

PHẦN 1. TRẮC NGHIỆM

I. DÃY SỐ, CẤP SỐ CỘNG, CẤP SỐ NHÂN, GIỚI HẠN, HÀM SỐ LIÊN TỤC

Câu 1. Cho dãy số  $(u_n)$ , biết  $u_n = \frac{-n}{n+1}$ . Năm số hạng đầu tiên của dãy số đó lần lượt là những số nào dưới đây?

- A.  $-\frac{1}{2}; -\frac{2}{3}; -\frac{3}{4}; -\frac{4}{5}; -\frac{5}{6}$ .    B.  $-\frac{2}{3}; -\frac{3}{4}; -\frac{4}{5}; -\frac{5}{6}; -\frac{6}{7}$ .    C.  $\frac{1}{2}; \frac{2}{3}; \frac{3}{4}; \frac{4}{5}; \frac{5}{6}$ .    D.  $\frac{2}{3}; \frac{3}{4}; \frac{4}{5}; \frac{5}{6}; \frac{6}{7}$ .

Câu 2. Cho dãy số  $(u_n)$ , biết  $\begin{cases} u_1 = 3 \\ u_{n+1} = u_n + n \end{cases}$  với  $\forall n \in \mathbb{N}^*$ . Giá trị  $u_1 + u_2 + u_3$  bằng

- A. 18.    B. 13.    C. 12    D. 16.

Câu 3. Cho dãy số có các số hạng đầu là:  $0; \frac{1}{2}; \frac{2}{3}; \frac{3}{4}; \frac{4}{5}; \dots$ . Số hạng tổng quát của dãy số này là công thức nào dưới đây?

- A.  $u_n = \frac{n-1}{n}$ .    B.  $u_n = \frac{n+1}{n}$ .    C.  $u_n = \frac{n}{n+1}$ .    D.  $u_n = \frac{n^2-n}{n+1}$ .

Câu 4. Trong các dãy số sau, dãy số nào là một cấp số cộng?

- A. 1; -3; -6; -9; -12; ...    B. 1; -2; -4; -6; -8; ...  
C. 1; -3; -7; -11; -15; ...    D. 1; -3; -5; -7; -9; ...

Câu 5. Trong các dãy số được cho dưới đây, dãy số nào là cấp số cộng?

- A.  $u_n = 7 - 3n$ .    B.  $u_n = 7 - 3^n$ .    C.  $u_n = \frac{7}{3n}$ .    D.  $u_n = 7 \cdot 3^n$ .

Câu 6. Nếu các số  $5 + m; 7 + 2m; 17 + m$  theo thứ tự lập thành cấp số cộng thì  $m$  bằng bao nhiêu?

- A.  $m = 2$ .    B.  $m = 3$ .    C.  $m = 4$ .    D.  $m = 5$ .

Câu 7. Ba góc  $A, B, C$  ( $A < B < C$ ) của tam giác tạo thành cấp số cộng, biết góc lớn nhất gấp đôi góc nhỏ nhất. Hiệu số đo độ của góc lớn nhất với góc nhỏ nhất bằng

- A.  $40^\circ$ .    B.  $45^\circ$ .    C.  $60^\circ$ .    D.  $80^\circ$ .

Câu 8. Một tam giác vuông có chu vi bằng 3 và độ dài các cạnh lập thành một cấp số cộng. Diện tích tam giác vuông đã cho bằng

- A.  $\frac{3}{2}$ .    B.  $\frac{3}{4}$ .    C.  $\frac{3}{8}$ .    D.  $\frac{5}{8}$ .

Câu 9. Cho cấp số cộng  $(u_n)$  có số hạng đầu  $u_1 = -5$  và công sai  $d = 3$ . Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A.  $u_{10} = 35$ .    B.  $u_{13} = 31$ .    C.  $u_{15} = 34$ .    D.  $u_{15} = 45$ .

Câu 10. Cho cấp số cộng  $(u_n)$  có  $u_3 = 15$  và công sai  $d = -2$ . Số hạng tổng quát  $u_n$  là

- A.  $u_n = -2n + 21$ .    B.  $u_n = -\frac{3}{2}n + 12$ .    C.  $u_n = -3n - 17$ .    D.  $u_n = \frac{3}{2}n^2 - 4$ .

Câu 11. Cho cấp số cộng  $(u_n)$  có  $u_1 = 4$  và  $d = -5$ . Tổng 100 số hạng đầu tiên của cấp số cộng bằng

- A. -24350.    B. 24350.    C. -24600.    D. 24600.

Câu 12. Cho cấp số cộng  $(u_n)$  có  $d = -2$  và  $S_8 = 72$ . Tìm số hạng đầu tiên  $u_1$ .

- A.  $u_1 = 16$ .    B.  $u_1 = -16$ .    C.  $u_1 = \frac{1}{16}$ .    D.  $u_1 = -\frac{1}{16}$ .

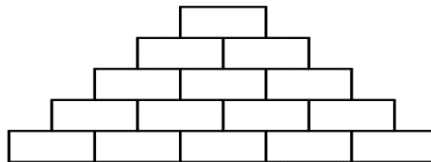
**Câu 13.** Tính tổng  $S = 1 - 2 + 3 - 4 + 5 + \dots + (2n - 1) - 2n$  với  $n \in \mathbb{N}^*$ .

- A.  $S = -1$ .                      B.  $S = 0$ .                      C.  $S = -n$ .                      D.  $S = n$ .

**Câu 14.** Tính tổng  $T = 15 + 20 + 25 + \dots + 7515$ .

- A.  $T = 5651255$ .                      B.  $T = 5651260$ .                      C.  $T = 5651265$ .                      D.  $T = 5651270$ .

**Câu 15.** Một người muốn trang trí quán cho đẹp nên quyết định thuê nhân công xây một bức tường gạch với ximăng (mô hình như hình vẽ bên), biết hàng dưới cùng có 500 viên, mỗi hàng



tiếp theo đều có ít hơn hàng trước 1 viên và hàng trên cùng cùng có 1 viên. Hỏi số gạch cần dùng để hoàn thành bức tường trên là bao nhiêu viên gạch?

- A. 12550.                      B. 125250.                      C. 25250.                      D. 250500.

**Câu 16.** Một sinh viên ra trường đi phỏng vấn xin việc tại một công ty. Sau khi phỏng vấn xong các kiến thức chuyên môn, giám đốc đưa ra 3 lựa chọn.

- Một là anh sẽ vào làm việc trong công ty với lương tháng cố định 5.000.000 đồng mỗi tháng.
- Hai là anh sẽ làm việc với mức lương khởi điểm 3.000.000 đồng cho tháng đầu, sau mỗi tháng anh sẽ được tăng thêm 400.000 đồng cho các tháng sau.
- Ba là anh sẽ làm việc với mức lương khởi điểm 4.000.000 cho tháng đầu, sau mỗi tháng anh sẽ được tăng thêm 200.000 đồng cho các tháng sau.

Thời gian thử việc theo cả 3 phương án là 12 tháng. Hỏi anh sinh viên sẽ lựa chọn phương án nào để có lợi nhất về thu nhập trong thời gian thử việc.

- A. Phương án 1.                      B. Phương án 2                      C. Phương án 3                      D. Cả 3 phương án như nhau.

**Câu 17.** Dãy số nào sau đây không phải là cấp số nhân?

- A.  $1; -1; 1; -1; \dots$                       B.  $3; 3^2; 3^3; 3^4; \dots$                       C.  $a; a^3; a^5; a^7; \dots (a \neq 0)$ .                      D.  $\frac{1}{\pi}; \frac{1}{\pi^2}; \frac{1}{\pi^4}; \frac{1}{\pi^6}; \dots$

**Câu 18.** Một cấp số nhân có hai số hạng liên tiếp là 3 và 12. Số hạng tiếp theo của cấp số nhân là

- A. 15.                      B. 21.                      C. 36.                      D. 48.

**Câu 19.** Trong các dãy số  $(u_n)$  cho bởi số hạng tổng quát  $u_n$  sau, dãy số nào là một cấp số nhân?

- A.  $u_n = 7 - 3n$ .                      B.  $u_n = 7 - 3^n$ .                      C.  $u_n = \frac{7}{3n}$ .                      D.  $u_n = 7 \cdot 3^n$ .

**Câu 20.** Tìm  $b > 0$  để các số  $\frac{1}{\sqrt{2}}; \sqrt{b}; \sqrt{2}$  theo thứ tự đó lập thành một cấp số nhân.

- A.  $b = -2$ .                      B.  $b = -1$ .                      C.  $b = 1$ .                      D.  $b = 2$ .

**Câu 21.** Cho cấp số nhân  $(u_n)$  có  $u_1 = -3$  và công bội  $q = -2$ . Tính tổng 10 số hạng đầu tiên của cấp số nhân đã cho.

- A.  $S_{10} = -1025$ .                      B.  $S_{10} = -511$ .                      C.  $S_{10} = 1025$ .                      D.  $S_{10} = 1023$ .

**Câu 22.** Tính tổng tất cả các số hạng của một cấp số nhân có số hạng đầu là  $\frac{1}{2}$ , số hạng thứ tư là 32 và số hạng cuối là 2048.

- A.  $\frac{1365}{2}$ .                      B.  $\frac{5416}{2}$ .                      C.  $\frac{5461}{2}$ .                      D.  $\frac{21845}{2}$ .

**Câu 23.** Tính tổng  $S = -2 + 4 - 8 + 16 - 32 + 64 - \dots + (-2)^{n-1} + (-2)^n$  với  $n \in \mathbb{N}^*$ .

- A.  $S = 2n$ .                      B.  $S = 2^n$ .                      C.  $S = \frac{-2(1+2^n)}{3}$ .                      D.  $S = -2 \cdot \frac{1-(-2)^n}{3}$ .

**Câu 24.** Gọi  $S = 8 + 88 + 888 + \dots + \underbrace{888\dots 8}_{n \text{ số } 8}$  thì  $S$  nhận giá trị nào sau đây?

- A.  $\frac{80}{81}(10^n - 1) - \frac{8}{9}n$ .                      B.  $\frac{80}{81}(10^n - 1) - n$ .                      C.  $\frac{5}{4}(10^n - 1) - \frac{5}{4}n$ .                      D.  $\frac{5}{4}(10^n - 1) - n$ .

**Câu 25.** Người ta thiết kế một cái tháp gồm 11 tầng. Diện tích mặt trên của mỗi tầng bằng nửa diện tích mặt trên của tầng ngay bên dưới và diện tích mặt trên của tầng 1 bằng nửa diện tích của đế tháp (có diện tích là  $12288 \text{ m}^2$ ). Diện tích mặt trên cùng (của tầng thứ 11) có giá trị nào sau đây?

- A.  $6 \text{ m}^2$ .                      B.  $8 \text{ m}^2$ .                      C.  $10 \text{ m}^2$ .                      D.  $12 \text{ m}^2$ .

**Câu 26.**  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sin 2022n}{n}$  có kết quả nào sau đây?                      A. 0.                      B. 1.                      C. 2022.                      D.  $+\infty$ .

**Câu 27.**  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{-3}{4n^2 - 2n + 1}$  có kết quả nào sau đây?                      A.  $-\infty$ .                      B. -1.                      C.  $-\frac{3}{4}$ .                      D. 0.

**Câu 28.**  $\lim_{n \rightarrow \infty} (n+1) \sqrt{\frac{2n+2}{n^4+n^2-1}}$  có kết quả nào sau đây?                      A.  $-\infty$ .                      B.  $+\infty$ .                      C. 0.                      D. 1.

**Câu 29.**  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{9n^2-n} - \sqrt{n+2}}{3n-2}$  có kết quả nào sau đây?                      A. 0.                      B. 1.                      C. 3.                      D.  $+\infty$ .

**Câu 30.**  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{-n^2+2n+1}{\sqrt{3n^4+2}}$  có kết quả nào sau đây?                      A.  $-\frac{2}{3}$ .                      B.  $-\frac{\sqrt{3}}{3}$ .                      C.  $-\frac{1}{2}$ .                      D.  $\frac{1}{2}$ .

**Câu 31.**  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^3-2n}{1-3n^2}$  có kết quả nào sau đây?                      A.  $-\infty$ .                      B.  $+\infty$ .                      C.  $-\frac{1}{3}$ .                      D.  $\frac{2}{3}$ .

**Câu 32.** Giới hạn nào sau đây bằng 0?

- A.  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3+2n^3}{2n^2-1}$ .                      B.  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n^2-3}{-2n^3-4}$ .                      C.  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n-3n^3}{-2n^2-1}$ .                      D.  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n^2-3n^4}{-2n^4+n^2}$ .

**Câu 33.** Dãy số nào sau đây có giới hạn bằng  $-\frac{1}{3}$ ?

- A.  $u_n = \frac{n^2-2n}{3n^2+5}$ .                      B.  $u_n = \frac{-n^4+2n^3-1}{3n^3+2n^2-1}$ .                      C.  $u_n = \frac{n^2-3n^3}{9n^3+n^2-1}$ .                      D.  $u_n = \frac{-n^2+2n-5}{3n^3+4n-2}$ .

**Câu 34.** Dãy số nào sau đây có giới hạn là  $+\infty$ ?

- A.  $u_n = \frac{1+n^2}{5n+5}$ .                      B.  $u_n = \frac{n^2-2}{5n+5n^3}$ .                      C.  $u_n = \frac{n^2-2n}{5n+5n^2}$ .                      D.  $u_n = \frac{1+2n}{5n+5n^2}$ .

**Câu 35.** Dãy số nào sau đây có giới hạn là  $-\infty$ ?

- A.  $u_n = \frac{1+2n}{5n+5n^2}$ .                      B.  $u_n = \frac{n^3+2n-1}{-n+2n^3}$ .                      C.  $u_n = \frac{2n^2-3n^4}{n^2+2n^3}$ .                      D.  $u_n = \frac{n^2-2n}{5n+1}$ .

**Câu 36.**  $\lim_{n \rightarrow \infty} (3n^4 + 4n^2 - n + 1)$  có kết quả nào sau đây?                      A.  $-\infty$ .                      B.  $+\infty$ .                      C. 3.                      D. 7.

**Câu 37.**  $\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{n^2-1} - \sqrt{3n^2+2})$  có kết quả nào sau đây?                      A.  $-\infty$ .                      B.  $+\infty$ .                      C. -2.                      D. 0.

**Câu 38.**  $\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{n^2+2n} - \sqrt{n^2-2n})$  có kết quả nào sau đây?                      A. 1.                      B. 2.                      C. 4.                      D.  $+\infty$ .

**Câu 39.**  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left[ \sqrt{n} (\sqrt{n+1} - \sqrt{n-1}) \right]$  có kết quả nào sau đây?                      A. -1.                      B. 0.                      C. 1.                      D.  $+\infty$ .

**Câu 40.**  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3^n - 2 \cdot 5^{n+1}}{2^{n+1} + 5^n}$  có kết quả nào sau đây?                      A. -15.                      B. -10.                      C. 10.                      D. 15.

**Câu 41.**  $\lim_{n \rightarrow \infty} (3^4 \cdot 2^{n+1} - 5 \cdot 3^n)$  có kết quả nào sau đây?                      A.  $-\infty$ .                      B.  $+\infty$ .                      C. -1.                      D.  $\frac{1}{3}$ .

**Câu 42.**  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\frac{1}{2} + 1 + \frac{3}{2} + \dots + \frac{n}{2}}{n^2 + 1}$  có kết quả nào sau đây?                      A. 1.                      B.  $\frac{1}{2}$ .                      C.  $\frac{1}{4}$ .                      D.  $\frac{1}{8}$ .

**Câu 43.**  $\lim \frac{1+2+2^2+\dots+2^n}{3+3^2+3^3+\dots+3^n}$  có kết quả nào sau đây      A. 0.      B.  $\frac{2}{3}$ .      C.  $\frac{3}{2}$ .      D. 3.

**Câu 44.**  $\lim \left[ \frac{1}{1.2} + \frac{1}{2.3} + \dots + \frac{1}{n(n+1)} \right]$  có kết quả nào sau đây?      A.  $-\infty$ .      B. 0.      C.  $\frac{1}{2}$ .      D. 1.

**Câu 45.** Tính tổng  $S = 1 + \frac{2}{3} + \frac{4}{9} + \dots + \frac{2^n}{3^n} + \dots$   
 A.  $S = 3$ .      B.  $S = 4$ .      C.  $S = 5$ .      D.  $S = 6$ .

**Câu 46.** Giới hạn  $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 - 3}{x^3 + 2}$  bằng:      A. 2      B. 1      C. -2      D.  $-\frac{3}{2}$

**Câu 47.** Giới hạn  $\lim_{x \rightarrow -4} \frac{x^2 + 3x - 4}{x^2 + 4x}$  bằng:      A.  $\frac{5}{4}$       B.  $-\frac{5}{4}$       C. 1      D. -1

**Câu 48.** Tính  $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{2^{2018} - x^{1009}}{4 - x}$  kết quả bằng:      A.  $+\infty$       B.  $1009 \cdot 2^{2016}$       C.  $1009 \cdot 2^{2018}$       D.  $1009 \cdot 4^{2018}$

**Câu 49.** Tính  $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{x + \sqrt{x}}{x - \sqrt{x}}$  kết quả bằng:      A. -1      B. 0      C. 2      D.  $+\infty$

**Câu 50.** Tính  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x-1}{\sqrt{x^2-1}}$ , kết quả bằng:      A. 1      B. -1      C. 0      D.  $+\infty$ .

**Câu 51.** Giới hạn  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{x^2+3} - x}{3x-2}$  bằng:      A.  $-\frac{1}{3}$       B.  $-\frac{2}{3}$       C.  $+\infty$ ;      D. 0

**Câu 52.** Giới hạn  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-2x^5 + x^4 - 3}{3x^2 - 7}$  bằng:      A.  $-\infty$       B. -2      C. 0      D.  $+\infty$

**Câu 53.** Giới hạn  $\lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{x^2 - 7x + 1} - \sqrt{x^2 - 3x + 2})$  bằng:      A.  $+\infty$       B.  $-\infty$       C. 2      D.  $-\frac{7}{2}$

**Câu 54.** Tính  $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{x + 2\sqrt{x}}{x - 2\sqrt{x}}$  kết quả bằng:      A. -1      B. 0      C. 2      D.  $+\infty$ .

**Câu 55.** Tính  $\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{x+2}{x-2}$ , kết quả bằng:      A.  $+\infty$       B.  $-\infty$       C. 1      D. -1

**Câu 56.** Tính  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-3x^5 + 7x^3 - 11}{x^5 + x^4 - 3x}$  kết quả bằng:      A. -3      B. 3      C.  $-\infty$       D. 0

**Câu 57.** Tính  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{3 - \sqrt{2x+7}}{x^2 - 1}$ , kết quả bằng:      A. -6      B.  $\frac{1}{6}$       C.  $-\frac{1}{6}$       D. 6

**Câu 58.** Giới hạn  $\lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{x^2 - 3x + 3} - \sqrt{x^2 - 8x})$  bằng:      A. 5      B.  $-\frac{5}{2}$       C.  $-\infty$       D. 0

**Câu 59.** Cho dãy số  $(u_n)$  biết  $u_n = \frac{1}{1.3} + \frac{1}{3.5} + \frac{1}{5.7} + \dots + \frac{1}{(2n-1)(2n+1)}$ . Khi đó  $\lim u_n$  bằng:

A.  $\frac{1}{2}$       B.  $\frac{1}{4}$       C. 1      D. 2

**Câu 60.** Tính  $\lim (\sqrt{9n^2 + 5n - 4} - 3n)$  bằng:      A.  $\frac{5}{3}$       B.  $\frac{5}{6}$       C. 0      D.  $+\infty$

**Câu 61.** Tính  $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{4x^2 + 7} - 2x)$  bằng:      A.  $\frac{7}{2}$       B.  $\frac{7}{4}$       C. 0      D.  $-\infty$

**Câu 62.** Tính  $\lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{x^2 + 5x + 7} + x)$  bằng: A. 5/2 B. -5/2 C. 0 D.  $-\infty$

**Câu 63.** Cho  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 + bx + c}{x - 2} = 5$ . Tính  $b^2 + c^2$  bằng: A. 5 B. 37 C. 5 D. 29

**Câu 64.** Cho  $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{\sqrt{bx + c} + x}{x + 1} = 3$ . Tính  $b^2 + c^2$  bằng: A. 49 B. 9 C. 3 D. 41

**Câu 65.** Cho hàm số  $f(x) = \frac{4x - 8}{x^3 - 9x}$ . Kết luận nào sau đây là đúng:

- A. Hàm số  $f(x)$  liên tục tại điểm  $x = -3$  B. Hàm số  $f(x)$  liên tục tại điểm  $x = 0$   
 C. Hàm số  $f(x)$  liên tục tại điểm  $x = 2$  D. Hàm số  $f(x)$  liên tục tại điểm  $x = 3$

**Câu 66.** Cho hàm số  $f(x) = \begin{cases} 2x^2 - 3x, & x > 2 \\ 2x^3 - 2x - 5, & x < 2 \end{cases}$

Kết luận nào sau đây **không** đúng ?

- A. Hàm số  $f(x)$  liên tục tại điểm  $x = -2$  B. Hàm số  $f(x)$  liên tục tại điểm  $x = 2$   
 C. Hàm số  $f(x)$  liên tục tại điểm  $x = -1$  D. Hàm số  $f(x)$  liên tục tại điểm  $x = 1$

**Câu 67:** Cho hàm số  $f(x) = \frac{x^2 - 4x}{7x}$ , với  $x \neq 0$ . Phải bổ sung thêm giá trị  $f(0)$  bằng bao nhiêu thì hàm số liên tục trên  $\mathbb{R}$  ?

- A.  $-\frac{4}{7}$  B.  $\frac{1}{7}$  C.  $\frac{4}{7}$  D. 0

**Câu 68.** Cho hàm số  $f(x) = \begin{cases} 3x^2 - 7, & x \leq -1 \\ 2ax + b, & -1 < x < 1 \\ 5x^2 + 4, & x \geq 1 \end{cases}$ . Hàm số đã cho liên tục trên  $\mathbb{R}$  khi và chỉ khi:

- A.  $a = \frac{13}{4}; b = \frac{5}{2}$  B.  $a = \frac{4}{13}; b = \frac{5}{2}$  C.  $a = \frac{13}{4}; b = \frac{5}{2}$  D.  $a = \frac{13}{4}; b = \frac{13}{2}$

## II. VÉC TƠ TRONG KHÔNG GIAN

**Câu 1.** Cho ba vectơ  $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$  không đồng phẳng. Xét các vectơ  $\vec{x} = 2\vec{a} - \vec{b}; \vec{y} = -4\vec{a} + 2\vec{b}; \vec{z} = -3\vec{b} - 2\vec{c}$ . Chọn khẳng định đúng?

- A. Hai vectơ  $\vec{y}; \vec{z}$  cùng phương. B. Hai vectơ  $\vec{x}; \vec{y}$  cùng phương.  
 C. Hai vectơ  $\vec{x}; \vec{z}$  cùng phương. D. Ba vectơ  $\vec{x}; \vec{y}; \vec{z}$  đồng phẳng.

**Câu 2.** Cho ba vectơ  $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$  không đồng phẳng. Xét các vectơ  $\vec{x} = 2\vec{a} - \vec{b} - \vec{c}; \vec{y} = -\vec{a} + 2\vec{b} + \vec{c}; \vec{z} = \vec{a} + 4\vec{b} + m\vec{c}$ . Giá trị của  $m$  để các vectơ  $\vec{x}, \vec{y}, \vec{z}$  đồng phẳng là:

- A. 0 B. 1 C. 4 D. -2

**Câu 3.** Cho hình hộp  $ABCD.A_1B_1C_1D_1$ . Chọn khẳng định đúng?

- A.  $\overline{BD}, \overline{BD_1}, \overline{BC_1}$  đồng phẳng. B.  $\overline{CD_1}, \overline{AD}, \overline{A_1B_1}$  đồng phẳng.  
 C.  $\overline{CD_1}, \overline{AD}, \overline{A_1C}$  đồng phẳng. D.  $\overline{AB}, \overline{AD}, \overline{C_1A}$  đồng phẳng.

**Câu 4.** Cho hình hộp  $ABCD.A_1B_1C_1D_1$ . Tìm giá trị của  $k$  thích hợp điền vào đẳng thức vector:

$$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{B_1C_1} + \overrightarrow{DD_1} = k\overrightarrow{AC_1}$$

A.  $k = 4$ .

B.  $k = 1$ .

C.  $k = 0$ .

D.  $k = 2$ .

**Câu 5.** Cho hình hộp  $ABCD.EFGH$ . Gọi  $I$  là tâm hình bình hành  $ABEF$  và  $K$  là tâm hình bình hành  $BCGF$ . Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng?

A.  $\overrightarrow{BD}, \overrightarrow{AK}, \overrightarrow{GF}$  đồng phẳng.

B.  $\overrightarrow{BD}, \overrightarrow{IK}, \overrightarrow{GF}$  đồng phẳng.

C.  $\overrightarrow{BD}, \overrightarrow{EK}, \overrightarrow{GF}$  đồng phẳng.

D.  $\overrightarrow{BD}, \overrightarrow{IK}, \overrightarrow{GC}$  đồng phẳng.

**Câu 6.** Hãy chọn mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau đây:

A. Tứ giác  $ABCD$  là hình bình hành nếu  $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{DA} = \vec{0}$ .

B. Tứ giác  $ABCD$  là hình bình hành nếu  $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$ .

C. Cho hình chóp  $S.ABCD$ . Nếu có  $\overrightarrow{SB} + \overrightarrow{SD} = \overrightarrow{SA} + \overrightarrow{SC}$  thì tứ giác  $ABCD$  là hình bình hành.

D. Tứ giác  $ABCD$  là hình bình hành nếu  $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AD}$ .

**Câu 7.** Cho hình lập phương  $ABCD.EFGH$  có cạnh bằng  $a$ . Ta có  $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{EG}$  bằng?

A.  $a^2\sqrt{2}$ .

B.  $a^2$ .

C.  $a^2\sqrt{3}$ .

D.  $\frac{a^2\sqrt{2}}{2}$ .

**Câu 8.** Cho tứ diện  $ABCD$ . Đặt  $\overrightarrow{AB} = \vec{a}, \overrightarrow{AC} = \vec{b}, \overrightarrow{AD} = \vec{c}$ , gọi  $G$  là trọng tâm của tam giác  $BCD$ . Trong các đẳng thức sau, đẳng thức nào đúng?

A.  $\overrightarrow{AG} = \vec{a} + \vec{b} + \vec{c}$ .

B.  $\overrightarrow{AG} = \frac{1}{3}(\vec{a} + \vec{b} + \vec{c})$ .

C.  $\overrightarrow{AG} = \frac{1}{2}(\vec{a} + \vec{b} + \vec{c})$ .

D.  $\overrightarrow{AG} = \frac{1}{4}(\vec{a} + \vec{b} + \vec{c})$ .

**Câu 9.** Cho tứ diện  $ABCD$  và điểm  $G$  thỏa mãn  $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} = \vec{0}$  ( $G$  là trọng tâm của tứ diện). Gọi  $G_0$  là giao điểm của  $GA$  và mp  $(BCD)$ . Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng?

A.  $\overrightarrow{GA} = -2\overrightarrow{G_0G}$ .

B.  $\overrightarrow{GA} = 4\overrightarrow{G_0G}$ .

C.  $\overrightarrow{GA} = 3\overrightarrow{G_0G}$ .

D.  $\overrightarrow{GA} = 2\overrightarrow{G_0G}$ .

**Câu 10.** Cho hình lập phương  $ABCD.A_1B_1C_1D_1$ . Gọi  $O$  là tâm của hình lập phương. Chọn đẳng thức đúng?

A.  $\overrightarrow{AO} = \frac{1}{3}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA_1})$

B.  $\overrightarrow{AO} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA_1})$

C.  $\overrightarrow{AO} = \frac{1}{4}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA_1})$

D.  $\overrightarrow{AO} = \frac{2}{3}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA_1})$ .

**Câu 11.** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy là hình bình hành tâm  $O$ . Gọi  $G$  là điểm thỏa mãn:  $\overrightarrow{GS} + \overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} = \vec{0}$ . Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng?

A.  $G, S, O$  không thẳng hàng.

B.  $\overrightarrow{GS} = 4\overrightarrow{OG}$

C.  $\overrightarrow{GS} = 5\overrightarrow{OG}$

D.  $\overrightarrow{GS} = 3\overrightarrow{OG}$ .

**Câu 12.** Cho lăng trụ tam giác  $ABC.A'B'C'$  có  $\overrightarrow{AA'} = \vec{a}, \overrightarrow{AB} = \vec{b}, \overrightarrow{AC} = \vec{c}$ . Hãy phân tích (biểu thị) vector  $\overrightarrow{BC'}$  qua các vector  $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ .

A.  $\overrightarrow{BC'} = \vec{a} + \vec{b} - \vec{c}$

B.  $\overrightarrow{BC'} = -\vec{a} + \vec{b} - \vec{c}$

C.  $\overrightarrow{BC'} = -\vec{a} - \vec{b} + \vec{c}$

D.  $\overrightarrow{BC'} = \vec{a} - \vec{b} + \vec{c}$ .

**Câu 13.** Cho ba vector  $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ . Điều kiện nào sau đây khẳng định  $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$  đồng phẳng?

A. Tồn tại ba số thực  $m, n, p$  thỏa mãn  $m + n + p = 0$  và  $m\vec{a} + n\vec{b} + p\vec{c} = \vec{0}$ .

B. Tồn tại ba số thực  $m, n, p$  thỏa mãn  $m+n+p \neq 0$  và  $\vec{m}\vec{a} + \vec{n}\vec{b} + \vec{p}\vec{c} = \vec{0}$ .

C. Tồn tại ba số thực  $m, n, p$  sao cho  $\vec{m}\vec{a} + \vec{n}\vec{b} + \vec{p}\vec{c} = \vec{0}$ .

D. Giá của  $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$  đồng qui.

**Câu 14.** Hãy chọn mệnh đề **sai** trong các mệnh đề sau đây:

A. Ba vectơ  $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$  đồng phẳng nếu có hai trong ba vectơ đó cùng phương.

B. Ba vectơ  $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$  đồng phẳng nếu có một trong ba vectơ đó bằng vectơ  $\vec{0}$ .

C. vectơ  $\vec{x} = \vec{a} + \vec{b} + \vec{c}$  luôn luôn đồng phẳng với hai vectơ  $\vec{a}$  và  $\vec{b}$ .

D. Cho hình hộp  $ABCD.A'B'C'D'$  ba vectơ  $\vec{AB'}, \vec{C'A'}, \vec{DA'}$  đồng phẳng

**Câu 15.** Cho tứ diện  $ABCD$ . Gọi  $P, Q$  là trung điểm của  $AB$  và  $CD$ . Chọn khẳng định đúng?

A.  $\vec{PQ} = \frac{1}{4}(\vec{BC} + \vec{AD})$ .    B.  $\vec{PQ} = \frac{1}{2}(\vec{BC} + \vec{AD})$ .    C.  $\vec{PQ} = \frac{1}{2}(\vec{BC} - \vec{AD})$ .    D.  $\vec{PQ} = \vec{BC} + \vec{AD}$ .

## PHẦN 2. TỰ LUẬN

**Bài 1.** Tính các giới hạn sau:

1) $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{n^2 - 4n + 5}{3n^3 - n - 7}$	2) $\lim_{n \rightarrow +\infty} \left( \frac{2n^3}{2n^2 + 3} + \frac{1 - 5n^2}{5n + 1} \right)$	3) $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{(n^2 + 1)(5n + 3)^2}{(2n^3 - 1)(n + 1)^3}$
4) $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{n^2 + 1} - \sqrt{n + 1}}{n + 2}$	5) $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt[3]{n^3 + 1} + n}{\sqrt{2n^2 - 1} + 1}$	6) $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{3^n - 2 \cdot 5^n}{7 + 3 \cdot 5^n}$
7) $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{4 \cdot 2^n - (\sqrt{3})^{2n+1}}{1 - 2 \cdot (\sqrt{3})^n}$	8) $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{1 + 2 \cdot 3^n - 7^n}{5^n + 2 \cdot 7^n}$	9) $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{1 - 2 \cdot 3^n + 6^n}{2^n(3^{n+1} - 5)}$
10) $\lim_{n \rightarrow +\infty} (3n^3 - 5n + 1)$	11) $\lim_{n \rightarrow +\infty} (\sqrt{n^2 + n + 2} - \sqrt{n + 1})$	12) $\lim_{n \rightarrow +\infty} (\sqrt[3]{n^2 - n^3} + n)$

**Bài 2.** Tính các giới hạn sau:

1) $\lim_{x \rightarrow +\infty} (-x^3 + 2x^2 + 5)$	2) $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{4x^2 + 2x - 1} - 2x)$	3) $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{5x^2 + 11} - x\sqrt{5})$
4) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{x^2 + 3x} - x}{x + 3}$	5) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x - \sqrt{3x^2 + 1}}{\sqrt{x^2 - x} + 3}$	6) $\lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{3x^2 - x + 2} + \sqrt{3x^2 - 1})$
7) $\lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{x^2 + 2x} + x + 1)$	8) $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x^2 + 1} - \sqrt[3]{x^3 - 1})$	9) $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x^2 + 4x} - \sqrt[3]{x^3 + 1})$

**Bài 3.** Tính các giới hạn sau:

1) $\lim_{x \rightarrow 2^+} (x - 2) \sqrt{\frac{x}{x^2 - 4}}$	2) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{ 2 - x }{2x^2 - 5x + 2}$	3) $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{x^2 - 1}{x^2 - 2 x - 1  - 1}$
--	---	--

**Bài 4.** Tính các giới hạn sau:

1) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 + 3x - 4}{3x^2 - 5x + 1}$	2) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 + 2x - 3}{x^2 - x}$	3) $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 - x - 2}{x^3 + x^2 + x + 1}$
4) $\lim_{x \rightarrow 1} \left( \frac{1}{1 - x} - \frac{3}{1 - x^3} \right)$	5) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{4 - x^2}{\sqrt{x + 7} - 3}$	6) $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{\sqrt{x + 4} - 3}{x^2 - 25}$
7) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{x + 2} - 2}{\sqrt{x + 7} - 3}$	8) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{2x + 2} - \sqrt{3x + 1}}{x - 1}$	9) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x + 9} + \sqrt{x + 16} - 7}{x}$

**Bài 5.**

- 1) Cho hàm số  $f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{x+1}-1}{x}, & x \neq 0 \\ x^2 - 2x, & x = 0 \end{cases}$ . Hãy xét tính liên tục của hàm số tại  $x = 0$ .
- 2) Cho hàm số  $f(x) = \begin{cases} \frac{x^3-8}{x-2}, & x \neq 2 \\ 5x+2, & x = 2 \end{cases}$ . Hãy xét tính liên tục của hàm số trên  $\mathbb{R}$ .
- 3) Cho hàm số  $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x-1} - \frac{3}{x^3-1}, & x > 1 \\ mx+2, & x \leq 1 \end{cases}$ . Tìm  $m$  để hàm số liên tục trên  $\mathbb{R}$ .

**Bài 6.**

- 1) Chứng minh phương trình  $2x^3 - 7x + 1 = 0$  có 3 nghiệm  $x \in [-2; 2]$ .
- 2) Chứng minh phương trình  $(x+1)^3(x-2) + 2x - 1 = 0$  có nghiệm.
- 3) Chứng minh phương trình  $2x^4 + 4x^2 + x - 3 = 0$  có ít nhất 2 nghiệm  $x \in (-1; 1)$ .
- 4) Chứng minh phương trình  $(1-m^2)x^5 - 3x - 1 = 0$  luôn có nghiệm với mọi  $m$ .
- 5) Chứng minh phương trình  $(m^2 + m + 1)x^5 + x^3 - 27 = 0$  luôn có nghiệm dương với mọi  $m$ .
- 6) Chứng minh phương trình  $\frac{x^3}{4} - \sin \pi x + \frac{2}{3} = 0$  luôn có nghiệm  $x \in [-2; 2]$ .

**Bài 7.** Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình bình hành. Chứng minh rằng  $\vec{SA} + \vec{SC} = \vec{SB} + \vec{SD}$

**Bài 8.** Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình chữ nhật. Chứng minh:  $\vec{SA}^2 + \vec{SC}^2 = \vec{SB}^2 + \vec{SD}^2$

**Bài 9.** Cho tứ diện ABCD. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB và CD. Chứng minh:

a) 
$$\vec{MN} = \frac{1}{2}(\vec{AD} + \vec{BC}) = \frac{1}{2}(\vec{AC} + \vec{BD})$$

b) Điểm G là trọng tâm của tứ diện khi và chỉ khi:  $\vec{GA} + \vec{GB} + \vec{GC} + \vec{GD} = \vec{0}$

**Bài 10.** Cho hình hộp ABCD.A'B'C'D' với tâm O. Chứng minh:

a) 
$$\vec{AC'} = \vec{AB} + \vec{AD} + \vec{AA'}$$

b) 
$$\vec{AB} + \vec{B'C'} + \vec{D'D} = \vec{AD} + \vec{D'C'} + \vec{B'B} = \vec{A'C}$$

c) 
$$\vec{OA} + \vec{OB} + \vec{OC} + \vec{OD} + \vec{OA'} + \vec{OB'} + \vec{OC'} + \vec{OD'} = \vec{0}$$

**Bài 11.** Cho hình lăng trụ ABC.A'B'C'. Đặt  $\vec{AA'} = \vec{a}$ ;  $\vec{AB} = \vec{b}$ ;  $\vec{AC} = \vec{c}$ .

a) Hãy biểu diễn các véc tơ  $\vec{B'C}, \vec{BC'}$  theo các véc tơ  $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ .

b) Gọi G' là trọng tâm của tam giác A'B'C'. Biểu thị véc tơ  $\vec{AG'}$  qua  $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ .

**Bài 12.**

a) Cho hình hộp ABCD.A'B'C'D'. Đặt  $\vec{AB} = \vec{a}$ ;  $\vec{AD} = \vec{b}$ ;  $\vec{AA'} = \vec{c}$ . Hãy biểu thị các véc tơ

$\vec{AC'}, \vec{BD'}, \vec{CA'}, \vec{DB'}, \vec{BC'}, \vec{A'D}$  theo các véc tơ  $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ .



b) Cho tam giác ABC. Lấy điểm S nằm ngoài mặt phẳng (ABC). Trên đoạn SA lấy điểm M sao cho

$\overrightarrow{MS} = -2\overrightarrow{MA}$  và trên đoạn BC lấy điểm N sao cho  $\overrightarrow{NB} = -\frac{1}{2}\overrightarrow{NC}$ . Chứng minh rằng ba véc tơ

$\overrightarrow{AB}$ ,  $\overrightarrow{MN}$ ,  $\overrightarrow{SC}$  đồng phẳng.