

A. KIẾN THỨC:

- Hàm số lượng giác và phương trình lượng giác.
- Đường thẳng và mặt phẳng trong không gian. Hai đường thẳng song song trong không gian.

B. BÀI TẬP:

HÀM SỐ LƯỢNG GIÁC VÀ PHƯƠNG TRÌNH LƯỢNG GIÁC

PHẦN I. TRẮC NGHIỆM

Câu 1. Đơn giản biểu thức $A = \frac{2\cos^2 x - 1}{\sin x + \cos x}$ (Giả sử biểu thức A có nghĩa).

- A. $A = \cos x + \sin x$. B. $A = \cos x - \sin x$. C. $A = \sin x - \cos x$. D. $A = -\sin x - \cos x$.

Câu 2. Cho $P = \sin \pi + \alpha \cdot \cos \pi - \alpha$ và $Q = \sin\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) \cdot \cos\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right)$. Mệnh đề nào dưới đây là đúng?

- A. $P + Q = 0$. B. $P + Q = -1$. C. $P + Q = 1$. D. $P + Q = 2$.

Câu 3. Biết A, B, C là các góc của tam giác ABC , mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. $\sin(A+C) = -\sin B$ B. $\cos(A+C) = -\cos B$
C. $\tan(A+C) = \cot B$ D. $\cot\left(\frac{A+B}{2}\right) = -\cot \frac{C}{2}$

Câu 4. Cho $\sin \alpha + \cos \alpha = \frac{\sqrt{7}}{2}$ và $0 < \alpha < \frac{\pi}{4}$. Tính $\tan \frac{2\alpha + 2023\pi}{4}$ ta được

- A. $\frac{\sqrt{7}-5}{\sqrt{7}+1}$ B. $\frac{\sqrt{7}-4}{\sqrt{7}+1}$ C. $\frac{38-2\sqrt{3}}{11}$ D. $\frac{\sqrt{7}+5}{\sqrt{7}-1}$

Câu 5. Cho $\pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $\tan\left(\frac{3\pi}{2} - \alpha\right) < 0$. B. $\tan\left(\frac{3\pi}{2} - \alpha\right) > 0$. C. $\tan\left(\frac{3\pi}{2} + \alpha\right) > 0$. D. $\tan(\pi - \alpha) \geq 0$.

Câu 6. Cho biết $\sin x + \cos x = -\frac{1}{2}$. Tính $\sin 2x$.

- A. $\sin 2x = -\frac{3}{4}$. B. $\sin 2x = \frac{3}{4}$. C. $\sin 2x = \frac{1}{2}$. D. $\sin 2x = -1$.

Câu 7. Cho biết $\tan x = 5$. Tính giá trị biểu thức $Q = \frac{3\sin x - 4\cos x}{\cos x + 2\sin x}$.

- A. $Q = 1$. B. $Q = \frac{19}{11}$. C. $Q = -1$. D. $Q = \frac{11}{9}$.

Câu 12. Cho biết $\sin x + \sin y = \sqrt{3}$ và $\cos x - \cos y = 1$. Tính $\cos(x+y)$.

- A. $\cos(x+y)=1$. B. $\cos(x+y)=-1$. C. $\cos(x+y)=0$. D. $\cos(x+y)=\frac{1}{2}$.

Câu 13. Cho các khẳng định:

(I). $\sin x - \sin y = -2 \sin \frac{x+y}{2} \cdot \sin \frac{x-y}{2}$ (II) $\cos x + \cos y = 2 \cos \frac{x+y}{2} \cdot \cos \frac{x-y}{2}$
 (III). $\sin x \cdot \cos y = \frac{1}{2} (\sin \frac{x+y}{2} + \sin \frac{x-y}{2})$ (IV). $\sin x \cdot \sin y = -\frac{1}{2} (\cos(x+y) - \cos(x-y))$

Số khẳng định đúng là.

- A. 1. B. 2. C. 3. D. 4.

Câu 14. Trong các hàm số sau đây, hàm số nào là hàm số tuần hoàn?

- A. $y = \cos x \cdot \sin x$ B. $y = x \cdot \tan x$ C. $y = x^3 + x - 1$ D. $y = \frac{x-1}{x+2}$

Câu 15. Cho hàm số $y = \cos x$ và các khẳng định:

- (I). Đồng biến trên mỗi khoảng $(\frac{\pi}{2} + k2\pi; \pi + k2\pi)$ với $k \in \mathbb{Z}$
 (II). Nghịch biến trên mỗi khoảng $(-\frac{\pi}{2} + k2\pi; \frac{\pi}{2} + k2\pi)$ với $k \in \mathbb{Z}$
 (III). Đồng biến trên mỗi khoảng $(\frac{3\pi}{4} + k2\pi; \frac{5\pi}{4} + k2\pi)$ với $k \in \mathbb{Z}$
 (IV). Nghịch biến trên mỗi khoảng $(\frac{2\pi}{3} + k2\pi; \frac{7\pi}{6} + k2\pi)$ với $k \in \mathbb{Z}$

Có bao nhiêu khẳng định đúng : A. 0. B. 1. C. 2. D. 3.

Câu 16. Điều kiện xác định của hàm số $y = \frac{1}{\tan x}$ là:

- A. $x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi$ B. $x \neq \frac{\pi}{4} + k\pi$ C. $x \neq \frac{\pi}{2} + k\frac{\pi}{2}$ D. $x \neq k\pi$

Câu 17. Nghiệm của phương trình $\cos x = 0$ là:

- A. $x = -\frac{\pi}{2} + k2\pi$ B. $x = \frac{\pi}{2} + k\pi$ C. $x = k\pi$ D. $x = k2\pi$

Câu 18. Nghiệm của phương trình $\sin x = 0$ là:

- A. $x = -\frac{\pi}{2} + k2\pi$ B. $x = \frac{\pi}{2} + k\pi$ C. $x = k\pi$ D. $x = k2\pi$

Câu 19. Nghiệm của phương trình $\sin^2 x = \frac{1}{2}$ là:

- A. $x = \pm \frac{\pi}{2} + k2\pi$ B. $x = \frac{\pi}{4} + k\frac{\pi}{2}$ C. $x = \pm \frac{\pi}{3} + k2\pi$ D. $x = \pm \frac{\pi}{4} + k2\pi$

Câu 20. Nghiệm của phương trình $\sqrt{3} - 3\tan x = 0$ là:

- A. $x = \frac{\pi}{6} + k\pi$ B. $x = \frac{\pi}{2} + k2\pi$ C. $x = \frac{5\pi}{6} + k\pi$ D. $x = \frac{\pi}{3} + k\pi$

Câu 21. Số nghiệm phân biệt $x \in [-\frac{\pi}{2}; \pi)$ của phương trình $\frac{\cos^2 x - \cos x}{2\sin^2 x + \sin x} = 0$ là

A. 4

B. 1

C.2

D. 3

Câu 22. Tập xác định của hàm số $y = \sqrt{\frac{\cos 2x + 1}{\cos x + 1}}$

- a) $D = \mathbb{R} \setminus \{k\pi \mid k \in \mathbb{Z}\}$ b) $D = \{k2\pi \mid k \in \mathbb{Z}\}$ c) $\mathbb{R} \setminus \{\pi + k2\pi \mid k \in \mathbb{Z}\}$ d) \mathbb{R}

Câu 23. Tổng các nghiệm của phương trình $7\sin x + 5 = 0$ trong khoảng $(0; 2\pi)$ là:

- A. π . B. 2π . C. 3π . D. $3\pi/2$.

Câu 24. Biết phương trình $4\sin 2x = m + 1$ có nghiệm. Số giá trị nguyên của m là:

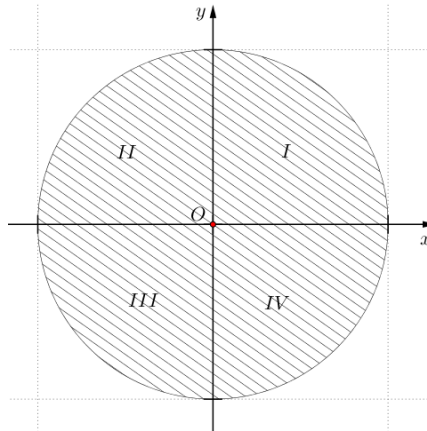
- A. 4. B. 9. C. 3. D. 17.

Câu 25. Biết phương trình $5\tan 3x = m$ có nghiệm. Số giá trị nguyên thuộc $[-20; 10]$ của m là

- A. 31. B. 11. C. 10. D. 12.

PHẦN II. TRẮC NGHIỆM ĐÚNG – SAI

Câu 1. Biểu diễn góc lượng giác trên đường tròn lượng giác. Khi đó:



Các mệnh đề sau đúng hay sai?

Mệnh đề		Đúng	Sai
a)	Nếu điểm M biểu diễn góc 250° thì điểm M thuộc góc phần tư thứ II		
b)	Nếu điểm N biểu diễn góc 1205° thì điểm N thuộc góc phần tư thứ III		
c)	Nếu điểm P biểu diễn góc $\frac{89\pi}{3}$ thì điểm P thuộc góc phần tư thứ II		
d)	Nếu điểm Q biểu diễn góc $-\frac{125\pi}{6}$ thì điểm Q thuộc góc phần tư thứ IV		

Câu 2. Một đường tròn có bán kính 20m. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

Mệnh đề		Đúng	Sai
a)	Cung tròn bán kính R có số đo $\alpha (0 \leq \alpha \leq 2\pi)$, có số đo $a^\circ (0 \leq a \leq 360)$ và có độ dài là l thì: $l = R\alpha = \frac{a}{180} \cdot R$		
b)	Độ dài của cung trên đường tròn có số đo $\frac{3\pi}{4}$ là $\approx 47,1m$		
c)	Độ dài của cung trên đường tròn có số đo 65° là $\approx 32,04m$		
d)	Độ dài của cung trên đường tròn có số đo $\frac{2}{5}$ là 8m		

Câu 3. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

Mệnh đề		Đúng	Sai
a)	Các góc $1287^\circ, -567^\circ$ có cùng điểm biểu diễn trên đường tròn lượng giác		

b)	Các góc $172^\circ, -374^0$ có cùng điểm biểu diễn trên đường tròn lượng giác		
c)	Hai trong ba góc $\frac{61\pi}{5}, -\frac{19\pi}{5}, \frac{136\pi}{5}$ có cùng điểm biểu diễn trên đường tròn lượng giác		
d)	Không có góc nào trong các góc $\frac{213\pi}{5}, -\frac{23\pi}{4}, \frac{3\pi}{2}$ có cùng điểm biểu diễn trên đường tròn lượng giác.		

Câu 4. Cho biết $\sin \alpha = \frac{3}{5}, \cos \alpha = \frac{4}{5}$. Và các biểu thức: $A = \sin\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right) + \sin(3\pi + \alpha)$;

$$B = \cos(5\pi - \alpha) + \cot\left(\frac{3\pi}{2} - \alpha\right). \text{ Khi đó}$$

Các mệnh đề sau đúng hay sai?

	Mệnh đề	Đúng	Sai
a)	$A = \cos \alpha - \sin \alpha$		
b)	$B = -\cos \alpha + \tan \alpha$		
c)	$A + B = \frac{27}{20}$		
d)	$A - B = -\frac{29}{20}$		

Câu 5. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

	Mệnh đề	Đúng	Sai
a)	Hàm số $y = \sin x$ đồng biến trên các khoảng $\left(-\frac{\pi}{2} + k2\pi; \frac{\pi}{2} + k2\pi\right), k \in \mathbb{Z}$.		
b)	Hàm số $y = \cot x$ đồng biến trên khoảng $\left(-\frac{\pi}{2} + k\pi; \frac{\pi}{2} + k\pi\right), k \in \mathbb{Z}$.		
c)	Hàm số $y = \cos x$ nghịch biến trên các khoảng $(-\pi; 0)$ và $(0; \pi)$.		
d)	Hàm số $y = \cos\left(x - \frac{\pi}{4}\right)$ nghịch biến trên khoảng $\left(\frac{\pi}{4}; \frac{3\pi}{4}\right)$		

Câu 6. Cho $\pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$. Khi đó:

Các mệnh đề sau đúng hay sai?

	Mệnh đề	Đúng	Sai
a)	$A = \cos(\alpha + \pi) < 0$		
b)	$B = \tan(\alpha - \pi) > 0$		
c)	$C = \sin\left(\alpha + \frac{2\pi}{5}\right) < 0$		
d)	$D = \cos\left(\alpha - \frac{3\pi}{8}\right) < 0$		

Câu 7. Biết $\sin a = \frac{8}{17}, \tan b = \frac{5}{12}$ và a, b là các góc nhọn. Khi đó:

Các mệnh đề sau đúng hay sai?

	Mệnh đề	Đúng	Sai
a)	$\tan a = \frac{8}{15}$		

b)	$\sin(a-b) = \frac{21}{221}$		
c)	$\cos(a+b) = \frac{14}{22}$		
d)	$\tan(a+b) = \frac{17}{14}$		

Câu 8. Biết $\sin 2\alpha = -\frac{4}{5}$, $\frac{\pi}{2} < \alpha < \frac{3\pi}{2}$. Khi đó:

Các mệnh đề sau đúng hay sai?

Mệnh đề		Đúng	Sai
a)	$\cos \alpha < 0$		
b)	$2 \sin \alpha \cos \alpha = -\frac{4}{5}$		
c)	$\cos \alpha = \frac{-2}{\sqrt{5}}, \sin \alpha = \frac{1}{\sqrt{5}}$		
d)	$\cos \alpha = \frac{-1}{\sqrt{5}}, \sin \alpha = -\frac{2}{\sqrt{5}}$		

Câu 9. Cho phương trình lượng giác $\sin 2x = -\frac{1}{2}$ (*). Khi đó:

Các mệnh đề sau đúng hay sai?

Mệnh đề		Đúng	Sai
a)	Phương trình (*) tương đương $\sin 2x = \sin \frac{\pi}{6}$		
b)	Trong khoảng $(0; \pi)$ phương trình có 3 nghiệm		
c)	Tổng các nghiệm của phương trình trong khoảng $(0; \pi)$ bằng $\frac{3\pi}{2}$		
d)	Trong khoảng $(0; \pi)$ phương trình có nghiệm lớn nhất bằng $\frac{11\pi}{12}$		

Câu 10. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

Mệnh đề		Đúng	Sai
a)	Phương trình $\sin\left(2x + \frac{\pi}{3}\right) = -\frac{1}{2}$ có nghiệm $\begin{cases} x = \pi + k2\pi \\ x = \frac{\pi}{6} + k\frac{2\pi}{3} \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$.		
b)	Phương trình $\sin x = m - 1$ có nghiệm khi $-1 \leq m \leq 1$		
c)	Tổng các nghiệm của phương trình $\cos\left(x + \frac{\pi}{2}\right) = -\sin\left(x - \frac{\pi}{2}\right)$ trong khoảng $(0; \pi)$ bằng $\frac{7\pi}{6}$		
d)	Phương trình $\cos 2x (\cos 4x - 1) = 0$ có nghiệm $x = \frac{a\pi}{b}$ trong khoảng $\left(0; \frac{\pi}{2}\right)$, với $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản. Khi đó, $a + b = 5$		

Câu 11. Cho phương trình lượng giác $\sin^2 2x + \cos^2 5x = 1$, các mệnh đề sau đúng hay sai?

Mệnh đề		Đúng	Sai
a)	Phương trình đã cho tương đương với phương trình $\frac{1 - \cos 4x}{2} + \frac{1 + \cos 10x}{2} = 1$		

b)	Nghiệm dương nhỏ nhất của phương trình là: $x = \frac{\pi}{7}$		
c)	Nghiệm âm lớn nhất của phương trình nhỏ hơn $-\frac{\pi}{3}$		
d)	Tổng nghiệm âm lớn nhất và nghiệm dương nhỏ nhất bằng 0		

Câu 12. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

	Mệnh đề	Đúng	Sai
a)	Hàm số $y = \frac{1}{2 \cos x - 1}$ xác định $\Leftrightarrow x \neq \pm \frac{\pi}{3} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.		
b)	Hàm số $y = \frac{2021}{(\tan x - 1)(\sin 2x - 2)}$ có tập xác định là $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi; \frac{\pi}{4} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$.		
c)	Hàm số $y = \tan\left(2x - \frac{\pi}{3}\right)$ có tập xác định là $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$		
d)	Hàm số $y = \frac{1}{\sqrt{1 - \sin x}}$ có tập xác định là $D = \mathbb{R} \setminus \{k2\pi, k \in \mathbb{Z}\}$		

PHẦN III. TỰ LUẬN

Bài 1. a) Cho $\frac{\pi}{2} < x < \pi$ và $\sin x = \frac{3}{4}$. Tính $\cos x, \tan x, \cot x, \cos\left(x + \frac{\pi}{3}\right); \cos 2x;$.

b) Cho $\frac{\pi}{2} < x < \frac{3\pi}{2}$ và $\tan x = 3$. Tính $\sin\left(x - \frac{\pi}{6}\right), \cos x, \cot\left(x - \frac{\pi}{4}\right), \cos 4x$.

c) Cho $\sin(a + 90^\circ) + \sin(180^\circ - a) + \tan a + \cot(270^\circ + a) = m$. Tính $\sin 2a, \cos 4a$ theo m .

d) Cho $\tan x = 4$. Tính $A = \frac{3 \sin x - 2 \cos x}{2 \sin x + \cos x}; B = \frac{\sin^2 x - \sin x \cdot \cos x + 2}{2 \cos^2 x + 1}$

e) Cho $\tan 2a = \frac{-4}{3}$ và $-\frac{\pi}{2} < x < \frac{\pi}{2}$. Tính $\sin a; \cos a; \cos \frac{a}{2}$.

Bài 2. Đồng hồ ở bưu điện Hà Nội có kim phút dài 1,75m và kim giờ dài 1,26m. Hỏi

a) Sau 60 phút, đầu mũi kim giờ và kim phút của đồng hồ quét cung tròn có độ dài là bao nhiêu?

b) Đồng hồ đang chỉ 12h. Sau khoảng bao lâu thì cung tròn do mũi kim phút quét lên dài hơn 1,722m so với mũi kim giờ

Bài 3. Cho tam giác ABC. Chứng minh rằng $\frac{\sin^3 \frac{B}{2}}{\cos\left(\frac{A+2B+C}{2}\right)} - \frac{\cos^3 \frac{B}{2}}{\sin\left(\frac{A+2B+C}{2}\right)} = \tan A \cdot \cot(B+C)$

Bài 4. Đơn giản các biểu thức sau (giả sử các biểu thức sau đều có nghĩa)

a) $A = \cos(5\pi - x) - \sin\left(\frac{3\pi}{2} + x\right) + \tan\left(\frac{3\pi}{2} - x\right) + \cot(3\pi - x)$

b) $B = \frac{\sin^6 x + \cos^6 x + 2}{\sin^4 x + \cos^4 x + 1}$

c) $C = \frac{\sin^2 2x - 4 \sin^2 x}{\sin^2 2x + 4 \sin^2 x - 4}$

d) $D = \frac{\sin 3x \cdot \cos 5x - \sin 5x \cdot \cos 3x}{\cos x}$

Bài 5. Rút gọn các biểu thức.

a) $A = \sin 10^0 + \sin 20^0 + \sin 30^0 + \dots + \sin 80^0$ (gợi ý: nhân hai vế với $\sin 5^0$)

b) $B = \cos 30^0 + \cos 50^0 + \cos 70^0 + \dots + \cos 350^0$. (gợi ý: nhân hai vế với $\sin 10^0$)

Bài 6. Tìm tập xác định của các hàm số sau.

a) $y = \frac{\cot x}{\cos 2x - 1}$ b) $y = \frac{\cos x + 2024}{\sqrt{1 + \sin x}}$ c) $y = \cot(x + \frac{\pi}{3})$ d) $y = \sqrt{\frac{1 - \sin x}{\cos x - 1}}$

Bài 7. Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất (nếu có) của các hàm số sau.

a) $y = 3 \sin(2x - \frac{\pi}{6}) - 1$. b) $y = 3 - 2\sqrt{1 + \cos 2x}$. c) $y = 5 - 3\cos^2 4x$
 d) $y = \cos 2x - \sin x + 3$. e) $y = |\cos x| + 4$ với $x \in (-\frac{\pi}{3}; \frac{\pi}{4}]$

Bài 8. Xét tính chẵn, lẻ của các hàm số

a) $y = \sin 2x \cdot \cos 3x$ b) $y = \frac{\tan x}{\cos 5x + 1}$ c) $y = \frac{x \cdot \sin x}{\sin^2 x + 3}$ d) $y = \sin x + \cos x$

Bài 9. Giải các phương trình sau.

a) $\cos(2x - 30^0) = -1$ b) $\cos(x - \frac{\pi}{4}) = -\sin 3x$ c) $2 \sin(x - \frac{\pi}{4}) - 1 = 0$
 d) $\sqrt{2} \cos(x + \frac{\pi}{4}) - 1 = 0$ e) $\tan(x - 30^0) \cos(2x - 150^0) = 0$ f) $\tan 2x + \cot x = 0$
 g) $\cos^2(\frac{\pi}{3} - 2x) = \sin^2(x + \frac{\pi}{4})$ h) $\sin(\frac{\pi}{2} \cdot \cos x) = 1$

Bài 10. Tìm các nghiệm thuộc $-3\pi; 3\pi$ của các phương trình:

a) $(\cos x - 1)(2\cos x + 3) = 0$. b) $\frac{2 \sin x - 1}{2 \cos x + \sqrt{3}} = 0$

Bài 11. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $\cos 2x = \frac{1}{m}$ có nghiệm trên khoảng $(\frac{\pi}{4}; \frac{\pi}{2})$?

Bài 12. Cho đồ thị hai hàm số $y = \sin x$ (C_1) và $y = \cos x$ (C_2) cùng vẽ trên một trục tọa độ. Hai điểm phân biệt A và B là hai giao điểm có hoành độ âm và gần Oy hơn so với tất cả các giao điểm khác cũng có hoành độ âm. Tìm hoành độ của A và B biết $x_B < x_A$.

Bài 13. Cho một vật dao động điều hòa với phương trình $x = 3 \sin(\pi t + \frac{\pi}{6})$. Biết trong khoảng thời gian từ thời điểm $t = 0$ đến thời điểm $t = t_1$ thì vật xuất hiện tại vị trí có $x = 3$ là đúng 5 lần. Tìm t_1 .

Bài 14. Tính diện tích đa giác tạo bởi các điểm biểu diễn nghiệm của phương trình sau trên đường tròn lượng giác: $(\tan x - \sqrt{3})(2 \cos x + 1) = 0$

ĐƯỜNG THẲNG VÀ MẶT PHẪNG TRONG KHÔNG GIAN. HAI ĐƯỜNG THẲNG SONG SONG TRONG KHÔNG GIAN

PHẦN I. TRẮC NGHIỆM

Câu 1. Cho hình chóp $S.ABCD$ đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O, giao tuyến của mặt (SAC) và (SBD) là

- A. SC B. SA C. SB D. SO

Câu 2. Cho tứ diện $ABCD$, gọi M, N lần lượt là trung điểm của CD và AD , G là trọng tâm tam giác ACD . BG là giao tuyến của hai mặt phẳng nào?

- A. (ABM) và (BCN) B. (ABM) và (BDM) C. (BCN) và (ABC) D. (BMN) và (ABD)

Câu 3. Cho tứ diện $ABCD$. M, N là hai điểm lần lượt thuộc hai cạnh AB, AC sao cho MN cắt BC tại I . Khẳng định nào sau đây là đúng

- A. Đường thẳng MN cắt đường thẳng CD B. Đường thẳng DN cắt đường thẳng AB
 C. Đường thẳng AI cắt đường thẳng CD D. $(DMN) \cap (DBC) = DI$

Câu 4. Cho hình chóp $S.ABCD$. Gọi M là điểm trên cạnh AB (M khác A, B), N là điểm trên cạnh SC (N khác S, C). Giao điểm của MN và (SBD) là

- A. giao điểm của đường thẳng MN với SB
 B. giao điểm của đường thẳng MN với SD
 C. giao điểm của đường thẳng MN với BD
 D. giao điểm của đường thẳng MN với đường thẳng SI , trong đó I là giao điểm của BD và CM

Câu 5. Cho tứ diện $ABCD$, M là trung điểm AB ; N thuộc cạnh AD sao cho $DN = \frac{1}{3}AD$. Mặt phẳng (CMN) cắt BD tại K . Tính tỉ số $\frac{DK}{BK}$.

- A. $\frac{2}{5}$ B. $\frac{1}{3}$ C. $\frac{2}{3}$ D. $\frac{1}{2}$

Câu 6. Cho hình chóp $S.ABCD$, có đáy $ABCD$ là hình bình hành, M, N, P là trung điểm AB, AD, SC . Mặt phẳng (MNP) cắt SD tại Q . Tính tỉ số $\frac{QD}{QS}$

- A. $\frac{1}{3}$ B. $\frac{1}{4}$ C. $\frac{1}{5}$ D. $\frac{2}{5}$

Câu 7. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang ($AB \parallel CD$). Gọi I, J lần lượt là trung điểm của AD và BC , G là trọng tâm tam giác SAB . Giao tuyến của (SAB) và (IJG) là

- A. SC B. đường thẳng qua S và song song với AB
 C. đường thẳng qua G và song song với CD D. đường thẳng GJ

Câu 8. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành. Giao tuyến của mặt phẳng (SAD) và mặt phẳng (SBC) là đường thẳng song song với đường thẳng nào sau đây

- A. AD B. BD C. AC D. SC

Câu 9. Cho tứ diện $ABCD$, gọi G và E lần lượt là trọng tâm của tam giác ABD và ABC . Và các mệnh đề

- (I) GE và CD chéo nhau (II). $GE \parallel CD$ (III). GE cắt AD (IV). GE cắt AC

Số mệnh đề đúng là: A. 0 B. 1 C. 2 D. 3

Câu 10. Cho hai đường thẳng phân biệt a, b và mặt phẳng α . Giả sử $a \parallel \alpha, b \subset \alpha$. Khi đó:

- A. $a \parallel b$. B. a, b chéo nhau. C. $a \parallel b$ hoặc a, b chéo nhau. D. a, b cắt nhau.

PHẦN II. TRẮC NGHIỆM ĐÚNG – SAI

Câu 1. Cho tứ diện $ABCD$, gọi M và N lần lượt là trung điểm các cạnh AB và CD . Gọi G là trọng tâm tam giác BCD . Các mệnh đề sau đúng hay sai?

Mệnh đề		Đúng	Sai
a)	Đường thẳng AG cắt đường thẳng MN		
b)	Đường thẳng MN nằm trong mặt phẳng (MCD)		
c)	Đường thẳng AG nằm trong mặt phẳng (ACD)		
d)	Mặt phẳng (ABG) cắt mặt phẳng (ACD) theo giao tuyến là đường thẳng AC .		

Câu 2. Cho hình chóp $S.ABCD$ với M là một điểm trên cạnh SC, N là một điểm trên cạnh BC . Gọi $O = AC \cap BD$ và $K = AN \cap CD$. Khi đó:
 Các mệnh đề sau đúng hay sai?

Mệnh đề		Đúng	Sai
a)	SO là giao tuyến của hai mặt phẳng (SAC) và (SBD) .		
b)	Giao điểm của đường thẳng AM và mặt phẳng (SBD) là điểm nằm trên cạnh SO .		
c)	KM là giao tuyến của hai mặt phẳng (AMN) và (SCD) .		
d)	Giao điểm của đường thẳng SD và mặt phẳng (AMN) là điểm nằm trên cạnh KM		

Câu 3. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành. Gọi M là trung điểm của SC . Gọi I giao điểm của đường thẳng AM và mặt phẳng (SBD) . Khi đó:

Các mệnh đề sau đúng hay sai?

Mệnh đề		Đúng	Sai
a)	$AM \cap SO = I$		
b)	$IA = 3IM$		
c)	Giao điểm E của đường thẳng SD và mặt phẳng (ABM) là điểm thuộc đường thẳng BI		
d)	Gọi N là một điểm tùy ý trên cạnh AB . Khi đó giao điểm của đường thẳng MN và mặt phẳng (SBD) là điểm thuộc giao tuyến của hai mặt phẳng $(SBD), (SNC)$.		

Câu 4. Cho hình chóp $S.ABCD$. Mặt đáy là hình thang có cạnh đáy lớn AD , AB cắt CD tại K , điểm M thuộc cạnh SD . Các mệnh đề sau đúng hay sai?

Mệnh đề		Đúng	Sai
a)	Giao tuyến của (SAB) và (SCD) là đường thẳng SK .		
b)	Giao tuyến (d) của (SAD) và (SBC) là đường thẳng qua S và song song với AB .		
c)	KM cắt SC tại N , khi đó 3 đường thẳng AM, KN, d đồng quy.		
d)	Nếu $AD = 2BC$ và M là trung điểm SD thì N là trung điểm SC .		

Câu 5. Trong không gian cho ba đường thẳng a, b và c phân biệt. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

Mệnh đề		Đúng	Sai
a)	Nếu hai đường thẳng cùng song song với đường thẳng thứ ba thì chúng song song với nhau.		
b)	Nếu hai đường thẳng cùng chéo nhau với đường thẳng thứ ba thì chúng chéo nhau.		
c)	Nếu đường thẳng a song song với đường thẳng b , đường thẳng b và đường thẳng c chéo nhau thì đường thẳng a và đường thẳng c chéo nhau hoặc cắt nhau.		
d)	Nếu đường thẳng a cắt b , hai đường thẳng b và c chéo nhau thì a và c chéo nhau hoặc song song với nhau.		

Câu 6. Cho tứ diện $ABCD$. Giả sử M thuộc đoạn thẳng BC . Mặt phẳng (α) qua M song song với AB và CD . Khi đó:

Các mệnh đề sau đúng hay sai?

Mệnh đề		Đúng	Sai
a)	Giao tuyến của mặt phẳng (α) với mặt phẳng (ABC) là đường thẳng đi qua M và song song với AB		
b)	Giao tuyến của mặt phẳng (α) với mặt phẳng (BCD) là đường thẳng đi qua M và song song với CD		
c)	Giao tuyến của mặt phẳng (α) với mặt phẳng (ABD) là đường thẳng đi qua N và song song với AB		
d)	Hình tạo bởi các giao tuyến của mặt phẳng (α) với các mặt của tứ diện (ta gọi là thiết diện) là hình thang		

Câu 7. Trong không gian cho hai đường thẳng song song a và b . Các mệnh đề sau đúng hay sai?

Mệnh đề		Đúng	Sai
a)	Nếu c cắt a thì c cắt b .		

b)	Nếu c chéo a thì c chéo b .		
c)	Nếu c cắt a thì c chéo b .		
d)	Nếu đường thẳng c song song với a thì c song song hoặc trùng b .		

PHẦN III. TỰ LUẬN

Bài 1. Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là tứ giác lồi. Lấy M,N,K lần lượt thuộc các cạnh AB,AD,SA.

- Xác định giao tuyến của 2 mặt phẳng (MNK) và (SAC).
- Xác định giao điểm (nếu có) của MK và mặt phẳng (SBD).

Bài 2. Cho tứ diện ABCD, M là điểm thuộc miền trong tam giác ACD ; E là điểm thuộc BM

- Xác định giao tuyến của 2 mặt phẳng (ABM) và (BCD).
- Xác định giao điểm của DE và mặt phẳng (ABC).

Bài 3. Cho hình chóp S.ABCD. Gọi M, N lần lượt là trung điểm SB, SD.

- Tìm giao điểm của SC và mp(AMN).
- Tìm giao điểm của DM và mp(SAC).
- Tìm giao tuyến của mp(AMN) và mp(ABCD).

Bài 4. Cho tứ diện ABCD. Gọi M, N theo thứ tự là trung điểm của BC và AC, K là điểm thay đổi trên cạnh AD.

- Xác định Q là giao điểm của (MNK) và BD. Tìm vị trí của K để tứ giác MNKQ là hình bình hành.
- Khi điểm K không là trung điểm cạnh AD. Gọi I là giao điểm của BD và mặt phẳng (MNK). Chứng minh NK, MI, CD đồng quy tại O.
- Gọi d là giao tuyến của 2 mặt phẳng (ABO) và (MNK). Chứng minh d song song với mặt phẳng (ABC).

Bài 5. Cho tứ diện ABCD. Gọi M,N theo thứ tự là trọng tâm của tam giác ABC và tam giác ABD.

- Chứng minh $MN \parallel CD$.
- Gọi E là trung điểm CD, P thuộc AE sao cho $AE = 3AP$. Tìm K, H lần lượt là giao điểm của (MNP) với BC và BD. Tính tỉ số BK/BC .