (2; 1; -1)$. Biết tọa độ điểm $A(a; b; c)$.

Tính giá trị của biểu thức $T = abc$

A. $T = 12$

B. $T = -12$

C. $T = 0$

D. $T = -3$

Câu 16. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(2; 3; 0)$ và điểm B thỏa mãn $\overrightarrow{AB} = 3\vec{k} - \vec{i}$. Biết tọa độ điểm $B(m; n; p)$. Tính giá trị của biểu thức $T = m + n + p$

A. $T = -7$

B. $T = 7$

C. $T = 1$

D. $T = -1$

Câu 17. Trong không gian $Oxyz$, cho hai vectơ $\vec{u} = (1; 2; -2)$ và $\vec{v} = (2; -2; 3)$. Tọa độ của vectơ $\vec{u} + \vec{v}$ là

A. $(-1; 4; -5)$

B. $(1; -4; 5)$

C. $(3; 0; -1)$

D. $(3; 0; 1)$

Câu 18. Trong không gian $Oxyz$, cho hai vectơ $\vec{u} = (1; 3; -2)$ và $\vec{v} = (2; 1; -1)$. Tọa độ của vectơ $\vec{u} - \vec{v}$

A. $(1; -2; 1)$

B. $(-1; 2; -1)$

C. $(-1; 2; -3)$

D. $(3; 4; -3)$

Câu 19. Trong không gian $Oxyz$, cho $\vec{a} = (2; m-1; 3), \vec{b} = (1; 3; -2n)$. Tìm m, n để $\vec{a}, \vec{b}$ cùng phương

A. $m = 7; n = -\frac{4}{3}$ B. $m = 4; n = -3$ C. $m = 1; n = 0$ D. $m = 7; n = -\frac{3}{4}$

Câu 20. Trong không gian $Oxyz$, cho các vectơ $\vec{a} = (m; 0; 1), \vec{b} = (3m + 4; n - 2; m)$. Khi hai vectơ $\vec{a}, \vec{b}$ ngược hướng thì $m + n$ bằng

A. 1 B. 6 C. 1 hoặc 6 D. Không xác định

Câu 21. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(2; -1; 5); B(5; -5; 7); M(x; y; 1)$. Với giá trị nào của x, y thì A, B, M thẳng hàng

A. $x = 4; y = 7$ B. $x = -4; y = 7$ C. $x = 4; y = -7$ D. $x = -4; y = -7$

Câu 22. Trong không gian $Oxyz$, cho hai vectơ $\vec{a} = (2; 1; 0), \vec{b} = (-1; 0; -2)$. Tính $\cos(\vec{a}, \vec{b})$

A. $\cos(\vec{a}, \vec{b}) = -\frac{2}{5}$ B. $\cos(\vec{a}, \vec{b}) = -\frac{2}{25}$ C. $\cos(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{2}{5}$ D. $\cos(\vec{a}, \vec{b}) = -\frac{2}{25}$

Câu 23. Trong không gian $Oxyz$, cho $M(2; 3; -1), N(-1; 1; 1), P(1; m - 1; 2)$. Tìm m để tam giác MNP vuông tại N

A. $m = -6$ B. $m = -4$ C. $m = 0$ D. $m = 2$

Câu 24. Trong không gian $Oxyz$, cho vectơ $\vec{u} = (1; 1; -2), \vec{v} = (1; 0; m)$. Tìm tất cả giá trị thực của m để góc giữa $\vec{u}, \vec{v}$ bằng 45°

A. $m = 2 - \sqrt{6}$ B. $m = 2 + \sqrt{6}$ C. $m = 2 \pm \sqrt{6}$ D. $m = 2$

Câu 25. Trong không gian $Oxyz$, cho hai vectơ $\vec{a}, \vec{b}$ bất kì. Đâu là mệnh đề sai?

A. $[\vec{a}, \vec{b}] = [\vec{b}, \vec{a}]$. B. $[\vec{a}, \vec{b}] \cdot \vec{a} = 0$.
C. $[\vec{a}, \vec{b}]^2 = \|\vec{a}, \vec{b}\|^2$. D. $[\vec{a}, \vec{b}] = \vec{0} \Leftrightarrow \vec{a}, \vec{b}$ cùng phương.

Câu 26. Trong không gian $Oxyz$, cho tam giác ABC có $\overrightarrow{AB} = (-3; 0; 4); \overrightarrow{AC} = (5; -2; 4)$. Độ dài trung tuyến AM bằng

A. $AM = 3\sqrt{2}$ B. $AM = 2\sqrt{3}$ C. $AM = 4\sqrt{2}$ D. $AM = 5\sqrt{3}$

Câu 27. Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $A(2; -4; 3), B(2; 2; 7)$. Tìm tọa độ trung điểm M của đoạn thẳng AB

A. $M(4; -2; 10)$ B. $M(2; 6; 4)$ C. $M(2; -1; 5)$ D. $M(1; 3; 2)$

Câu 28. Trong không gian $Oxyz$, cho tam giác ABC với $A(1; 3; 4), B(2; -1; 0), C(3; 1; 2)$. Tọa độ trọng tâm G của tam giác ABC là

A. $G(6;3;6)$

B. $G(2;-1;2)$

C. $G(2;1;2)$

D. $G(6;-3;6)$

Câu 29. Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $M(-2;3;1)$ trên trục Ox có tọa độ

A. $M_1(0;0;1)$

B. $M_2(0;3;1)$

C. $M_3(0;3;0)$

D. $M_4(-2;0;0)$

Câu 30. Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $M(3;1;-1)$ trên trục Oy có tọa độ là

A. $M_1(3;0;-1)$

B. $M_2(0;1;0)$

C. $M_3(3;0;0)$

D. $M_4(0;0;-1)$

Câu 31. Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $M(3;-4;-5)$ trên mặt phẳng (Oyz) có tọa độ là

A. $M_1(3;0;0)$

B. $M_2(0;-4;-5)$

C. $M_3(-3;4;5)$

D. $M_4(0;4;5)$

Câu 32. Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $A(1;0;3), B(2;3;-4), C(-3;1;2)$. Tìm tọa độ điểm D sao cho $ABCD$ là hình bình hành.

A. $D(-4;-2;9)$

B. $D(4;-2;9)$

C. $D(-4;2;9)$

D. $D(4;2;-9)$

Câu 33. Trong không gian $Oxyz$, cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Biết tọa độ các điểm $C(1;2;3), A(-1;4;5), B'(-2;1;-2), D'(4;1;-2)$. Tìm tọa độ điểm B .

A. $B(-3;3;-8)$

B. $B(-3;3;4)$

C. $B(-1;-4;3)$

D. $B(1;4;-3)$

Phần II. Câu trắc nghiệm đúng sai.

Câu 1. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:

Mệnh đề	Đúng	Sai
a) $\overrightarrow{AC'} + \overrightarrow{A'C} = 2\overrightarrow{A'C'}$.		
b) $\overrightarrow{AC'} + \overrightarrow{CA'} + 2\overrightarrow{C'C} = \vec{0}$.		
c) $\overrightarrow{CA'} + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{CC'}$.		
d) $\overrightarrow{AC'} + \overrightarrow{BA} = \overrightarrow{AD}$.		

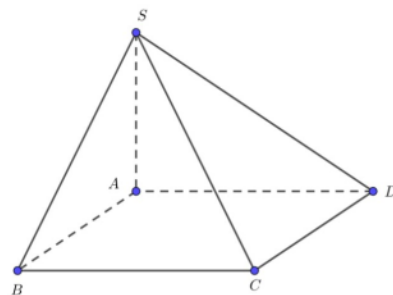
Câu 2. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm I .

Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:

Mệnh đề	Đúng	Sai
a) $\overrightarrow{SA} + \overrightarrow{SB} + \overrightarrow{SC} + \overrightarrow{SD} = 4\overrightarrow{SI}$.		
b) $\overrightarrow{SA} + \overrightarrow{SB} - \overrightarrow{SC} - \overrightarrow{SD} = \vec{0}$.		
c) $\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IB} + \overrightarrow{IC} + \overrightarrow{ID} = \vec{0}$.		
d) $\overrightarrow{SA} - \overrightarrow{SB} + \overrightarrow{SC} - \overrightarrow{SD} = \vec{0}$.		

- Câu 3.** Cho hình chóp $S.ABCD$ có SA vuông góc với đáy, $SA = a$, $ABCD$ là hình chữ nhật với $AB = a, AD = 2a$ và M là trung điểm của CD .

Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:



Mệnh đề	Đúng	Sai
a) $\overrightarrow{SB} - \overrightarrow{MB} - \overrightarrow{SC} - \overrightarrow{SD} = \vec{0}$.		
b) $\cos(\overrightarrow{SA}, \overrightarrow{SM}) = \frac{2\sqrt{21}}{21}$.		
c) $ \overrightarrow{AM} - \overrightarrow{SA} = a\sqrt{21}$.		
d) $\overrightarrow{SM} \cdot \overrightarrow{AB} = \frac{1}{2}a^2$.		

- Câu 4.** Cho hình tứ diện $ABCD$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB và CD , I là trung điểm của đoạn MN .

Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:

Mệnh đề	Đúng	Sai
a) $\overrightarrow{NC} + \overrightarrow{ND} = \vec{0}$.		
b) $\overrightarrow{AN} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD})$.		
c) $\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IB} + \overrightarrow{IC} + \overrightarrow{ID} = \vec{0}$.		
d) $\overrightarrow{MN} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AD} - \overrightarrow{BC})$.		

- Câu 5.** Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $\vec{a} = -2\vec{i} + 3\vec{k}$, $\vec{b} = (2; -1; -3)$, $\vec{c} = (4; 1; -6)$.

Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:

Mệnh đề	Đúng	Sai
a) Tọa độ của vector $\vec{a} = (-2; 3; 0)$.		
b) $\vec{a}, \vec{b}$ cùng phương.		
c) $[\vec{b}, \vec{a}] = (3; 0; 2)$.		
d) $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ không đồng phẳng.		

- Câu 6.** Trong không gian $Oxyz$, cho ba vector $A(-2; 5; -3)$, $B(5; -8; 6)$.

Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:

Mệnh đề	Đúng	Sai
---------	------	-----

a) $ \overline{AB} = \sqrt{299}$.		
b) Trọng tâm tam giác OAB là điểm $G(1; -1; 1)$.		
c) $(\overline{OA}, \overline{AB})$ là góc tù.		
d) Diện tích tam giác OAB bằng $\frac{3\sqrt{14}}{2}$ (đvdt).		

Câu 7. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(-3; 3; -6)$. Gọi A, B, C lần lượt là hình chiếu vuông góc của M trên các trục Ox, Oy, Oz . Gọi G là trọng tâm tam giác ABC .

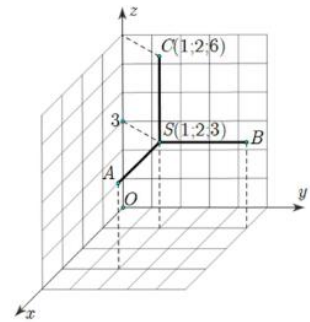
Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:

Mệnh đề	Đúng	Sai
a) G thuộc mặt phẳng (Oyz) .		
b) Trung điểm của đoạn OG là điểm $I\left(\frac{1}{2}; -\frac{1}{2}; 1\right)$.		
c) $\overline{AM} = 3\vec{j} - 6\vec{k}$.		
d) Nếu $ABCD$ là hình bình hành thì $D(-3; -3; -6)$.		

Câu 8. Trong không gian $Oxyz$, cho bốn điểm S, A, B, C như hình vẽ.

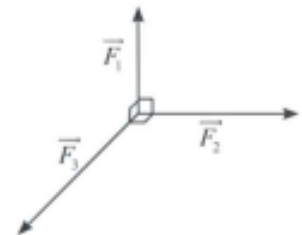
Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:

Mệnh đề	Đúng	Sai
a) Tọa độ điểm $A(3; 2; 3), B(1; 5; 3)$.		
b) $\overline{SC} \cdot \overline{BC} = 6$.		
c) $\cos(\overline{AB}, \overline{AC}) = -\frac{\sqrt{2}}{5}$.		
d) SA, SB, SC đôi một vuông góc.		



Phần III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.

Câu 1. Ba lực $\overline{F_1}, \overline{F_2}, \overline{F_3}$ cùng tác động vào một vật có phương đôi một vuông góc và có độ lớn lần lượt là $6N, 8N, 24N$. Tính độ lớn hợp lực của ba lực đã cho. (đơn vị N).



Câu 2. Cho tứ diện đều $ABCD$ cạnh $2a$. Gọi E là trung điểm của BC .

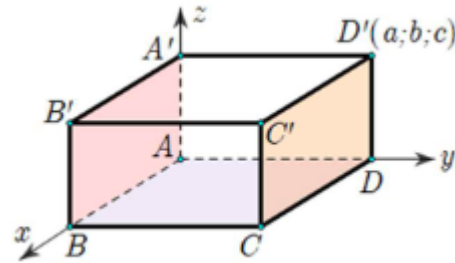
Biết $\left[\cos(\overline{AB}, \overline{DE})\right]^2 = \frac{a}{b}$ với $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản. Tính giá trị $T = a + b$.

Câu 3. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$, biết $\overline{AN} = -4\overline{AB} + p\overline{AA'} - 2\overline{AD}$ (với $p \in \mathbb{R}$) và $\overline{AM} = 2\overline{AB} + \overline{AA'} - 3\overline{AD}$. Giá trị p để $\overline{AM} \perp \overline{AN}$ là.

Câu 4. Trong không gian $Oxyz$ cho ba điểm $A(-2;0;0), B(0;-2;0), C(0;0;-2)$. Điểm $M(a;b;c)$ (khác gốc tọa độ O) là điểm thỏa mãn tứ diện $ABCM$ có MA, MB, MC đôi một vuông góc nhau. Tính giá trị của biểu thức $B = a + b + c$.

Câu 5. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;2;-2), B\left(\frac{8}{3}; \frac{4}{3}; \frac{8}{3}\right)$. Gọi $D(a;b;c)$ là chân đường phân giác trong kẻ từ đỉnh O của tam giác OAB . Tính $T = a + 6b + 8c$.

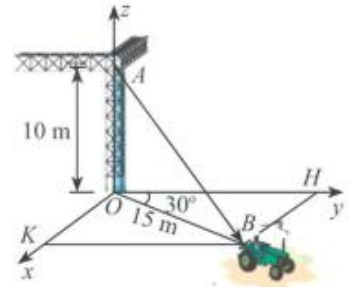
Câu 6. Kiến trúc sư muốn xây một cái bể chứa nước mưa không có nắp dạng hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ với đáy là hình vuông có thể tích bằng $32m^3$. Bể được gắn vào hệ trục tọa độ $Oxyz$ như hình vẽ với điểm A trùng gốc tọa độ O và điểm $D'(a;b;c)$. Với chi phí xây dựng là 600.000 đồng/ m^2 , kiến trúc sư cần bể được xây dựng với chi phí tiết kiệm nhất. Khi



chi phí tối ưu, tính giá trị biểu thức $T = a + b + c$.

Câu 7. Một chiếc xe đang kéo căng sợi dây cáp $\overline{AB}$ trong công trường xây dựng, trên đó đã thiết lập hệ tọa độ $Oxyz$ (như hình vẽ), biết độ dài đơn vị trên các trục tọa độ bằng $1m$. Biết tọa độ của vector $\overline{AB} = (a;b;c)$, khi đó giá trị

$T = 2a - b\sqrt{3} + c$ bằng bao nhiêu?



Câu 8. Trong không gian $Oxyz$, cho hai vector $\vec{u} = (3;0;1)$ và $\vec{v} = (2;1;0)$. Tính tích vô hướng $\vec{u} \cdot \vec{v}$

Câu 9. Trong không gian $Oxyz$, cho hai vector $\vec{a} = (2;1;-2)$ và $\vec{b} = (1;0;2)$. Tìm tọa độ vector $\vec{c}$ là tích có hướng của hai vector $\vec{a}$ và $\vec{b}$

Câu 10. Cho $\vec{a} = (2;-3;3), \vec{b} = (0;2;-1), \vec{c} = (3;-1;5)$. Tìm tọa độ của $\vec{u} = 2\vec{a} + 5\vec{b} - 3\vec{c}$

Câu 11. Trong không gian $Oxyz$, cho các vector $\vec{a} = (1;0;3), \vec{b} = (-2;2;5)$. Tính $\vec{a} \cdot (\vec{a} + \vec{b})$

Câu 12. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(0;-1;-1), B(-1;2;4)$. Điểm M thuộc tia Ox và MA vuông góc với MB . Tìm hoành độ điểm M .

Câu 13. Trong không gian $Oxyz$, cho tam giác ABC có $A(1;0;0); B(0;0;1), C(2;1;1)$. Tính diện tích tam giác ABC .

- Câu 14.** Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $M(3; -4; -5)$ trên mặt phẳng (Oyz) có tọa độ là
- Câu 15.** Trong không gian $Oxyz$, tam giác ABC với $A(1; -3; 3), B(2; -4; 5), C(a; -2; c)$. Biết điểm $G(1; b; 3)$ là trọng tâm của tam giác ABC . Giá trị $T = a + b + c$ là
- Câu 16.** Trong không gian với $Oxyz$, cho các vectơ $\vec{a} = 2\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}$, $\vec{b} = (m; -2; m+1)$. Tổng tất cả các giá trị của m để $|\vec{a}| = |\vec{b}|$ bằng bao nhiêu?
- Câu 17.** Trong không gian $Oxyz$, tam giác ABC với $A(1; -3; 3), B(2; -4; 5), C(a; -2; c)$. Biết điểm $G(1; b; 3)$ là trọng tâm của tam giác ABC . Giá trị $T = a + b + c$ là bao nhiêu?

CÁC SỐ ĐẶC TRƯNG ĐO MỨC ĐỘ PHÂN TÁN CHO MẪU SỐ LIỆU GHÉP NHÓM.

Phần I: Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn.

Câu 1: Thống kê đường kính thân gỗ của một số cây xoan đào 6 năm tuổi được trồng ở một lâm trường ở bảng sau.

Đường kính (cm)	[40; 45)	[45; 50)	[50; 55)	[55; 60)	[60; 65)
Tần số	5	20	18	7	3

Hãy tìm khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm trên.

- A. 25. B. 30. C. 6. D. 69,8.

Câu 2: Mỗi ngày cô Hương đều đi bộ để rèn luyện sức khỏe. Quãng đường đi bộ mỗi ngày (đơn vị: km) của cô Hương trong 20 ngày được thống kê lại ở bảng sau:

Quãng đường (km)	[2, 7; 3, 0)	[3, 0; 3, 3)	[3, 3; 3, 6)	[3, 6; 3, 9)	[3, 9; 4, 2)
Số ngày	3	6	5	4	2

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm là

- A. 1,5. B. 0,9. C. 0,6. D. 0,3.

Câu 3: Bạn Ánh rất thích nhảy hiện đại. Thời gian tập nhảy mỗi ngày trong thời gian gần đây của bạn Chi được thống kê lại ở bảng sau:

Thời gian (phút)	[20; 25)	[25; 30)	[30; 35)	[35; 40)	[40; 45)
Số ngày	6	6	4	1	1

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm là

- A. 25. B. 20. C. 15. D. 30.

Câu 4: Một vườn thú ghi lại tuổi thọ (đơn vị: năm) của 20 con hổ và thu được kết quả như sau:

Tuổi thọ	[14; 15)	[15; 16)	[16; 17)	[17; 18)	[18; 19)
Số con hổ	1	3	8	6	2

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm này là

- A. 3. B. 4. C. 5. D. 6.

Câu 5: Bảng phân bố tần số ghép nhóm sau đây cho biết chiều cao (tính bằng cm) của 500 học sinh trong một trường THCS:

Chiều cao	[150;154)	[154;158)	[158;162)	[162;166)	[166;170)
Tần số	25	50	200	175	50

Tìm khoảng biến thiên của mẫu số liệu trên

A. $R = 150$.

B. $R = 20$.

C. $R = 40$.

D. $R = 25$.

Câu 6: Khối lượng của 30 củ khoai tây thu hoạch ở một khu vườn

Lớp khối lượng (gam)	Tần số
[70;80)	3
[80;90)	6
[90;100)	12
[100;110)	6
[110;120)	3
Tổng	30

Tìm khoảng biến thiên của mẫu số liệu trên.

A. $R = 50$.

B. $R = 95$.

C. $R = \frac{19}{3}$.

D. $R = 30$.

Câu 7: Chiều dài của 60 lá dương xỉ trưởng thành

Lớp của chiều dài (cm)	Tần số
[10;20)	8
[20;30)	18
[30;40)	24
[40;50)	10

Tìm khoảng biến thiên của mẫu số liệu trên.

A. $R = 50$.

B. $R = 25$.

C. $R = 40$.

D. $R = 2$.

Câu 8: Trong phòng thí nghiệm, người ta chia 99 mẫu vật thành năm nhóm căn cứ trên khối lượng của chúng (đơn vị: gam) và lập bảng tần số ghép nhóm bao gồm cả tần số tích lũy như sau:

Nhóm	Tần số	Tần số tích lũy
[27,5;32,5)	16	16
[32,5;37,5)	24	40
[37,5;42,5)	20	60
[42,5;47,5)	30	90
[47,5;52,5)	9	99
	$n = 99$	

Tìm khoảng biến thiên của mẫu số liệu trên.

A. $R = 52,5$.

B. $R = 40$.

C. $R = 99$.

D. $R = 25$.

Câu 9: Cho mẫu số liệu ghép nhóm có tứ phân vị thứ nhất, thứ hai, thứ ba lần lượt là Q_1, Q_2, Q_3 .

Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm đó bằng:

A. $2Q_2$.

B. $Q_1 - Q_3$.

C. $Q_3 - Q_1$.

D. $Q_3 + Q_1 - Q_2$.

Câu 10: Một vườn thú ghi lại tuổi thọ (đơn vị: năm) của 20 con hổ và thu được kết quả như sau:

Tuổi thọ	[14;15)	[15;16)	[16;17)	[17;18)	[18;19)
Số con hổ	1	3	8	6	2

Nhóm chứa tứ phân vị thứ nhất là

- A. [14;15) . B. [15;16) . C. [16;17) . D. [17;18) .

Câu 11: Một vườn thú ghi lại tuổi thọ (đơn vị: năm) của 20 con hổ và thu được kết quả như sau:

Tuổi thọ	[14;15)	[15;16)	[16;17)	[17;18)	[18;19)
Số con hổ	1	3	8	6	2

Nhóm chứa tứ phân vị thứ ba là

- A. [15;16) . B. [16;17) . C. [17;18) . D. [18;19) .

Câu 12: Khảo sát thời gian tập thể dục trong ngày của một số học sinh khối 11 thu được mẫu số liệu ghép nhóm sau:

Thời gian (phút)	[0; 20)	[20; 40)	[40; 60)	[60; 80)	[80; 100)
Số học sinh	5	9	12	10	6

Nhóm chứa tứ phân vị thứ nhất là

- A. [0; 20) . B. [20; 40) . C. [40; 60) . D. [60; 80) .

Câu 13: Doanh thu bán hàng trong 20 ngày được lựa chọn ngẫu nhiên của một cửa hàng được ghi lại ở bảng sau (đơn vị: triệu đồng):

Doanh thu	[5; 7)	[7; 9)	[9; 11)	[11; 13)	[13; 15)
Số ngày	2	7	7	3	1

Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu trên gần nhất với giá trị nào trong các giá trị sau?

- A. 7. B. 7,6. C. 8. D. 8,6.

Câu 14: Doanh thu bán hàng trong 20 ngày được lựa chọn ngẫu nhiên của một cửa hàng được ghi lại ở bảng sau (đơn vị: triệu đồng):

Doanh thu	[5; 7)	[7; 9)	[9; 11)	[11; 13)	[13; 15)
Số ngày	2	7	7	3	1

Tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu trên gần nhất với giá trị nào trong các giá trị sau?

- A. 10. B. 11. C. 12. D. 13.

Câu 15: Cho mẫu số liệu ghép nhóm về tuổi thọ (đơn vị tính là năm) của một loại bóng đèn mới như sau

Tuổi thọ	[2; 3,5)	[3,5; 5)	[5; 6,5)	[6,5; 8)
Số bóng đèn	8	22	35	15

Nhóm chứa tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu là

- A. [2; 3,5) . B. [3,5; 5) . C. [5; 6,5) . D. [6,5; 8) .

Câu 16: Cho mẫu số liệu ghép nhóm về tuổi thọ (đơn vị tính là năm) của một loại bóng đèn mới như sau

Tuổi thọ	[2;3,5)	[3,5;5)	[5;6,5)	[6,5;8)
Số bóng đèn	8	22	35	15

Nhóm chứa tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu là

- A. [2;3,5). B. [3,5;5). C. [5;6,5). D. [6,5;8).

Câu 17: Cho bảng số liệu về chiều cao của 100 học sinh một trường trung học phổ thông dưới đây

Nhóm	Chiều cao (cm)	Số học sinh
1	[150;153)	7
2	[153;156)	13
3	[156;159)	40
4	[159;162)	21
5	[162;165)	13
6	[165;168)	6

Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu ghép nhóm trên (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm) là

- A. 156,25. B. 157,5. C. 156,38. D. 157,54.

Câu 18: Duy Hoàng là học sinh rất giỏi chơi rubik, bạn có thể giải nhiều loại khối rubik khác nhau. Trong một lần tập luyện giải khối rubik 3×3 , Hoàng đã tự thống kê lại thời gian giải rubik trong 25 lần giải liên tiếp ở bảng sau:

Thời gian giải rubik (giây)	[8;10)	[10;12)	[12;14)	[14;16)	[16;18)
Số lần	4	6	8	4	3

Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm là

- A. 10,75. B. 1,75. C. 3,63. D. 14,38.

Câu 19: Thời gian (phút) truy cập Internet mỗi buổi tối của một số học sinh được cho trong bảng sau:

Thời gian (phút)	[9,5;12,5)	[12,5;15,5)	[15,5;18,5)	[18,5;21,5)	[21,5;24,5)
Số học sinh	3	12	15	24	2

Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm là

- A. 10,75. B. 4,75. C. 4,63. D. 4,38.

Câu 20: Ghi lại tốc độ bóng trong 200 lần giao bóng của một vận động viên môn quần vợt cho kết quả như bảng bên.

Tốc độ $v(km/h)$	Số lần
$150 \leq v < 155$	18
$155 \leq v < 160$	28
$160 \leq v < 165$	35
$165 \leq v < 170$	43
$170 \leq v < 175$	41
$175 \leq v < 180$	35

Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm là

- A. 12,6. B. 11,5. C. 14,3. D. 16,8.

Câu 21: Thống kê về chiều cao của một lớp học gồm 30 học sinh. Ta thu được mẫu số liệu sau: (đơn vị cm).

Chiều cao (cm)	[160;165)	[165;170)	[170;175)	[175;180]
Tần số	5	12	10	3

Tìm khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu trên.

- A. $\Delta_Q = 7$ B. $\Delta_Q = 6,708$ C. $\Delta_Q = 15$ D. $\Delta_Q = \frac{34}{3}$

Câu 22: Bảng phân phối tần số ghép lớp sau đây cho thấy giá mỗi cổ phiếu của 30 công ty trong chỉ số Dow Jones Industrial Average (The Wall Street Journal, ngày 16 tháng 1 năm 2006).

Giá mỗi cổ phiếu	Tần số	Giá mỗi cổ phiếu	Tần số
[20;30)	7	[60;70)	4
[30;40)	6	[70;80)	3
[40;50)	6	[80;90)	1
[50;60)	3		

Tìm khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu trên.

- A. $\Delta_Q = 29,58$ B. $\Delta_Q \approx 30,42$ C. $\Delta_Q = 30$ D. $\Delta_Q = 3$

Câu 23: Các ô tô đi trên một con đường có biển báo giới hạn tốc độ là 55 dặm một giờ được kiểm tra tốc độ bởi một hệ thống ra đa cảnh sát. Bảng phân phối tần số về tốc độ được cho bởi bảng sau:

Tốc độ (dặm/giờ)	[45;50)	[50;55)	[55;60)	[60;65)	[65;70)	[70;75)	[75;80)
Tần số	10	40	150	175	75	15	10

Tìm khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu trên.

- A. $\Delta_Q \approx 7,172$ B. $\Delta_Q = 16$ C. $\Delta_Q = 13,5$ D. $\Delta_Q = 35$

Câu 24: Một nhà thực vật học đo chiều dài của 74 lá cây (đơn vị: milimet) và thu được bảng tần số ghép nhóm như sau:

Nhóm	Tần số
[5,45;5,85)	5
[5,85;6,25)	9
[6,25;6,65)	15
[6,65;7,05)	19
[7,05;7,45)	16
[7,45;7,85)	8
[7,85;8,25)	2
	$N = 74$

Tìm khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu trên.

- A. $\Delta_Q \approx 0,5$ B. $\Delta_Q = 0,87$ C. $\Delta_Q = 13,5$ D. $\Delta_Q = 10,6$

Câu 25: Giáo viên chủ nhiệm chia thời gian sử dụng Internet trong một ngày của 40 học sinh thành năm nhóm (đơn vị: phút) và lập bảng tần số ghép nhóm bao gồm cả tần số tích lũy như bảng sau:.

Nhóm	Tần số	Tần số tích lũy
-------------	---------------	------------------------

[0; 60)	6	6
[60; 120)	13	19
[120; 180)	13	32
[180; 240)	6	38
[240; 300)	2	40
	$n = 40$	

Tìm khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu sau.

A. $\Delta_Q \approx 92,307$

B. $\Delta_Q = 93$

C. $\Delta_Q = 40$

D. $\Delta_Q = 7,5$

Câu 26: Bảng tần số ghép nhóm sau cho ta số liệu thống kê chiều cao của 40 mẫu cây ở một vườn thực vật (đơn vị: centimét)

Nhóm	Tần số	Tần số tích lũy
[30; 40)	4	4
[40; 50)	10	14
[50; 60)	14	28
[60; 70)	6	34
[70; 80)	4	38
[80; 90)	2	40
	$n = 40$	

Tìm khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu trên.

A. $\Delta_Q = 15$

B. $\Delta_Q = 10$

C. $\Delta_Q = 13,5$

D. $\Delta_Q \approx 17,33$

Câu 27: Tại một Bệnh viện Trung tâm thành phố, có một số lo ngại về mức lương khá cao của các y tá. Một cuộc khảo sát đã được thực hiện để xác định xem các y tá đã ở vị trí hiện tại của họ trong bao lâu (tính bằng tháng). Các câu trả lời (tính bằng tháng) của 39 y tá được thống kê trong bảng sau

Thời gian làm việc	Tần số	Tần số tích lũy
[1; 11)	4	4
[11; 21)	6	10
[21; 31)	19	29
[31; 41)	10	39

Tìm khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu trên.

A. $\Delta_Q \approx 10,67$

B. $\Delta_Q = 9$

C. $\Delta_Q = 13,5$

D. $\Delta_Q = 5$

Câu 28: Để chuẩn bị may đồng phục cho học sinh, người ta đo chiều cao của 36 học sinh trong một lớp học và thu được các số liệu thống kê ghép nhóm được trình bày trong bảng dưới đây.

Lớp số đo chiều cao (cm)	Tần số
[150; 156)	6
[156; 162)	12
[162; 168)	13
[168; 174]	5
Cộng	36

Tìm khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu trên

A. $\Delta_Q = 36$

B. $\Delta_Q = 9$

C. $\Delta_Q \approx 8,65$

D. $\Delta_Q = 5$

Câu 29: Cho bảng phân bố tần số ghép lớp về độ dài của 60 lá dương xỉ trưởng thành như sau sau

Độ dài (cm)	[10; 20)	[20; 30)	[30; 40)	[40; 50]
Tần số	8	18	24	10

Tính phương sai bảng phân bố tần số ghép lớp đã cho

- A. $s_x^2 = 83$. B. $s_x^2 = 84$. C. $s_x^2 = 85$. D. $s_x^2 = 86$.

Câu 30: Khối lượng các túi đường được đóng gói (đơn vị là kg) được thống kê ở bảng sau.

Khối lượng (kg)	[1, 5; 1, 7)	[1, 7; 1, 9)	[1, 9; 2, 1)	[2, 1; 2, 3)	[2, 3; 2, 5)
Số túi đường	3	5	23	5	4

Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm trên gần nhất với kết quả nào sau đây.

- A. 0,04. B. 0,07. C. 0,08. D. 0,09.

Câu 31: Cân nặng của các học sinh lớp 10A trường Trung học phổ thông M như sau.

Cân nặng (kg)	[30; 36)	[36; 42)	[42; 48)	[48; 54)	[54; 60)	[60; 66)
Số học sinh lớp 10A	1	2	5	15	9	6

Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm trên gần nhất với kết quả nào sau đây.

- A. 50,4. B. 7,1. C. 51,8. D. 7,2.

Câu 32: Bảng dưới đây thống kê cân nặng của 45 học sinh lớp 10 tại một trường THPT của Thành phố Hà Nội.A

Nhóm(Số cân nặng)	Giá trị đại diện	Tần số
[40;44)	42	8
[44;48)	46	12
[48;52)	50	8
[52;56)	54	10
[56;62)	58	7
		45

Phương sai của mẫu số liệu trên gần nhất với giá trị nào dưới đây?

- A. 29,03. B. 5,39. C. 29,15. D. 5,38.

Câu 33: Doanh thu bán hàng trong 20 ngày được lựa chọn ngẫu nhiên của một cửa hàng được ghi lại ở bảng sau (đơn vị: triệu đồng):

Doanh thu	[5; 7)	[7; 9)	[9; 11)	[11; 13)	[13; 15)
Số ngày	2	7	7	3	1

Phương sai của mẫu số liệu trên gần nhất với giá trị nào dưới đây?

- A. 2,02. B. 2,03. C. 4,04. D. 2,01.

Câu 34: Một siêu thị thống kê số tiền (đơn vị: chục nghìn đồng) mà 44 khách hàng mua hàng ở siêu thị đó trong một ngày. Số liệu được ghi lại trong bảng sau.

Nhóm	Giá trị đại diện	Tần số
[40 ; 45)	42,5	4
[45 ; 50)	47,5	14
[50 ; 55)	52,5	8
[55 ; 60)	57,5	10
[60 ; 75)	62,5	6
[65 ; 70)	67,5	2
		$n = 44$

Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm trên là:

- A. 53,2. B. 46,1. C. 30. D. 11.

Câu 35: Bạn Ánh rất thích nhảy hiện đại. Thời gian tập nhảy mỗi ngày trong thời gian gần đây của bạn Chi được thống kê lại ở bảng sau:

Thời gian (phút)	[20; 25)	[25; 30)	[30; 35)	[35; 40)	[40; 45)
Số ngày	6	6	4	1	1

Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm có giá trị gần nhất với giá trị nào dưới đây?

- A. 33,09. B. 5,59. C. 5,75. D. 31,25.

Câu 36: Cân nặng của một số quả mít trong một khu vườn được thống kê ở bảng sau:

Cân nặng (kg)	[4; 6)	[6; 8)	[8; 10)	[10; 12)	[12; 14)
Số quả mít	6	12	19	9	4

Số trung bình của mẫu số liệu ghép nhóm trên nhận giá trị nào trong các giá trị dưới đây?

- A. 8,71. B. 8,72. C. 4,8. D. 4,9.

Câu 37: Cân nặng của một số quả mít trong một khu vườn được thống kê ở bảng sau:

Cân nặng (kg)	[4; 6)	[6; 8)	[8; 10)	[10; 12)	[12; 14)
Số quả mít	6	12	19	9	4

Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm trên gần với giá trị nào dưới đây:

- A. 8,71. B. 8,72. C. 4,8. D. 4,9.

Câu 38: Thống kê tổng số giờ nắng trong tháng 9 tại một trạm quan trắc đặt ở Cà Mau trong các năm từ 2002 đến 2021 được thống kê như sau:

111,6 134,9 130,3 134,2 140,9 109,3 154,4 156,3
116,1 96,7 105,2 80,8 80,8 110 109 139
145 161 126 114

(Nguồn: Tổng cục Thống kê)

Số trung bình của mẫu số liệu trên nhận giá trị nào trong các giá trị dưới đây?

- A. 121,755. B. 122,755. C. 123,755. D. 124,755.

Câu 39: Thống kê tổng số giờ nắng trong tháng 9 tại một trạm quan trắc đặt ở Cà Mau trong các năm từ 2002 đến 2021 được thống kê như sau:

111,6 134,9 130,3 134,2 140,9 109,3 154,4 156,3
 116,1 96,7 105,2 80,8 80,8 110 109 139
 145 161 126 114

(Nguồn: Tổng cục Thống kê)

Phương sai của mẫu số liệu trên gần với giá trị nào dưới đây:

- A. 513,453. B. 514,453. C. 515,453. D. 516,453.

Phần II. Câu trắc nghiệm đúng sai.

Câu 1: Khảo sát về thời gian sử dụng điện thoại trong 1 ngày của một nhóm học sinh, ta thu được mẫu số liệu như sau:

Thời gian (phút)	[0; 60)	[60; 120)	[120; 180)	[180; 240)	[240; 300]
Số học sinh	8	10	12	6	4

- a) Có 40 bạn tham gia khảo sát.
 b) Khoảng biến thiên của mẫu số liệu là 60.
 c) Tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu là 72.
 d) Khoảng tứ phân vị bằng 110.

Câu 2: Kiểm tra điện lượng của một số viên pin tiêu do một hãng sản xuất thu được kết quả sau:

Điện lượng (nghìn mAh)	[0,9; 0,95)	[0,95; 1,0)	[1,0; 1,05)	[1,05; 1,1)	[1,1; 1,15)
Số viên pin	10	20	35	15	5

- a) Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu $Q_1 = 0,58$
 b) Tứ phân vị thứ hai của mẫu số liệu $Q_2 = 1,02$
 c) Tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu $Q_3 = 1,1$
 d) Khoảng biến thiên của mẫu số liệu 0,05

Câu 3: Cân nặng (kg) của 35 người trưởng thành tại một khu dân cư được cho như sau:

43 51 47 62 48 40 50 62 53 56 40 48 56 53 50 42 55
 52 48 46 45 54 52 50 47 44 54 55 60 63 58 55 60 58 53.

Hãy chuyển mẫu số liệu sang dạng ghép nhóm với sáu nhóm có độ dài bằng nhau.

Chọn khẳng định đúng, sai?

- a) Chuyển mẫu số liệu sang dạng ghép nhóm với sáu nhóm có độ dài bằng nhau, ta có mẫu số liệu ghép nhóm như sau:

Cân nặng	[40;44)	[44;48)	[48;52)	[52;56)	[56;60)	[60;64)
Số người	4	5	7	10	4	5

- b) Giá trị nhỏ nhất là 40 ,
c) Giá trị lớn nhất là 62.
d) Khoảng biến thiên là 22.

Câu 4: Dựa vào bảng tần số mẫu số liệu ghép nhóm sau, hãy tìm tứ phân vị của nó.

Nhóm	[30; 40)	[40; 50)	[50; 60)	[60; 70)	[70; 80)	[80; 90)
Tần số	2	10	16	8	2	2

Mệnh đề		Đúng	Sai
a)	Cỡ mẫu của mẫu số liệu là $n = 40$.		
b)	Khoảng biến thiên của mẫu số liệu là 60		
c)	Tứ phân vị thứ hai của mẫu số liệu ghép nhóm là: $Q_2 = 45$		
d)	Khoảng tứ phân vị của mẫu là 12,5		

Câu 5: Một hãng xe ô tô thống kê lại số lần gặp sự cố về động cơ của 100 chiếc xe cùng loại sau 2 năm sử dụng đầu tiên ở bảng sau:

Số lần gặp sự cố	[1; 2]	[3; 4]	[5; 6]	[7; 8]	[9; 10]
Số xe	17	33	25	20	5

- a) Cỡ mẫu của mẫu số liệu là $n = 100$.
b) Số trị trung bình cộng của mẫu số liệu ghép nhóm là: $\bar{x} = 4,76$.
c) Tứ phân vị thứ hai của mẫu số liệu ghép nhóm là: $Q_2 = 4,5$.
d) Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm nhỏ hơn 5,4.

Câu 6: Bạn Trang thống kê lại chiều cao (đơn vị: cm) của các bạn học sinh nữ lớp 12D1 và lớp 12D6 ở bảng sau.

Chiều cao (cm) \ Lớp	[155; 160)	[160; 165)	[165; 170)	[170; 175)	[175; 180)	[180; 185)
12D1	2	7	12	3	0	1
12D6	5	9	8	2	1	0

- a) Chiều cao cao nhất của các bạn học sinh trong lớp 12D6 là 185(cm)
b) Khoảng biến thiên của chiều cao của các bạn học sinh nữ lớp 12D1 là: 30(cm)
c) Khoảng biến thiên của chiều cao của các bạn học sinh nữ lớp 12D6 là: 25 (cm)
d) Chiều cao của học sinh lớp 12D1 có độ phân tán bé hơn

Câu 7: Bảng sau biểu diễn mẫu số liệu ghép nhóm về độ tuổi của cư dân trong một khu phố.

Nhóm	Tần số
[20;30)	25
[30;40)	20
[40;50)	20
[50;60)	15
[60;70)	14
[70;80)	6
	$n = 100$

a) Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm trên là: $R = 60$

b) Tứ phân vị thứ nhất là: $Q_1 = 35$

c) Tứ phân vị thứ ba là: $Q_3 = \frac{160}{3}$

d) Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm trên là: $\Delta_Q = \frac{65}{3}$

Câu 8: Giả sử kết quả khảo sát hai khu vực A và B về độ tuổi kết hôn của một số phụ nữ vừa lập gia đình được cho ở bảng sau:

Tuổi kết hôn	[19;22)	[22;25)	[25;28)	[28;31)	[31;34)
Số phụ nữ khu vực A	10	27	31	25	7
Số phụ nữ khu vực B	47	40	11	2	0

Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm ứng với khu vực A là: 15 (tuổi)

b) Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm ứng với khu vực B là: 12 (tuổi)

c) Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm ứng với khu vực A là: $\frac{61}{3}$ (tuổi)

d) Nếu so sánh theo khoảng tứ phân vị thì phụ nữ ở khu vực B có độ tuổi kết hôn đồng đều hơn

Câu 9: Một công ty cung cấp nước sạch thống kê lượng nước các hộ gia đình trong một khu vực tiêu thụ trong một tháng ở bảng sau:

Lượng nước tiêu thụ (m^3)	[3;6)	[6;9)	[9;12)	[12;15)	[15;18)
Số hộ gia đình	24	57	42	29	8

a) Số trung bình của mẫu số liệu ghép nhóm đã cho là 9,375.

b) Mốt của mẫu số liệu là $M_o = 8,0625$.

c) Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm đã cho là 15

d) Công ty muốn gửi một thông báo khuyến nghị tiết kiệm nước đến 25% các hộ gia đình có lượng nước tiêu thụ cao nhất. Khi đó công ty nên gửi thông báo tiết kiệm nước đến các hộ gia đình có lượng nước tiêu thụ từ $14,79m^3$ nước.

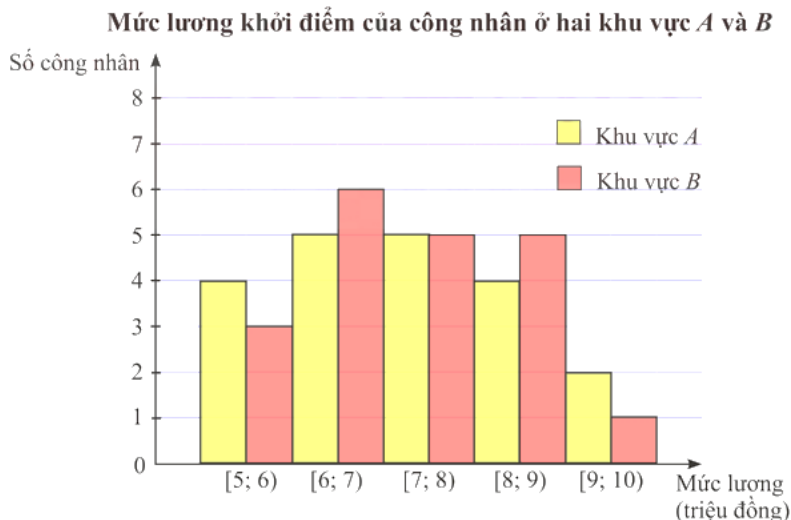
Câu 10: Bảng sau thống kê lại tổng số giờ nắng trong tháng 6 của các năm từ 2002 đến 2021 tại hai trạm quan trắc đặt ở Nha Trang và Quy Nhơn.

Số giờ nắng	[130;160)	[160;190)	[190;220)	[220;250)	[250;280)	[280;310)
Số năm ở Nha Trang	1	1	1	8	7	2
Số năm ở Quy Nhơn	0	1	2	4	10	3

(Nguồn: Tổng cục Thống kê)

- Xét số liệu ở Nha Trang thì khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm là: 32,64
- Nếu so sánh theo khoảng tứ phân vị thì số giờ nắng trong tháng 6 của Quy Nhơn đồng đều hơn
- Xét số liệu của Quy Nhơn ta có độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm) là: 30,59
- Nếu so sánh theo độ lệch chuẩn thì số giờ nắng trong tháng 6 của Nha Trang đồng đều hơn

Câu 11: Biểu đồ dưới đây mô tả kết quả điều tra về mức lương khởi điểm (đơn vị: triệu đồng) của một số công nhân ở hai khu vực A và B.



Người ta lập được bảng tần số ghép nhóm cho mẫu số liệu như sau:

Mức lương	[5; 6)	[6; 7)	[7; 8)	[8; 9)	[9; 10)
Mức lương đại diện (triệu đồng)	5,5	6,5	7,5	8,5	9,5
Khu vực A	4	5	5	4	2
Khu vực B	3	6	5	5	1

- Xét mẫu số liệu của khu vực A ta có số trung bình của mẫu số liệu ghép nhóm là 6,25.
- Xét mẫu số liệu của khu vực A ta có độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm là $\sqrt{1,5875}$
- Xét mẫu số liệu của khu vực B ta có phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm là 1,3875.
- Nếu so sánh theo độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm thì mức lương khởi điểm của công nhân khu vực B đồng đều hơn của công nhân khu vực A.

Câu 12: Giá đóng cửa của một cổ phiếu là giá của cổ phiếu đó cuối một phiên giao dịch. Bảng sau thống kê giá đóng cửa (đơn vị: nghìn đồng) của hai mã cổ phiếu A và B trong 50 ngày giao dịch liên tiếp.

Giá đóng cửa	[120; 122)	[122; 124)	[124; 126)	[126; 128)	[128; 130)
Cổ phiếu A	8	9	12	10	11
Cổ phiếu B	16	4	3	6	21

Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a) Xét mẫu số liệu của cổ phiếu A ta có phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm là 7,5216
- b) Xét mẫu số liệu của cổ phiếu B ta có số trung bình của mẫu số liệu ghép nhóm là 115,28.
- c) Xét mẫu số liệu của cổ phiếu B ta có độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm là $\sqrt{15,4096}$
- d) Người ta có thể dùng phương sai và độ lệch chuẩn để so sánh mức độ rủi ro của các loại cổ phiếu có giá trị trung bình gần bằng nhau. Cổ phiếu nào có phương sai, độ lệch chuẩn cao hơn thì được coi là có độ rủi ro lớn hơn. Theo quan điểm trên, thì cổ phiếu A có độ rủi ro thấp hơn cổ phiếu B .

Câu 13: Thời gian ngủ ban đêm của một số học sinh nam và nữ được cho bởi bảng sau:

Thời gian (Giờ)	Số học sinh nam	Số học sinh nữ
[4; 5)	6	4
[5; 6)	10	8
[6; 7)	13	10
[7; 8)	9	11
[8; 9)	7	8

Xác định tính đúng, sai của các mệnh đề sau:

- a) Thời gian ngủ trung bình vào ban đêm của các bạn nam là 6 giờ.
- b) Phương sai của mẫu số liệu về thời gian ngủ vào ban đêm của các bạn nam lớn hơn phương sai của mẫu số liệu về thời gian ngủ vào ban đêm của các bạn nữ.
- c) Độ phân tán về thời gian ngủ của các bạn nam lớn hơn độ phân tán về thời gian ngủ của các bạn nữ.
- d) Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu về thời gian ngủ của các bạn nữ là 1,5.

Câu 14: Cân nặng một số quả mít trong một khi vườn được thống kê ở bảng sau:

Cân nặng (kg)	[4; 6)	[6; 8)	[8; 10)	[10; 12)	[12; 14)
Số quả mít	6	12	19	9	4

- a) Cỡ mẫu là 50.
- b) Số trung bình của mẫu số liệu ghép nhóm là 7,32.
- c) Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm là 3,8.
- d) Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm là 1,19.

Phần III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.

Câu 1: Thời gian luyện tập trong một ngày (tính theo giờ) của một số vận động viên được ghi lại ở bảng sau:

Thời gian luyện tập (giờ)	[0; 2)	[2; 4)	[4; 6)	[6; 8)	[8; 10)
Số vận động viên	3	8	12	12	4

Hãy tìm khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm trên. (làm tròn kết quả đến hàng phần mười nếu cần).

Câu 2: Một người thống kê lại thời gian thực hiện các cuộc gọi điện thoại của người đó trong một tuần ở bảng sau:

Thời gian (đơn vị: giây)	[0; 60)	[60; 120)	[120; 180)	[180; 240)	[240; 300)	[300; 360)
Số cuộc gọi	8	10	7	5	2	1

Hãy tìm khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm trên. (làm tròn kết quả đến hàng phần mười nếu cần).

Câu 3: Số điểm một cầu thủ bóng rổ ghi được trong 20 trận đấu được cho ở bảng sau:

Điểm số	[5, 5; 10, 5)	[10, 5; 15, 5)	[15, 5; 20, 5)	[20, 5; 25, 5)
Số trận	3	9	2	6

Hãy tìm khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm trên. (làm tròn kết quả đến hàng phần mười nếu cần).

Câu 4: Thời gian sử dụng điện thoại trong một ngày của 30 sinh viên được ghi lại ở bảng sau (đơn vị: phút).

Thời gian (phút)	[0; 60)	[60; 120)	[120; 180)	[180; 240)	[240; 300)
Số sinh viên	2	7	7	10	4

Hãy tìm khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm trên. (làm tròn kết quả đến hàng phần mười nếu cần).

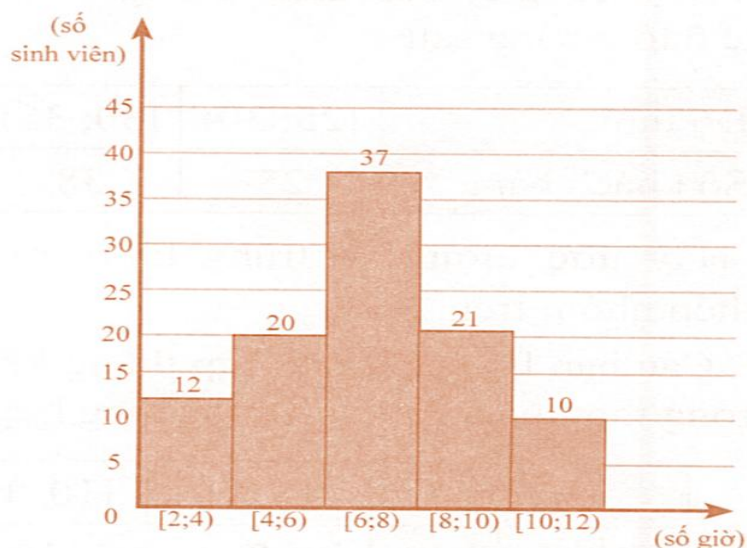
Câu 5: Điểm thi môn Toán (thang điểm 100, điểm được làm tròn đến 1) của 60 thí sinh được cho mẫu số liệu ghép nhóm như sau:

Điểm	[0; 9, 5)	[9, 5; 19, 5)	[19, 5; 29, 5)	[29, 5; 39, 5)	[39, 5; 49, 5)
Số thí sinh	1	2	4	6	15
Điểm	[49, 5; 59, 5)	[59, 5; 69, 5)	[69, 5; 79, 5)	[79, 5; 89, 5)	[89, 5; 99, 5)
Số thí sinh	12	10	6	3	1

Tính khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm. (làm tròn kết quả đến hàng phần mười nếu cần).

Câu 6: Kết quả điều tra về số giờ làm thêm trong một tuần của 100 sinh viên được cho ở biểu đồ bên.

Số giờ làm thêm trong một tuần của sinh viên



Tìm khoảng tứ phân vị của số liệu đó. (làm tròn kết quả đến hàng phần mười nếu cần).

Câu 7: Khảo sát thời gian đọc sách trong ngày của một số học sinh khối 12 thu được mẫu số liệu ghép nhóm sau:

Thời gian (phút)	$[0;30)$	$[30;60)$	$[60;90)$	$[90;120)$	$[120;150)$
Số học sinh	4	6	15	12	3

Tính khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu.

Câu 8: Người ta ghi lại tuổi thọ của một số con ong cho kết quả như sau:

Tuổi thọ (ngày)	$[0;20)$	$[20;40)$	$[40;60)$	$[60;80)$	$[80;100)$
Số lượng	5	12	23	31	29

Tính khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu.

Câu 9: Cho thời gian (đơn vị: phút) xem tivi mỗi buổi tối của một số học sinh được cho trong bảng sau:

Thời gian (phút)	$[6,5;9,5)$	$[9,5;12,5)$	$[12,5;15,5)$	$[15,5;18,5)$	$[18,5;21,5)$	$[21,5;24,5)$	$[24,5;27,5)$
Số học sinh	2	3	12	15	24	2	2

Tìm khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm trên (làm tròn đến một chữ số thập phân).

Câu 10: Để đánh giá chất lượng một loại pin điện thoại mới, người ta ghi lại thời gian nghe nhạc liên tục của điện thoại được sạc đầy pin cho đến khi hết pin cho kết quả như sau:

Thời gian (giờ)	[5; 5,5)	[5,5; 6)	[6; 6,5)	[6,5; 7)	[7; 7,5)
Số chiếc điện thoại (tần số)	2	8	15	10	5

Tính độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm trên (kết quả được làm tròn đến hàng phần trăm)

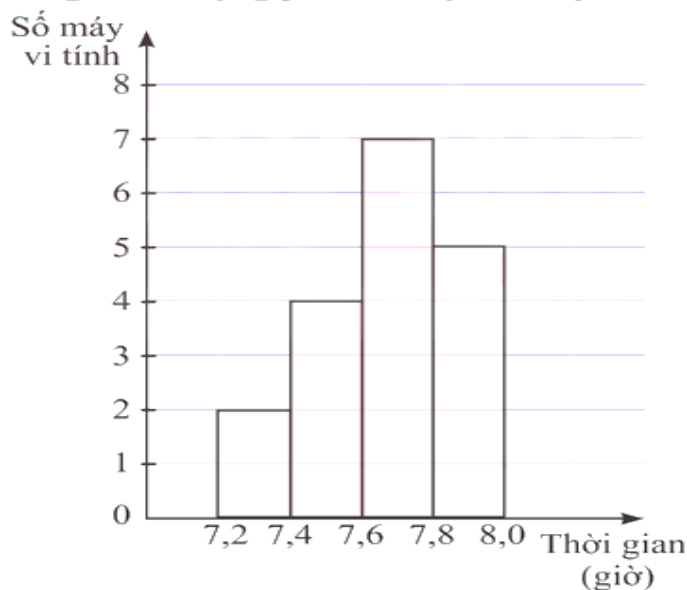
Câu 11: Bảng dưới đây thống kê cự li ném tạ của một vận động viên.

Cự li (m)	[19;19,5)	[19,5; 20)	[20; 20,5)	[20,5; 21)	[21; 21,5)
Tần số	13	45	24	12	6

Hãy tính độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm trên (kết quả được làm tròn đến hàng phần trăm)

Câu 12: Kết quả khảo sát thời gian sử dụng liên tục (đơn vị: giờ) từ lúc sạc đầy cho đến khi hết của pin một số máy vi tính cùng loại được mô tả bằng biểu đồ bên.

Thời gian sử dụng pin của một số máy vi tính



Hãy xác định độ lệch chuẩn của thời gian sử dụng pin (kết quả được làm tròn đến hàng phần trăm)

Câu 13: Thành tích môn nhảy cao của các vận động viên tại một giải điền kinh dành cho học sinh trung học phổ thông như sau:

Mức xà (cm)	[170;172)	[172;174)	[174;176)	[176;180)
Số vận động viên	3	10	6	1

Hãy xác định độ lệch chuẩn của thời gian sử dụng pin (kết quả được làm tròn đến hàng phần trăm)

Câu 14: Chiều dài của 40 bé trai sơ sinh 12 ngày tuổi chọn ngẫu nhiên ở một bệnh viện được nhà nghiên cứu thống kê trong Bảng dưới đây:

Chiều dài (cm)	[44; 46)	[46; 48)	[48; 50)	[50; 52)	[52; 54)	[54; 56)
Số trẻ	3	3	10	15	7	2

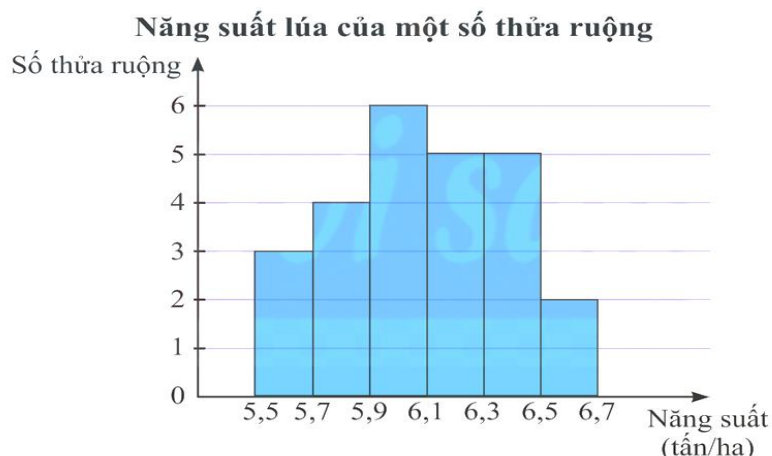
Tính độ lệch chuẩn của chiều dài nhóm 40 bé trai sơ sinh (làm tròn kết quả đến hàng phần nghìn).

Câu 15: Một bác tài xế thống kê lại độ dài quãng đường (đơn vị: km) bác đã lái xe mỗi ngày trong một tháng ở bảng sau:

Độ dài quãng đường (km)	[50; 100)	[100; 150)	[150; 200)	[200; 250)	[250; 300)
Số ngày	5	10	9	4	2

Hãy xác định độ lệch chuẩn của mẫu số liệu trên.

Câu 16: Kết quả khảo sát năng suất (đơn vị: tấn/ha) của một số thửa ruộng được minh họa ở biểu đồ sau.



Người ta lập được bảng tần số ghép nhóm và tần số tương đối ghép nhóm tương ứng của mẫu số liệu trên như sau:

Năng suất	[5,5; 5,7)	[5,7; 5,9)	[5,9; 6,1)	[6,1; 6,3)	[6,3; 6,5)	[6,5; 6,7)
Số thửa ruộng	3	4	6	5	5	2
Giá trị đại diện	5,6	5,8	6,0	6,2	6,4	6,6
Tần số	3	4	6	5	5	2

Hãy xác định độ lệch chuẩn của mẫu số liệu trên (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).

Câu 17: Bảng phân bố sau đây cho biết chiều cao (tính bằng cm) của 500 học sinh trong một trường THCS

Chiều cao	[150; 154)	[154; 158)	[158; 162)	[162; 166)	[166; 170)
Tần số	25	50	200	175	50

Tính độ lệch chuẩn (làm tròn 2 chữ số thập phân).