

**PHẦN TRẮC NGHIỆM**

**I – Bài tập trắc nghiệm phương pháp quy nạp , dãy số , cấp số cộng , cấp số nhân , giới hạn dãy số :**

**Câu 1.** Dùng quy nạp chứng minh mệnh đề chứa biến  $A_n$  đúng với mọi số tự nhiên  $n \geq p$  ( $p$  là một số tự nhiên). Ở bước 1 của chứng minh quy nạp bắt đầu với

- A.  $n = 1$ .                      B.  $n = p$ .                      C.  $n > p$ .                      D.  $n \geq p$ .

**Câu 2.** Dùng quy nạp chứng minh mệnh đề chứa biến  $A_n$  đúng với mọi số tự nhiên  $n \geq p$  ( $p$  là một số tự nhiên). Ở bước 2 ta giả thiết mệnh đề  $A_n$  đúng với  $n = k$ . Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A.  $k < p$ .                      B.  $k = p$ .                      C.  $k > p$ .                      D.  $k \geq p$ .

**Câu 3.** Khi sử dụng phương pháp quy nạp để chứng minh mệnh đề chứa biến  $A_n$  đúng với mọi số tự nhiên  $n \geq p$  ( $p$  là một số tự nhiên), ta tiến hành hai bước:

- Bước 1: Kiểm tra mệnh đề  $A_n$  đúng với  $n = p$ .
- Bước 2: Giả thiết mệnh đề  $A_n$  đúng với số tự nhiên bất kỳ  $n = k \geq p$  và chứng minh mệnh đề cũng đúng với  $n = k + 1$ .

Trong hai bước trên thì

- A. chỉ có bước 1 đúng.                      B. chỉ có bước 2 đúng.  
C. cả hai bước đều đúng.                      D. cả hai bước đều sai.

**Câu 4.** Học sinh chứng minh mệnh đề " $8^n + 1$  chia hết cho 7,  $\forall n \in \mathbb{N}^*$ " \* như sau:

- Giả sử \* đúng với  $n = k$ , tức là  $8^k + 1$  chia hết cho 7.
- Ta có:  $8^{k+1} + 1 = 8(8^k + 1) - 7$ , kết hợp với giả thiết  $8^k + 1$  chia hết cho 7 nên suy ra được  $8^{k+1} + 1$  chia hết cho 7. Vậy đẳng thức \* đúng với mọi  $n \in \mathbb{N}^*$ .

Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. Học sinh trên chứng minh đúng.  
B. Học sinh chứng minh sai vì không có giả thiết qui nạp.  
C. Học sinh chứng minh sai vì không dùng giả thiết qui nạp.  
D. Học sinh không kiểm tra bước 1 (bước cơ sở) của phương pháp qui nạp.

**Câu 5.** Cho  $s_n = \frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 4} + \dots + \frac{1}{n \cdot n+1}$  với  $n \in \mathbb{N}^*$ . Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A.  $s_n = \frac{n-1}{n}$ .                      B.  $s_n = \frac{n}{n+1}$ .                      C.  $s_n = \frac{n+1}{n+2}$ .                      D.  $s_n = \frac{n+2}{n+3}$ .

**Câu 6.** Cho dãy số  $u_n$ , biết  $u_n = \frac{-n}{n+1}$ . Năm số hạng đầu tiên của dãy số đó lần lượt là những số nào dưới đây?

- A.  $-\frac{1}{2}; -\frac{2}{3}; -\frac{3}{4}; -\frac{4}{5}; -\frac{5}{6}$ .                      B.  $-\frac{2}{3}; -\frac{3}{4}; -\frac{4}{5}; -\frac{5}{6}; -\frac{6}{7}$ .  
C.  $\frac{1}{2}; \frac{2}{3}; \frac{3}{4}; \frac{4}{5}; \frac{5}{6}$ .                      D.  $\frac{2}{3}; \frac{3}{4}; \frac{4}{5}; \frac{5}{6}; \frac{6}{7}$ .

**Câu 7.** Cho dãy số  $u_n$ , biết  $\begin{cases} u_1 = 3 \\ u_{n+1} = u_n + n \end{cases}$  với  $\forall n \in \mathbb{N}^*$ . Giá trị  $u_1 + u_2 + u_3$  bằng

- A. 18.                                      B. 13.                                      C. 15.                                      D. 16.

**Câu 8.** Cho dãy số có các số hạng đầu là:  $0; \frac{1}{2}; \frac{2}{3}; \frac{3}{4}; \frac{4}{5}; \dots$ . Số hạng tổng quát của dãy số này là công thức nào dưới đây?

- A.  $u_n = \frac{n-1}{n}$ .                                      B.  $u_n = \frac{n+1}{n}$ .                                      C.  $u_n = \frac{n}{n+1}$ .                                      D.  $u_n = \frac{n^2-n}{n+1}$ .

**Câu 9.** Cho dãy số  $u_n$  với  $\begin{cases} u_1 = \frac{1}{2} \\ u_{n+1} = u_n - 2 \end{cases}$ . Số hạng tổng quát của dãy số này là

- A.  $u_n = \frac{1}{2} - 2n$ .                                      B.  $u_n = \frac{1}{2} + 2n$ .                                      C.  $u_n = \frac{1}{2} - 2^{n-1}$ .                                      D.  $u_n = \frac{1}{2} + 2^{n-1}$ .

**Câu 10.** Trong các dãy số  $u_n$  cho bởi số hạng tổng quát  $u_n$  sau đây, dãy số nào là dãy số giảm?

- A.  $u_n = n^2$ .                                      B.  $u_n = 5 - 2n^2$ .                                      C.  $u_n = 2n^3 + 3$ .                                      D.  $u_n = \frac{n^2+1}{n}$ .

**Câu 11.** Trong các dãy số  $u_n$  cho bởi số hạng tổng quát  $u_n$  sau đây, dãy số nào là dãy số tăng?

- A.  $u_n = \frac{1}{2^n}$ .                                      B.  $u_n = \left(\frac{2}{3}\right)^n$ .                                      C.  $u_n = -2^n$ .                                      D.  $u_n = 2^n$ .

**Câu 12.** Cho dãy số  $u_n$  với  $u_n = 4 - 3n - n^2$ . Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. Dãy số  $u_n$  bị chặn trên.                                      B. Dãy số  $u_n$  bị chặn dưới.  
C. Dãy số  $u_n$  tăng.                                      D. Dãy số  $u_n$  không tăng, không giảm.

**Câu 13.** Cho dãy số  $u_n$  với  $u_n = \frac{-1^{n-1}}{n+1}$ . Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. Dãy số  $u_n$  là dãy số tăng.                                      B. Dãy số  $u_n$  là dãy số giảm.  
C. Dãy số  $u_n$  là dãy số bị chặn.                                      D. Dãy số  $u_n$  là dãy số không bị chặn.

**Câu 14.** Trong các dãy số sau, dãy số nào là một cấp số cộng?

- A. 1; -3; -6; -9; -12; ...                                      B. 1; -2; -4; -6; -8; ...  
C. 1; -3; -7; -11; -15; ...                                      D. 1; -3; -5; -7; -9; ...

**Câu 15.** Trong các dãy số được cho dưới đây, dãy số nào là cấp số cộng?

- A.  $u_n = 7 - 3n$ .                                      B.  $u_n = 7 - 3^n$ .                                      C.  $u_n = \frac{7}{3n}$ .                                      D.  $u_n = 7.3^n$ .

**Câu 16.** Nếu các số  $5+m; 7+2m; 17+m$  theo thứ tự lập thành cấp số cộng thì  $m$  bằng bao nhiêu?

- A.  $m = 2$ .                                      B.  $m = 3$ .                                      C.  $m = 4$ .                                      D.  $m = 5$ .

**Câu 17.** Ba góc  $A, B, C$   $A < B < C$  của tam giác tạo thành cấp số cộng, biết góc lớn nhất gấp đôi góc nhỏ nhất. Hiệu số đo độ của góc lớn nhất với góc nhỏ nhất bằng

- A.  $40^\circ$ .                                      B.  $45^\circ$ .                                      C.  $60^\circ$ .                                      D.  $80^\circ$ .

**Câu 18.** Một tam giác vuông có chu vi bằng 3 và độ dài các cạnh lập thành một cấp số cộng. Diện tích tam giác vuông đã cho bằng

- A.  $\frac{3}{2}$ .                                      B.  $\frac{3}{4}$ .                                      C.  $\frac{3}{8}$ .                                      D.  $\frac{5}{8}$ .

**Câu 19.** Cho cấp số cộng  $u_n$  có số hạng đầu  $u_1 = -5$  và công sai  $d = 3$ . Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A.  $u_{10} = 35$ .                                      B.  $u_{13} = 31$ .                                      C.  $u_{15} = 34$ .                                      D.  $u_{15} = 45$ .

**Câu 20.** Cho cấp số cộng  $u_n$  có  $u_3 = 15$  và công sai  $d = -2$ . Số hạng tổng quát  $u_n$  là

- A.  $u_n = -2n + 21$ .      B.  $u_n = -\frac{3}{2}n + 12$ .      C.  $u_n = -3n - 17$ .      D.  $u_n = \frac{3}{2}n^2 - 4$ .

**Câu 21.** Cho cấp số cộng  $u_n$  có  $u_1 = 4$  và  $d = -5$ . Tổng 100 số hạng đầu tiên của cấp số cộng bằng

- A.  $-24350$ .      B.  $24350$ .      C.  $-24600$ .      D.  $24600$ .

**Câu 22.** Cho cấp số cộng  $u_n$  có  $d = -2$  và  $S_8 = 72$ . Tìm số hạng đầu tiên  $u_1$ .

- A.  $u_1 = 16$ .      B.  $u_1 = -16$ .      C.  $u_1 = \frac{1}{16}$ .      D.  $u_1 = -\frac{1}{16}$ .

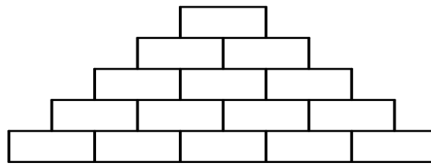
**Câu 23.** Tính tổng  $S = 1 - 2 + 3 - 4 + 5 + \dots + 2n - 1 - 2n$  với  $n \in \mathbb{N}^*$ .

- A.  $S = -1$ .      B.  $S = 0$ .      C.  $S = -n$ .      D.  $S = n$ .

**Câu 24.** Tính tổng  $T = 15 + 20 + 25 + \dots + 7515$ .

- A.  $T = 5651255$ .      B.  $T = 5651260$ .      C.  $T = 5651265$ .      D.  $T = 5651270$ .

**Câu 25.** Một người muốn trang trí quán cho đẹp nên quyết định thuê nhân công xây một bức tường gạch với xi măng (mô hình như hình vẽ bên), biết hàng dưới cùng có 500 viên, mỗi hàng



tiếp theo đều có ít hơn hàng trước 1 viên và hàng trên cùng cùng có 1 viên. Hỏi số gạch cần dùng để hoàn thành bức tường trên là bao nhiêu viên gạch?

- A. 12550.      B. 125250.      C. 25250.      D. 250500.

**Câu 26.** Một sinh viên ra trường đi phỏng vấn xin việc tại một công ty. Sau khi phỏng vấn xong các kiến thức chuyên môn, giám đốc đưa ra 3 lựa chọn.

- Một là anh sẽ vào làm việc trong công ty với lương tháng cố định 5.000.000 đồng mỗi tháng.
- Hai là anh sẽ làm việc với mức lương khởi điểm 3.000.000 đồng cho tháng đầu, sau mỗi tháng anh sẽ được tăng thêm 400.000 đồng cho các tháng sau.
- Ba là anh sẽ làm việc với mức lương khởi điểm 4.000.000 cho tháng đầu, sau mỗi tháng anh sẽ được tăng thêm 200.000 đồng cho các tháng sau.

Thời gian thử việc theo cả 3 phương án là 12 tháng. Hỏi anh sinh viên sẽ lựa chọn phương án nào để có lợi nhất về thu nhập trong thời gian thử việc.

- A. Phương án 1.      B. Phương án 2.  
C. Phương án 3.      D. Cả 3 phương án như nhau.

**Câu 27.** Dãy số nào sau đây không phải là cấp số nhân?

- A.  $1; -1; 1; -1; \dots$       B.  $3; 3^2; 3^3; 3^4; \dots$   
C.  $a; a^3; a^5; a^7; \dots$   $a \neq 0$ .      D.  $\frac{1}{\pi}; \frac{1}{\pi^2}; \frac{1}{\pi^4}; \frac{1}{\pi^6}; \dots$

**Câu 28.** Một cấp số nhân có hai số hạng liên tiếp là 3 và 12. Số hạng tiếp theo của cấp số nhân là

- A. 15.      B. 21.      C. 36.      D. 48.

**Câu 29.** Trong các dãy số  $u_n$  cho bởi số hạng tổng quát  $u_n$  sau, dãy số nào là một cấp số nhân?

- A.  $u_n = 7 - 3n$ .      B.  $u_n = 7 - 3^n$ .      C.  $u_n = \frac{7}{3n}$ .      D.  $u_n = 7 \cdot 3^n$ .

**Câu 30.** Tìm  $b > 0$  để các số  $\frac{1}{\sqrt{2}}; \sqrt{b}; \sqrt{2}$  theo thứ tự đó lập thành một cấp số nhân.

- A.  $b = -2$ .      B.  $b = -1$ .      C.  $b = 1$ .      D.  $b = 2$ .

**Câu 31.** Cho cấp số nhân  $u_n$  có  $u_1 = -3$  và công bội  $q = -2$ . Tính tổng 10 số hạng đầu tiên của cấp số nhân đã cho.

- A.  $S_{10} = -1025$ .      B.  $S_{10} = -511$ .      C.  $S_{10} = 1025$ .      D.  $S_{10} = 1023$ .

**Câu 32.** Tính tổng tất cả các số hạng của một cấp số nhân có số hạng đầu là  $\frac{1}{2}$ , số hạng thứ tư là 32 và số hạng cuối là 2048.

- A.  $\frac{1365}{2}$ .      B.  $\frac{5416}{2}$ .      C.  $\frac{5461}{2}$ .      D.  $\frac{21845}{2}$ .

**Câu 33.** Tính tổng  $S = -2 + 4 - 8 + 16 - 32 + 64 - \dots + (-2)^{n-1} + (-2)^n$  với  $n \in \mathbb{N}^*$ .

- A.  $S = 2n$ .      B.  $S = 2^n$ .      C.  $S = \frac{-2 \cdot 1 + 2^n}{3}$ .      D.  $S = -2 \cdot \frac{1 - (-2)^n}{3}$ .

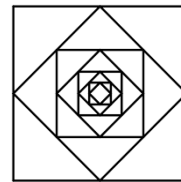
**Câu 34.** Gọi  $S = 8 + 88 + 888 + \dots + \underbrace{888\dots 8}_{n \text{ số } 8}$  thì  $S$  nhận giá trị nào sau đây?

- A.  $\frac{80}{81} 10^n - 1 - \frac{8}{9}n$ .      B.  $\frac{80}{81} 10^n - 1 - n$ .  
 C.  $\frac{5}{4} 10^n - 1 - \frac{5}{4}n$ .      D.  $\frac{5}{4} 10^n - 1 - n$ .

**Câu 35.** Người ta thiết kế một cái tháp gồm 11 tầng. Diện tích mặt trên của mỗi tầng bằng nửa diện tích mặt trên của tầng ngay bên dưới và diện tích mặt trên của tầng 1 bằng nửa diện tích của đế tháp (có diện tích là  $12288 \text{ m}^2$ ). Diện tích mặt trên cùng (của tầng thứ 11) có giá trị nào sau đây?

- A.  $6 \text{ m}^2$ .      B.  $8 \text{ m}^2$ .      C.  $10 \text{ m}^2$ .      D.  $12 \text{ m}^2$ .

**Câu 36\*.** Một hình vuông  $ABCD$  có cạnh  $AB = a$ , diện tích  $S_1$ . Nối bốn trung điểm  $A_1, B_1, C_1, D_1$  theo thứ tự của bốn cạnh  $AB, BC, CD, DA$  ta được hình vuông thứ hai là  $A_1B_1C_1D_1$  có diện tích  $S_2$ . Tiếp tục như thế ta được hình vuông thứ ba là  $A_2B_2C_2D_2$  có diện tích  $S_3, \dots$  và cứ tiếp tục làm như vậy ta được



các hình vuông lần lượt có diện tích  $S_4, S_5, \dots, S_{10}$ . Tổng  $S_1 + S_2 + S_3 + \dots + S_{10}$  bằng

- A.  $2a^2$ .      B.  $2a^2 \left(1 - \frac{1}{2^9}\right)$ .      C.  $2a^2 \left(1 - \frac{1}{2^{10}}\right)$ .      D.  $2a^2 \left(\frac{1}{2^{10}} - 1\right)$ .

**Câu 37.**  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sin 2021n}{n}$  có kết quả nào sau đây?

- A. 0.      B. 1.      C. 2021.      D.  $+\infty$ .

**Câu 38.**  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{-3}{4n^2 - 2n + 1}$  có kết quả nào sau đây?

- A.  $-\infty$ .      B. -1.      C.  $-\frac{3}{4}$ .      D. 0.

**Câu 39.**  $\lim_{n \rightarrow \infty} n+1 \sqrt{\frac{2n+2}{n^4+n^2-1}}$  có kết quả nào sau đây?

- A.  $-\infty$ .      B.  $+\infty$ .      C. 0.      D. 1.

**Câu 40.**  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{9n^2-n} - \sqrt{n+2}}{3n-2}$  có kết quả nào sau đây?

- A. 0.      B. 1.      C. 3.      D.  $+\infty$ .

**Câu 41.**  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{-n^2+2n+1}{\sqrt{3n^4+2}}$  có kết quả nào sau đây?

- A.  $-\frac{2}{3}$ .      B.  $-\frac{\sqrt{3}}{3}$ .      C.  $-\frac{1}{2}$ .      D.  $\frac{1}{2}$ .

**Câu 42.**  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^3 - 2n}{1 - 3n^2}$  có kết quả nào sau đây?

- A.  $-\infty$ .                      B.  $+\infty$ .                      C.  $-\frac{1}{3}$ .                      D.  $\frac{2}{3}$ .

**Câu 43.** Giới hạn nào sau đây bằng 0 ?

- A.  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3 + 2n^3}{2n^2 - 1}$ .                      B.  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n^2 - 3}{-2n^3 - 4}$ .                      C.  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n - 3n^3}{-2n^2 - 1}$ .                      D.  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n^2 - 3n^4}{-2n^4 + n^2}$ .

**Câu 44.** Dãy số nào sau đây có giới hạn bằng  $-\frac{1}{3}$  ?

- A.  $u_n = \frac{n^2 - 2n}{3n^2 + 5}$ .                      B.  $u_n = \frac{-n^4 + 2n^3 - 1}{3n^3 + 2n^2 - 1}$ .  
C.  $u_n = \frac{n^2 - 3n^3}{9n^3 + n^2 - 1}$ .                      D.  $u_n = \frac{-n^2 + 2n - 5}{3n^3 + 4n - 2}$ .

**Câu 45.** Dãy số nào sau đây có giới hạn là  $+\infty$  ?

- A.  $u_n = \frac{1 + n^2}{5n + 5}$ .                      B.  $u_n = \frac{n^2 - 2}{5n + 5n^3}$ .                      C.  $u_n = \frac{n^2 - 2n}{5n + 5n^2}$ .                      D.  $u_n = \frac{1 + 2n}{5n + 5n^2}$ .

**Câu 46.** Dãy số nào sau đây có giới hạn là  $-\infty$  ?

- A.  $u_n = \frac{1 + 2n}{5n + 5n^2}$ .                      B.  $u_n = \frac{n^3 + 2n - 1}{-n + 2n^3}$ .                      C.  $u_n = \frac{2n^2 - 3n^4}{n^2 + 2n^3}$ .                      D.  $u_n = \frac{n^2 - 2n}{5n + 1}$ .

**Câu 47.**  $\lim_{n \rightarrow \infty} 3n^4 + 4n^2 - n + 1$  có kết quả nào sau đây?

- A.  $-\infty$ .                      B.  $+\infty$ .                      C. 3.                      D. 7.

**Câu 48.**  $\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{n^2 - 1} - \sqrt{3n^2 + 2})$  có kết quả nào sau đây?

- A.  $-\infty$ .                      B.  $+\infty$ .                      C. -2.                      D. 0.

**Câu 49.**  $\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{n^2 + 2n} - \sqrt{n^2 - 2n})$  có kết quả nào sau đây?

- A. 1.                      B. 2.                      C. 4.                      D.  $+\infty$ .

**Câu 50.**  $\lim_{n \rightarrow \infty} [\sqrt{n} \sqrt{n+1} - \sqrt{n-1}]$  có kết quả nào sau đây?

- A. -1.                      B. 0.                      C. 1.                      D.  $+\infty$ .

**Câu 51.**  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3^n - 2 \cdot 5^{n+1}}{2^{n+1} + 5^n}$  có kết quả nào sau đây?

- A. -15.                      B. -10.                      C. 10.                      D. 15.

**Câu 52.**  $\lim_{n \rightarrow \infty} 3^4 \cdot 2^{n+1} - 5 \cdot 3^n$  có kết quả nào sau đây?

- A.  $-\infty$ .                      B.  $+\infty$ .                      C. -1.                      D.  $\frac{1}{3}$ .

**Câu 53.**  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\frac{1}{2} + 1 + \frac{3}{2} + \dots + \frac{n}{2}}{n^2 + 1}$  có kết quả nào sau đây?

- A. 1.                      B.  $\frac{1}{2}$ .                      C.  $\frac{1}{4}$ .                      D.  $\frac{1}{8}$ .

**Câu 54.**  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1 + 2 + 2^2 + \dots + 2^n}{3 + 3^2 + 3^3 + \dots + 3^n}$  có kết quả nào sau đây?

- A. 0.                      B.  $\frac{2}{3}$ .                      C.  $\frac{3}{2}$ .                      D. 3.

**Câu 55.**  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left[ \frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \dots + \frac{1}{n \cdot n+1} \right]$  có kết quả nào sau đây?

- A.  $-\infty$ .                      B. 0.                      C.  $\frac{1}{2}$ .                      D. 1.

**Câu 56.** Tính tổng  $S = 1 + \frac{2}{3} + \frac{4}{9} + \dots + \frac{2^n}{3^n} + \dots$

- A.  $S = 3$ .                      B.  $S = 4$ .                      C.  $S = 5$ .                      D.  $S = 6$ .

**Câu 57.** Số thập phân vô hạn tuần hoàn  $\mathcal{P} = 0,5111\dots$  được biểu diễn bởi phân số tối giản  $\frac{a}{b}$ . Giá trị của  $a+b$  bằng

A. 17.

B. 68.

C. 133.

D. 137.

## II - Bài tập trắc nghiệm hình học không gian :

**Câu 58.** Mệnh đề nào sau đây sai?

A. Hình lăng trụ có các cạnh bên song song và bằng nhau.

B. Hai mặt đáy của hình lăng trụ nằm trên hai mặt phẳng song song.

C. Hai đáy của lăng trụ là hai đa giác đều.

D. Các mặt bên của lăng trụ là các hình bình hành.

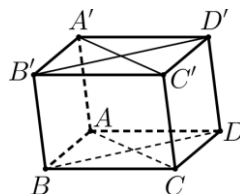
**Câu 59.** Cho hình hộp  $ABCD.A'B'C'D'$ . Mệnh đề nào sau đây sai?

A.  $ABCD \parallel A'B'C'D'$ .

B.  $AA'D'D \parallel BCC'B'$ .

C.  $BDD'B' \parallel ACC'A'$ .

D.  $ABB'A' \parallel CDD'C'$ .



**Câu 60.** Cho hình hộp  $ABCD.A'B'C'D'$ . Mặt phẳng  $AB'D'$  song song với mặt phẳng nào sau đây?

A.  $BA'C'$ .

B.  $C'BD$ .

C.  $BDA'$ .

D.  $ACD'$ .

**Câu 61.** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy là hình bình hành tâm  $O$ . Gọi  $M, N$  lần lượt là trung điểm của  $SA, AD$ . Mặt phẳng  $MNO$  song song với mặt phẳng nào sau đây?

A.  $SBC$ .

B.  $SAB$ .

C.  $SAD$ .

D.  $SCD$ .

**Câu 62.** Cho hình chóp  $S.ABC$ .

Gọi  $M, N, P$  lần lượt là trung điểm của các cạnh  $SA, SB, SC$ .

Gọi  $A' = BP \cap CN, B' = CM \cap AP$  và

$C' = AN \cap BM$ .

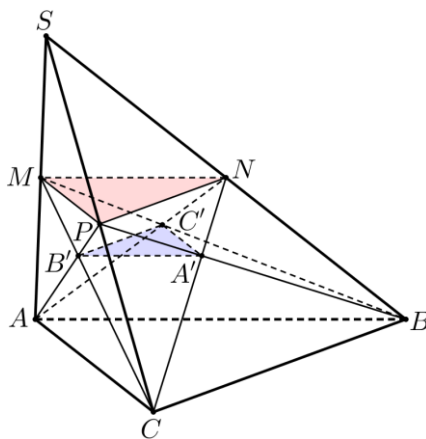
Mệnh đề nào sau đây sai?

A.  $MNP \parallel ABC$ .

B.  $A'B'C' \parallel ABC$ .

C.  $A'B'C' \parallel MNP$ .

D.  $ABC$  cắt  $MNP$ .



**Câu 63.** Cho hình lăng trụ  $ABC.A'B'C'$ . Gọi  $I, J, K$  lần lượt là trọng tâm của các tam giác  $ABC, ACC', A'B'C'$ . Mặt phẳng nào sau đây song song với mp  $IJK$  ?

A.  $AA'C$ .

B.  $A'BC'$ .

C.  $ABC$ .

D.  $BB'C'$ .

**Câu 64.** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy là hình bình hành tâm  $O$ . Gọi  $\alpha$  là mặt phẳng đi qua  $O$

và song song với mặt phẳng  $SAD$ . Mặt phẳng  $\alpha$  cắt  $AB, CD, SC, SB$  lần lượt tại  $M, N, P, Q$ .

Mệnh đề nào sau đây sai?

A.  $NQ \parallel SAD$ .

B.  $MP \parallel SAD$ .

C.  $PN \parallel SAB$ .

D.  $OQ \parallel SCD$ .



**Câu 73.** Cho hình lập phương  $ABCD.A_1B_1C_1D_1$ . Gọi  $O$  là tâm của hình lập phương. Chọn đẳng thức đúng?

A.  $\overrightarrow{AO} = \frac{1}{3}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA_1})$

B.  $\overrightarrow{AO} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA_1})$

C.  $\overrightarrow{AO} = \frac{1}{4}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA_1})$

D.  $\overrightarrow{AO} = \frac{2}{3}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA_1})$ .

**Câu 74.** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy là hình bình hành tâm  $O$ . Gọi  $G$  là điểm thỏa mãn:  $\overrightarrow{GS} + \overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} = \vec{0}$ . Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng?

A.  $G, S, O$  không thẳng hàng.

B.  $\overrightarrow{GS} = 4\overrightarrow{OG}$

C.  $\overrightarrow{GS} = 5\overrightarrow{OG}$

D.  $\overrightarrow{GS} = 3\overrightarrow{OG}$ .

**Câu 75.** Cho tứ diện  $ABCD$ . Gọi  $P, Q$  là trung điểm của  $AB$  và  $CD$ . Chọn khẳng định đúng?

A.  $\overrightarrow{PQ} = \frac{1}{4}(\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{AD})$ .

B.  $\overrightarrow{PQ} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{AD})$ .

C.  $\overrightarrow{PQ} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{BC} - \overrightarrow{AD})$ .

D.  $\overrightarrow{PQ} = \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{AD}$ .



## PHẦN TƯ LUẬN

**I–Phương pháp quy nạp , dãy số ,cấp số cộng , cấp số nhân , giới hạn dãy số :**

**Bài 1 :** Chứng minh rằng với mọi  $n \in \mathbb{N}^*$ , ta có:

a)  $1^2 + 2^2 + \dots + n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$

b)  $1.4 + 2.7 + \dots + n(3n+1) = n(n+1)^2$

c)  $2^n > 2n+1$  ( $n \geq 3$ )

d)  $n^3 + 11n$  chia hết cho 6.

e)  $7.2^{2n-2} + 3^{2n-1}$  chia hết cho 5.

**Bài 2 :** Hãy viết 5 số hạng đầu của dãy số  $(u_n)$  cho bởi:

a)  $u_n = \frac{2n^2 - 1}{n^2 + 1}$

b)  $u_1 = 15, u_2 = 9, u_{n+2} = u_n - u_{n+1}$

**Bài 3 :** Xét tính tăng, giảm của các dãy số  $(u_n)$  cho bởi:

a)  $u_n = \frac{2n+1}{3n-2}$

b)  $u_n = \frac{4^n - 1}{4^n + 5}$

c)  $u_n = \frac{(-1)^n}{n+2}$

**Bài 4 :** Xét tính bị chặn trên, bị chặn dưới, bị chặn của các dãy số  $(u_n)$  cho bởi:

a)  $u_n = \frac{2n+3}{n+2}$

b)  $u_n = n^2 + 4$

c)  $u_n = (-1)^n \cos \frac{\pi}{2n}$

**Bài 5 :** Tìm số hạng đầu và công sai của cấp số cộng, biết:

a)  $\begin{cases} u_1 + u_5 - u_3 = 10 \\ u_1 + u_6 = 17 \end{cases}$

d)  $\begin{cases} u_7 - u_3 = 8 \\ u_2 \cdot u_7 = 75 \end{cases}$

e)  $\begin{cases} u_7 + u_{15} = 60 \\ u_4^2 + u_{12}^2 = 1170 \end{cases}$

**Bài 6 :** Giữa các số 7 và 35 hãy đặt thêm 6 số nữa để được một cấp số cộng.

**Bài 7 :** a) Tìm 3 số hạng liên tiếp của một cấp số cộng, biết tổng của chúng là 27 và tổng các bình phương của chúng là 293.

b) Tìm 4 số hạng liên tiếp của một cấp số cộng, biết tổng của chúng bằng 22 và tổng các bình phương của chúng bằng 66.

**Bài 8 :** Tìm  $x$  để 3 số  $a, b, c$  lập thành một cấp số cộng, với:

$$a = 10 - 3x; b = 2x^2 + 3; c = 7 - 4x$$

**Bài 9 :** Chứng minh rằng nếu 3 số  $a, b, c$  lập thành một cấp số cộng thì các số  $x, y, z$  cũng lập thành một cấp số cộng, với:

$$x = b^2 + bc + c^2; y = c^2 + ca + a^2; z = a^2 + ab + b^2$$

**Bài 10 :** Cho phương trình  $x^4 - (3m+4)x^2 + (m+1)^2 = 0$ . Định  $m$  để phương trình có bốn nghiệm phân biệt lập thành một cấp số cộng.

**Bài 11 :** Người ta trồng 3003 cây theo một hình tam giác như sau: hàng thứ nhất có 1 cây, hàng thứ hai có 2 cây, hàng thứ ba có 3 cây, .... Hỏi có bao nhiêu hàng?

**Bài 12 :** Tìm số hạng đầu và công bội của cấp số nhân, biết:

a)  $\begin{cases} u_4 - u_2 = 72 \\ u_5 - u_3 = 144 \end{cases}$

b)  $\begin{cases} u_1 - u_3 + u_5 = 65 \\ u_1 + u_7 = 325 \end{cases}$

c)  $\begin{cases} u_3 + u_5 = 90 \\ u_2 - u_6 = 240 \end{cases}$

**Bài 13 :** Giữa các số 160 và 5 hãy chèn vào 4 số nữa để tạo thành một cấp số nhân.

**Bài 14 :** Với giá trị  $x$  nào dưới đây thì các số  $-4; x; -9$  theo thứ tự đó lập thành một cấp số nhân?

**Bài 15 :** Tìm 3 số hạng liên tiếp của một cấp số nhân biết tổng của chúng là 19 và tích là 216.

**Bài 16 :** a) Tìm số hạng đầu của một cấp số nhân, biết rằng công bội là 3, tổng số các số hạng là 728 và số hạng cuối là 486.

b) Tìm công bội của một cấp số nhân có số hạng đầu là 7, số hạng cuối là 448 và tổng số các số hạng là 889.

**Bài 17 :** Tìm 4 số hạng đầu của một cấp số nhân, biết rằng tổng 3 số hạng đầu là  $\frac{148}{9}$ , đồng thời, theo thứ tự, chúng là số hạng thứ nhất, thứ tư và thứ tám của một cấp số cộng.

**Bài 18 :** Chứng minh rằng nếu 3 số  $\frac{2}{y-x}, \frac{1}{y}, \frac{2}{y-z}$  lập thành một cấp số cộng thì 3 số  $x, y, z$  lập thành một cấp số nhân.

**Bài 19 :** Tính các giới hạn sau:

1)  $\lim \frac{n^2 - 4n + 5}{3n^3 - n - 7}$

2)  $\lim \frac{2n^2 - n + 3}{3n^2 + 2n + 1}$

3)  $\lim \frac{2n^4 + n^2 - 3}{3n^3 - 2n^2 + 1}$

4)  $\lim \left( \frac{2n^3}{2n^2 + 3} + \frac{1 - 5n^2}{5n + 1} \right)$

5)  $\lim \frac{(n^2 + 1)(5n + 3)^2}{(2n^3 - 1)(n + 1)^3}$

6)  $\lim \frac{\sqrt{n^2 + 1} - \sqrt{n + 1}}{n + 2}$

7)  $\lim \frac{\sqrt[3]{n^3 + 1} + n}{\sqrt{2n^2 - 1} + 1}$

8)  $\lim \frac{1 + 2 \cdot 3^n - 7^n}{5^n + 2 \cdot 7^n}$

9)  $\lim(3n^3 - 5n + 1)$

10)  $\lim(\sqrt{n^2 + n + 2} - \sqrt{n + 1})$

11)  $\lim(\sqrt{3n^2 - n + 5} - n)$ .

12)  $\lim(\sqrt[3]{8n^3 - n^2 + n - 2} - n)$ .

13)  $\lim(\sqrt{9n^2 + 2n - 1} - \sqrt{4n^2 + 1})$ .

14)  $\lim(\sqrt{n^2 + 2n - n - 1})$

15)  $\lim(\sqrt[3]{n^2 - n^3 + n})$

16)  $\lim \frac{1}{\sqrt{n^2 + 2} - \sqrt{n^2 + 4}}$

17)  $\lim \frac{n}{\sqrt{3n^2 + 1} - \sqrt{n^2 - 1}}$

18)  $\lim \frac{\sqrt{4n^2 + 1} - 2n - 1}{\sqrt{n^2 + 4n + 1} - n}$

## II – Hình học không gian :

**Bài 1 :** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình bình hành tâm  $O$ . Gọi  $M, N, P$  lần lượt là trung điểm  $SA, SB, SD$  và  $K, I$  là trung điểm của  $BC, OM$ .

a) Chứng minh:  $(OMN)$  song song  $(SCD)$     b) Chứng minh:  $(PMN)$  song song  $(ABCD)$

c) Chứng minh:  $KI$  song song  $(SCD)$

**Bài 2 :** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình bình hành tâm  $O$ . Gọi  $M, N$  lần lượt là trung điểm của  $SA, SD$ .

a, Chứng minh rằng:  $(OMN)$  song song  $(SBC)$

b, Gọi  $P, Q, R$  lần lượt là trung điểm của  $AB, ON, SB$ .

Chứng minh:  $PQ$  song song  $(SBC)$  và  $(MOR)$  song song  $(SCD)$

**Bài 3 :** Cho các hình bình hành  $ABCD, ABEF$  nằm trên hai mặt phẳng khác nhau. Trên các đường chéo  $AC, BF$  lấy các điểm  $M, N$  sao cho  $MC = 2AM, NF = 2BN$ . Qua  $M, N$  lần lượt kẻ các đường thẳng song song với cạnh  $AB$ , cắt các cạnh  $AD, AF$  theo thứ tự tại  $M_1, N_1$ .

Chứng minh rằng :

a)  $MN$  song song  $DE$

b)  $M_1 N_1$  song song  $(DEF)$

c)  $(MNM_1N_1)$  song song  $(DEF)$

**Bài 4 :** Cho hình chóp S.ABCD có đáy là hình thang ABCD,  $AD \parallel BC$ ,  $AD = 2BC$ . Gọi E, F, I lần lượt là trung điểm của các cạnh SA, AD, SD.

- Chứng minh  $(EFB) \parallel (SCD)$ . Từ đó chứng minh  $CI \parallel (EFB)$ .
- Tìm giao tuyến của  $(SBC)$  và  $(SAD)$ . Tìm giao điểm K của FI với giao tuyến này, chứng minh  $(SBF) \parallel (KCD)$ .

**Bài 5:** Cho hình hộp ABCD.A'B'C'D' có các cạnh AA', BB', CC', DD' song song với nhau.

- Chứng minh hai mặt phẳng  $(BDA')$  và  $(B'D'C)$  song song với nhau.
- Chứng minh rằng đường chéo AC' đi qua trọng tâm G và G' lần lượt của hai tam giác BDA' và B'D'C.
- Chứng minh G và G' chia đoạn AC' thành ba phần bằng nhau.

**Bài 6 :** Cho hình lăng trụ tam giác ABC.A'B'C'. Gọi I, K, G lần lượt là trọng tâm của các tam giác ABC, A'B'C', A'CC'. Chứng minh:

- $(IKG)$  song song với  $(BB'C'C)$ .
- Xác định thiết diện của lăng trụ với mặt phẳng  $(IKG)$ . Thiết diện là hình gì?
- Gọi H là trung điểm của BB', chứng minh  $(AHI) \parallel (A'KG)$

**Bài 7 :** Cho hình chóp S.ABCD. Gọi O là giao điểm của AC và BD. Gọi M là trung điểm của AD. Gọi  $(\alpha)$  và  $(\beta)$  là mặt phẳng qua điểm M và lần lượt song song với mặt phẳng  $(SBD)$  và  $(SAC)$ .

- Xác định thiết diện của hình chóp cắt bởi mp $(\alpha)$ .
- Xác định thiết diện của hình chóp cắt bởi mp $(\beta)$ .
- Gọi H và K lần lượt là giao điểm của  $(\alpha)$  và  $(\beta)$  với AC và BD. Chứng minh tứ giác OHMK là hình bình hành.

**Bài 8:** Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình bình hành. Chứng minh rằng

$$\vec{SA} + \vec{SC} = \vec{SB} + \vec{SD}$$

**Bài 9:** Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình chữ nhật. Chứng minh:

$$\vec{SA}^2 + \vec{SC}^2 = \vec{SB}^2 + \vec{SD}^2$$

**Bài 10:** Cho tứ diện ABCD. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB và CD. Chứng minh:

$$a) \vec{MN} = \frac{1}{2} \vec{AD} + \vec{BC} = \frac{1}{2} \vec{AC} + \vec{BD}$$

$$b) \text{Điểm G là trọng tâm của tứ diện khi và chỉ khi: } \vec{GA} + \vec{GB} + \vec{GC} + \vec{GD} = \vec{0}$$

**Bài 11 :** Cho hình hộp ABCD.A'B'C'D' với tâm O. Chứng minh:

$$a) \vec{AC'} = \vec{AB} + \vec{AD} + \vec{AA'}$$

$$b) \vec{AB} + \vec{B'C'} + \vec{D'D} = \vec{AD} + \vec{D'C'} + \vec{B'B} = \vec{A'C}$$

$$c) \vec{OA} + \vec{OB} + \vec{OC} + \vec{OD} + \vec{OA'} + \vec{OB'} + \vec{OC'} + \vec{OD'} = \vec{0}$$

**Bài 12:** Cho hình lăng trụ ABC.A'B'C'. Đặt  $\vec{AA'} = \vec{a}$ ;  $\vec{AB} = \vec{b}$ ;  $\vec{AC} = \vec{c}$ .

$$a) \text{Hãy biểu diễn các véc tơ } \vec{B'C}, \vec{BC'} \text{ theo các véc tơ } \vec{a}, \vec{b}, \vec{c}.$$

$$b) \text{Gọi G' là trọng tâm của tam giác A'B'C'}. \text{Biểu thị véc tơ } \vec{AG'} \text{ qua } \vec{a}, \vec{b}, \vec{c}.$$

**Bài 13 :** Cho hình hộp  $ABCD.A'B'C'D'$ . Đặt  $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$ ;  $\overrightarrow{AD} = \vec{b}$ ;  $\overrightarrow{AA'} = \vec{c}$ . Hãy biểu thị các vectơ  $\overrightarrow{AC'}$ ,  $\overrightarrow{BD'}$ ,  $\overrightarrow{CA'}$ ,  $\overrightarrow{DB'}$ ,  $\overrightarrow{BC'}$ ,  $\overrightarrow{A'D}$  theo các véc tơ  $\vec{a}$ ,  $\vec{b}$ ,  $\vec{c}$ .

**Bài 14 :** Cho tam giác  $ABC$ . Lấy điểm  $S$  nằm ngoài mặt phẳng  $(ABC)$ . Trên đoạn  $SA$  lấy điểm  $M$  sao cho  $\overrightarrow{MS} = -2\overrightarrow{MA}$  và trên đoạn  $BC$  lấy điểm  $N$  sao cho  $\overrightarrow{NB} = -\frac{1}{2}\overrightarrow{NC}$ . Chứng minh rằng

ba véc tơ  $\overrightarrow{AB}$ ,  $\overrightarrow{MN}$ ,  $\overrightarrow{SC}$  đồng phẳng.

**Bài 15 :** Cho hình chóp  $S.ABC$  có  $SA = SB = SC = AB = AC = a$  và  $BC = a\sqrt{2}$ . Tính góc giữa hai véc tơ  $\overrightarrow{AB}$  và  $\overrightarrow{SC}$ .