

# BÀI TẬP GIẢI TÍCH VÀ HÌNH HỌC LỚP 11 - TUẦN 4 ( TỪ 6/4 ĐẾN 11/4)

## A. Kiến thức cần học

\*Giải tích:

1. Giới hạn vô cực của hàm số: định nghĩa, một vài giới hạn đặc biệt, quy tắc về giới hạn vô cực (tích, thương)

- **Kí hiệu:**  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty$  hay  $f(x) \rightarrow -\infty$  khi  $x \rightarrow +\infty$
- **Ta nói:** hàm số  $y = f(x)$  có giới hạn là  $-\infty$  khi  $x \rightarrow +\infty$   
 Nếu với dãy số  $(x_n)$  bất kì,  $x_n > a$  và  $x_n \rightarrow +\infty$ , ta có  $f(x_n) \rightarrow -\infty$   
 Trong đó  $f(x)$  xác định trên khoảng  $(a; +\infty)$
- **Tương tự với**  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$ ;  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty$ ;  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = +\infty$
- a)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} x^k = +\infty$  với  $k$  nguyên dương.
- b)  $\lim_{x \rightarrow -\infty} x^k = -\infty$  nếu  $k$  là số lẻ.
- c)  $\lim_{x \rightarrow -\infty} x^k = +\infty$  nếu  $k$  là số chẵn.
- Với  $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x)$  là số thực khác không.

$\lim_{x \rightarrow x_0} f(x)$	$\lim_{x \rightarrow x_0} g(x)$	$\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) \cdot g(x)$
+	$+\infty$	$+\infty$
+	$-\infty$	$-\infty$
-	$+\infty$	$-\infty$
-	$-\infty$	$+\infty$

$\lim_{x \rightarrow x_0} f(x)$	$\lim_{x \rightarrow x_0} g(x)$	Dấu của $g(x)$ (Trong lân cận $x_0$ )	$\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x)}{g(x)}$
+	0	+	$+\infty$
+	0	-	$-\infty$
-	0	+	$-\infty$
-	0	-	$+\infty$

2. Dạng bài tập: giới hạn hàm số (tại một điểm mà hàm số xác định, dạng vô định  $\frac{0}{0}, \frac{\infty}{\infty}, 0 \cdot \infty, \infty - \infty$ ), giới hạn một bên (bên phải, bên trái), xét sự tồn tại giới hạn của hàm số tại 1 điểm.

3. Hàm số liên tục: định nghĩa hàm số liên tục (gián đoạn) tại 1 điểm, hàm số liên tục trên một khoảng (một đoạn)

- Hàm số  $y = f(x)$  liên tục tại điểm  $x_0$  khi  $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = f(x_0)$

Để có  $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x)$  thì  $\lim_{x \rightarrow x_0^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow x_0^+} f(x) = L$  (là số thực)

Điều kiện  $f(x)$  xác định trên khoảng  $K$  và  $x_0 \in K$

- Hàm số  $y = f(x)$  gián đoạn tại  $x_0$  là hàm số không liên tục tại điểm  $x_0$

4. Dạng bài tập: xét tính liên tục của hàm số tại một điểm

**\*\*Hình học:**

- Tính chất xác định duy nhất mặt phẳng (đường thẳng) khi đi qua 1 điểm và vuông góc với đường thẳng (mặt phẳng) cho trước.
- Liên hệ giữa quan hệ song song (vuông góc) của đường thẳng và mặt phẳng
- Định lí ba đường vuông góc
- Khái niệm: mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng, phép chiếu vuông góc (phương chiếu, mặt phẳng chiếu, hình chiếu), góc giữa đường thẳng và mặt phẳng
- Dạng bài tập:
  - + Chứng minh đường thẳng vuông góc với đường thẳng
  - + Chứng minh đường thẳng vuông góc với mặt phẳng (Cách làm: chứng minh đường thẳng đó vuông góc với hai đường thẳng cắt nhau nằm trong mặt phẳng)

## B. Đề bài giải tích

### I. Trắc nghiệm

Câu 1: Kết quả  $\lim_{x \rightarrow -\infty} (x^2 + x - 1)$  là

- A. 0                      B.  $-\infty$                       C.  $+\infty$                       D. 1

Câu 2: Kết quả  $\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{2x - 1}{x - 2}$  là.

- A.  $+\infty$                       B.  $-\infty$                       C. 2                      D.  $\frac{1}{2}$

Câu 3: Cho hàm số  $f(x) = \frac{\sqrt{x-3}}{9-x^2}$ . Kết quả của  $\lim_{x \rightarrow 3^+} f(x)$  là:

- A.  $-\infty$                       B. 0                      C.  $\frac{1}{6}$                       D.  $+\infty$

Câu 4: Kết quả  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x^2 - x + 1}{x + 2}$  là

- A.  $+\infty$                       B.  $-\infty$                       C. 2                      D. 0

Câu 5: Cho hàm số  $f(x) = \begin{cases} 3x + 1 & \text{khi } x \geq -1 \\ x + m & \text{khi } x < -1 \end{cases}$ ,  $m$  là tham số. Tìm khẳng định sai

- A. Giá trị hàm số tại  $x = -1$  là  $-2$       B.  $\lim_{x \rightarrow (-1)^+} f(x) = -2$  và  $\lim_{x \rightarrow (-1)^-} f(x) = m - 1$   
B. Hàm số liên tục tại  $x = 0$               D. Hàm số gián đoạn tại  $x = -1$  khi  $m = -1$

### II. Tự luận

Câu 6. Tính  $\lim_{x \rightarrow -\infty} (2x^3 - x^2 + 1)$

Câu 7. Tìm  $\lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{4x^2 + 4x} + x)$

Câu 8. Tính  $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{3 - 4x}{x - 1}$

Câu 9. Tính  $\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{|x-2|}{x-2}$  và  $\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{|x-2|}{x-2}$

Câu 10. Tìm  $m$  sao cho hàm số  $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2-1}{x-1} & \text{khi } x \neq 1 \\ 3x-m & \text{khi } x = 1 \end{cases}$  liên tục tại điểm  $x = 1$

### C. Đề bài hình học

#### I. Trắc nghiệm

Câu 1: Cho tứ diện  $ABCD$ . Chọn khẳng định sai

- A. Chỉ có 1 mặt phẳng đi qua  $A$  và vuông góc với đường thẳng  $AB$
- B. Chỉ có 1 mặt phẳng đi qua  $A$  và vuông góc với đường thẳng  $CD$
- C. Mặt phẳng trung trực của  $AB$  chứa  $CD$
- D. Chỉ có 1 đường thẳng đi qua  $A$  và vuông góc với  $mp(BCD)$

Câu 2: Kí hiệu các đường thẳng phân biệt là  $a, b$ ; các mặt phẳng phân biệt là  $(P), (Q)$ . Xét các mệnh đề

$$\text{MĐ 1: } \begin{cases} a \parallel b \\ (P) \perp a \end{cases} \Rightarrow (P) \perp b$$

$$\text{MĐ 2: } \begin{cases} a \perp (P) \\ b \perp (P) \end{cases} \Rightarrow a \parallel b$$

$$\text{MĐ 3: } \begin{cases} (P) \parallel (Q) \\ a \perp (P) \end{cases} \Rightarrow a \perp (Q)$$

$$\text{MĐ 4: } \begin{cases} (P) \perp a \\ (Q) \perp a \end{cases} \Rightarrow (P) \parallel (Q)$$

Số mệnh đề đúng là

- A. 1
- B. 2
- C. 3
- D. 4

Câu 3: Kí hiệu các đường thẳng phân biệt là  $a, b, b'$  và  $(P)$  là mặt phẳng. Cho các mệnh đề:

$$\text{MĐ 1: } \begin{cases} a \parallel (P) \\ b \perp (P) \end{cases} \Rightarrow b \perp a$$

$$\text{MĐ 2: } \begin{cases} a \perp b \\ (P) \perp b \\ a \not\subset (P) \end{cases} \Rightarrow a \parallel (P)$$

$$\text{MĐ 3: } \begin{cases} a \perp b \\ (P) \perp b \end{cases} \Rightarrow a \parallel (P) \text{ hoặc } a \subset (P)$$

MĐ 4.  $a \perp b \Leftrightarrow a \perp mp(b, b') \Leftrightarrow a \perp b'$ , trong đó:  $a \subset (P)$  và  $b'$  là hình chiếu của  $b$  trên  $(P)$

Số mệnh đề đúng là

- A. 1
- B. 2
- C. 3
- D. 4

Câu 4: Cho tứ diện  $ABCD$ . Vẽ  $AH \perp (BCD)$ , biết  $H$  là trực tâm tam giác  $BCD$ . Khẳng định nào sau đây sai?

- A.  $CD \perp AH$       B.  $AC \perp DH$       C.  $CD \perp BH$       D.  $CD \perp AB$

Câu 5: Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy là hình vuông và  $SA \perp (ABCD)$ . Tìm mệnh đề sai

- A. Mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng  $AC$  là  $mp(SBD)$   
 B. Mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng  $BD$  là  $mp(SAC)$   
 C.  $AB \perp (SAD)$   
 D.  $SB = SD$

## II. Tự luận

Câu 6: Cho tứ diện đều  $ABCD$

- Xác định mặt phẳng trung trực của cạnh  $AB$
- Gọi  $M, N$  lần lượt là trung điểm  $AB, CD$ . Chứng minh  $MN \perp AB, MN \perp CD$
- Chứng minh  $CD \perp AB$  và xác định hình chiếu của điểm  $A$  trên  $mp(BCD)$

Câu 7: Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy là hình thoi tâm  $O$ , cạnh  $a$  và  $SA \perp (ABCD)$ .

- Chứng minh  $BD \perp SC$  và  $\triangle SBD$  cân
- Gọi  $M$  là trung điểm  $SC$ , chứng minh  $MB = MD$
- Tính diện tích  $\triangle SAC$  biết  $\widehat{BAD} = 120^\circ$  và  $SA = 2a$

Câu 8: Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình chữ nhật với  $AB = a$ ,  $AD = 2a$  và  $SA = a$ , cạnh  $SA$  vuông góc với đáy.

- Chứng minh  $CD \perp (SAD)$
- Tính diện tích tam giác  $SBD$  theo  $a$
- Mặt phẳng qua  $A$  vuông góc với  $SD$  cắt  $SD, SC$  tại  $H, K$ . Chứng minh  $\triangle AHK$  vuông
- Xác định điểm  $I$  là hình chiếu của điểm  $K$  trên  $mp(BCD)$