

Nội dung. 1. Hàm số lượng giác và phương trình lượng giác.

2. Dãy số. Cấp số cộng và cấp số nhân.

3. Giới hạn. Hàm số liên tục.

4. Đường thẳng và mặt phẳng trong không gian. Quan hệ song song.

CHƯƠNG I. HÀM SỐ LƯỢNG GIÁC VÀ PHƯƠNG TRÌNH LƯỢNG GIÁC

I. Tự luận

Bài 1. a) Cho $\frac{\pi}{2} < x < \pi$ và $\sin x = \frac{3}{4}$. Tính $\cos x$, $\tan x$, $\cot x$, $\cos(x + \frac{\pi}{3})$; $\cos 2x$;

b) Cho $\frac{\pi}{2} < x < \frac{3\pi}{2}$ và $\tan x = 3$. Tính $\sin(x - \frac{\pi}{6})$, $\cos x$, $\cot(x - \frac{\pi}{4})$, $\cos 4x$.

c) Cho $\sin(a + 90^\circ) + \sin(180^\circ - a) + \tan a + \cot(270^\circ + a) = m$. Tính $\sin 2a$, $\cos 4a$ theo m .

d) Cho $\tan x = 4$. Tính $A = \frac{3 \sin x - 2 \cos x}{2 \sin x + \cos x}$; $B = \frac{\sin^2 x - \sin x \cdot \cos x + 2}{2 \cos^2 x + 1}$

e) Cho $\tan 2a = \frac{-4}{3}$ và $-\frac{\pi}{2} < x < \frac{\pi}{2}$. Tính $\sin a$; $\cos a$; $\cos \frac{a}{2}$.

Bài 2. Đồng hồ ở bưu điện Hà Nội có kim phút dài 1,75m và kim giờ dài 1,26m. Hỏi

a) Sau 60 phút, đầu mũi kim giờ và kim phút của đồng hồ quét cung tròn có độ dài là bao nhiêu?

b) Đồng hồ đang chỉ 12h. Sau khoảng bao lâu thì cung tròn do mũi kim phút quét lên dài gấp 20 lần so với mũi kim giờ

Bài 3. Cho tam giác ABC. Chứng minh rằng $\frac{\sin^3 \frac{B}{2}}{\cos\left(\frac{A+2B+C}{2}\right)} - \frac{\cos^3 \frac{B}{2}}{\sin\left(\frac{A+2B+C}{2}\right)} = \tan A \cdot \cot(B+C)$

Bài 4. Đơn giản các biểu thức sau(giả sử các biểu thức sau đều có nghĩa)

a) $A = \cos(5\pi - x) - \sin\left(\frac{3\pi}{2} + x\right) + \tan\left(\frac{3\pi}{2} - x\right) + \cot(3\pi - x)$

b) $B = \frac{\sin^6 x + \cos^6 x + 2}{\sin^4 x + \cos^4 x + 1}$

c) $C = \frac{\sin^2 2x - 4 \sin^2 x}{\sin^2 2x + 4 \sin^2 x - 4}$

d) $D = \frac{\cot \frac{a}{2} + \tan \frac{a}{2}}{\cot \frac{a}{2} - \tan \frac{a}{2}}$

e) $E = \frac{\sin 3x \cdot \cos 5x - \sin 5x \cdot \cos 3x}{\cos x}$

Bài 5. Cho tam giác ABC. Chứng minh.

a) $\sin A + \sin B + \sin C = 4 \cdot \cos \frac{A}{2} \cdot \cos \frac{B}{2} \cdot \cos \frac{C}{2}$.

b) $\sin 2A + \sin 2B + \sin 2C = 4 \cdot \sin A \cdot \sin B \cdot \sin C$

c) $\cos A + \cos B + \cos C = 1 + 4 \cdot \sin \frac{A}{2} \cdot \sin \frac{B}{2} \cdot \sin \frac{C}{2}$.

f) $\cos 2A + \cos 2B + \cos 2C = -1 - 4 \cdot \cos A \cdot \cos B \cdot \cos C$

Bài 6. Tính giá trị các biểu thức.

a) $A = \cos 75^\circ \cdot \cos 15^\circ$.

b) $B = \sin 20^\circ \cdot \sin 40^\circ \cdot \sin 80^\circ$.

Bài 7. Rút gọn các biểu thức.

a) $A = \sin 10^0 + \sin 20^0 + \sin 30^0 + \dots + \sin 80^0$ (gợi ý. nhân hai vế với $\sin 5^0$)

b) $B = \cos 30^0 + \cos 50^0 + \cos 70^0 + \dots + \cos 350^0$. ((gợi ý. nhân hai vế với $\sin 10^0$)

Bài 8. Tìm tập xác định của các hàm số sau.

a) $y = \frac{\cot x}{\cos 2x - 1}$ b) $y = \frac{\cos x + 2024}{\sqrt{1 + \sin x}}$ c) $y = \cot(x + \frac{\pi}{3})$ d) $y = \sqrt{\frac{1 - \sin x}{\cos x - 1}}$

Bài 9. Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất (nếu có) của các hàm số sau.

a) $y = 3 \sin(2x - \frac{\pi}{6}) - 1$. b) $y = 3 - 2\sqrt{1 + \cos 2x}$. c) $y = 5 - 3 \cos^2 4x$

d) $y = \cos 2x - \sin x + 3$. e) $y = |\cos x| + 4$ với $x \in (-\frac{\pi}{3}; \frac{\pi}{4}]$

Bài 10. Xét tính chẵn, lẻ của các hàm số

a) $y = \sin 2x \cdot \cos 3x$ b) $y = \frac{\tan x}{\cos 5x + 1}$ c) $y = \frac{x \cdot \sin x}{\sin^2 x + 3}$ d) $y = \sin x + \cos x$

Bài 11. Giải các phương trình sau.

a) $\cos(2x - 30^0) = -1$ b) $\cos(x - \frac{\pi}{4}) = -\sin 3x$ c) $2 \sin(x - \frac{\pi}{4}) - 1 = 0$

d) $\sqrt{2} \cos(x + \frac{\pi}{4}) - 1 = 0$ e) $\sqrt{3} \cot(x + \frac{\pi}{4}) + 1 = 0$ f) $\tan 3x = -1$

g) $\cos^2(\frac{\pi}{3} - 2x) = \sin^2(x + \frac{\pi}{4})$ h) $\sin(\frac{\pi}{2} \cdot \cos x) = 1$

Bài 12. Tìm các nghiệm thuộc $[-3\pi; 3]$ của phương trình

a) $(\cos x - 1)(2 \cos x + 3) = 0$. b) $\frac{2 \sin x - 1}{2 \cos x + \sqrt{3}} = 0$

Bài 13. Tính tổng các nghiệm thuộc $[-10\pi; 10\pi]$ của phương trình. $2 \cos 4x - 1 = 0$

Bài 14. Cho đồ thị hai hàm số $y = \sin x$ (C_1) và $y = \cos x$ (C_2) cùng vẽ trên một trục tọa độ. Hai điểm phân biệt A và B là hai giao điểm có hoành độ âm và gần Oy hơn so với tất cả các giao điểm khác cũng có hoành độ âm. Tìm hoành độ của A và B biết $x_B < x_A$.

Bài 15. Cho một vật dao động điều hòa với phương trình $x = 3 \sin(\pi t + \frac{\pi}{6})$. Biết trong khoảng thời gian từ thời điểm $t = 0$ đến thời điểm $t = t_1$ thì vật xuất hiện tại vị trí có $x = 3$ là đúng 5 lần. Tìm t_1 .

II. Trắc nghiệm

Câu 1. Đơn giản biểu thức $A = \frac{2 \cos^2 x - 1}{\sin x + \cos x}$ (với x để A có nghĩa).

A. $A = \cos x + \sin x$. **B.** $A = \cos x - \sin x$. **C.** $A = \sin x - \cos x$. **D.** $A = -\sin x - \cos x$.

Câu 2. Cho $P = \sin(\pi + \alpha) \cdot \cos(\pi - \alpha)$ và $Q = \sin(\frac{\pi}{2} - \alpha) \cdot \cos(\frac{\pi}{2} + \alpha)$. Mệnh đề nào dưới đây là đúng ?

- A. $P+Q=0$. B. $P+Q=-1$. C. $P+Q=1$. D. $P+Q=2$.

Câu 3. Biết A, B, C là các góc của tam giác ABC , mệnh đề nào sau đây đúng.

- A. $\sin(A+C) = -\sin B$ B. $\cos(A+C) = -\cos B$
 C. $\tan(A+C) = \cot B$ D. $\cot\left(\frac{A+B}{2}\right) = -\cot\frac{C}{2}$

Câu 4. Cho $\sin\alpha + \cos\alpha = \frac{\sqrt{7}}{2}$ và $0 < \alpha < \frac{\pi}{4}$. Tính $\tan\frac{2\alpha + 2023\pi}{4}$.

- A. $\frac{\sqrt{7}-5}{\sqrt{7}+1}$ B. $\frac{\sqrt{7}-4}{\sqrt{7}+1}$ C. $\frac{38-2\sqrt{3}}{11}$ D. $\frac{\sqrt{7}+5}{\sqrt{7}-1}$

Câu 5. Cho $\pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$. Khẳng định nào sau đây **đúng**?

- A. $\tan\left(\frac{3\pi}{2} - \alpha\right) < 0$. B. $\tan\left(\frac{3\pi}{2} - \alpha\right) > 0$. C. $\tan\left(\frac{3\pi}{2} + \alpha\right) > 0$. D. $\tan(\pi - \alpha) \geq 0$.

Câu 6. Cho biết $\sin x + \cos x = -\frac{1}{2}$. Tính $\sin 2x$.

- A. $\sin 2x = -\frac{3}{4}$. B. $\sin 2x = \frac{3}{4}$. C. $\sin 2x = \frac{1}{2}$. D. $\sin 2x = -1$.

Câu 7. Cho biết $\tan x = 5$. Tính giá trị biểu thức $Q = \frac{3\sin x - 4\cos x}{\cos x + 2\sin x}$.

- A. $Q = 1$. B. $Q = \frac{19}{11}$. C. $Q = -1$. D. $Q = \frac{11}{9}$.

Câu 12. Cho biết $\sin x + \sin y = \sqrt{3}$ và $\cos x - \cos y = 1$. Tính $\cos(x+y)$.

- A. $\cos(x+y) = 1$. B. $\cos(x+y) = -1$. C. $\cos(x+y) = 0$. D. $\cos(x+y) = \frac{1}{2}$.

Câu 13. Cho các khẳng định.

- (I). $\sin x - \sin y = -2\sin\frac{x+y}{2} \cdot \sin\frac{x-y}{2}$ (II). $\cos x + \cos y = 2\cos\frac{x+y}{2} \cdot \cos\frac{x-y}{2}$
 (III). $\sin x \cdot \cos y = \frac{1}{2}\left(\sin\frac{x+y}{2} + \sin\frac{x-y}{2}\right)$ (IV). $\sin x \cdot \sin y = -\frac{1}{2}(\cos(x+y) - \cos(x-y))$

Số khẳng định đúng là.

- A. 1. B. 2. C. 3. D. 4.

Câu 14. Trong các hàm số sau đây, hàm số nào là hàm số tuần hoàn?

- A. $y = \cos x \cdot \sin x$ B. $y = x \cdot \tan x$ C. $y = x^3 + x - 1$ D. $y = \frac{x-1}{x+2}$

Câu 15. Cho hàm số $y = \cos x$. Khẳng định nào đúng ?

- A. Đồng biến trên mỗi khoảng $\left(\frac{\pi}{2} + k2\pi; \pi + k2\pi\right)$ với $k \in \mathbb{Z}$

B. Nghịch biến trên mỗi khoảng $\left(-\frac{\pi}{2} + k2\pi; \frac{\pi}{2} + k2\pi\right)$ với $k \in \mathbb{Z}$

C. Đồng biến trên mỗi khoảng $\left(\frac{3\pi}{4} + k2\pi; \frac{5\pi}{4} + k2\pi\right)$ với $k \in \mathbb{Z}$

D. Nghịch biến trên mỗi khoảng $\left(\frac{2\pi}{3} + k2\pi; \frac{7\pi}{6} + k2\pi\right)$ với $k \in \mathbb{Z}$

Câu 16. Điều kiện xác định của hàm số $y = \frac{1}{\tan x}$ là.

A. $x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi$

B. $x \neq \frac{\pi}{4} + k\pi$

C. $x \neq \frac{\pi}{2} + k\frac{\pi}{2}$

D. $x \neq k\pi$

Câu 17. Nghiệm của phương trình $\cos x = 0$ là.

A. $x = -\frac{\pi}{2} + k2\pi$

B. $x = \frac{\pi}{2} + k\pi$

C. $x = k\pi$

D. $x = k2\pi$

Câu 18. Nghiệm của phương trình $\cos x = 0$ là.

A. $x = -\frac{\pi}{2} + k2\pi$

B. $x = \frac{\pi}{2} + k\pi$

C. $x = k\pi$

D. $x = k2\pi$

Câu 19. Nghiệm của phương trình $\sin^2 x = \frac{1}{2}$ là.

A. $x = \pm \frac{\pi}{2} + k2\pi$

B. $x = \frac{\pi}{4} + k\frac{\pi}{2}$

C. $x = \pm \frac{\pi}{3} + k2\pi$

D. $x = \pm \frac{\pi}{4} + k2\pi$

Câu 20. Nghiệm của phương trình $\sqrt{3} - 3\tan x = 0$ là.

A. $x = \frac{\pi}{6} + k\pi$

B. $x = \frac{\pi}{2} + k2\pi$

C. $x = \frac{5\pi}{6} + k\pi$

D. $x = \frac{\pi}{3} + k\pi$

Câu 21. Số nghiệm phân biệt $x \in \left[-\frac{\pi}{2}; \pi\right)$ của phương trình $\frac{\cos^2 x - \cos x}{2\sin^2 x + \sin x} = 0$ là

A. 4

B. 1

C. 2

D. 3

Câu 22. Tập xác định của hàm số. $y = \sqrt{\frac{\cos 2x + 1}{\cos x + 1}}$

a) $D = \mathbb{R} \setminus \{k\pi \mid k \in \mathbb{Z}\}$

b) $D = \{k2\pi \mid k \in \mathbb{Z}\}$

c) $\mathbb{R} \setminus \{\pi + k2\pi \mid k \in \mathbb{Z}\}$

d) \mathbb{R}

Câu 23. Tổng các nghiệm của pt $(7\sin x + 5) = 0$ trong khoảng $0 < x < 2\pi$.

A. π .

B. 2π .

C. 3π .

D. $3\pi/2$.

Câu 24. Biết phương trình $4\sin 2x = m + 1$ có nghiệm. Số giá trị nguyên của m là

A. 4.

B. 9.

C. 3.

D. 17.

Câu 25. Biết phương trình $5\tan 3x = m$ có nghiệm. Số giá trị nguyên thuộc $[-20; 10]$ của m là

A. 31.

B. 11.

C. 10.

D. 12.

I. Tự luận

Bài 1. Cho dãy số (u_n) được xác định bởi $u_n = \frac{n^2 + 3n + 7}{n + 1}$

a) Viết năm số hạng đầu của dãy. b) Dãy số có bao nhiêu số hạng nhận giá trị nguyên?

Bài 2. Cho dãy số (u_n) xác định bởi. $\begin{cases} u_1 = 1 \\ u_n = u_{n-1} + 3 \quad \forall n \geq 2 \end{cases}$

a) Viết năm số hạng đầu của dãy. b) Chứng minh dãy (u_n) là dãy tăng

Bài 3. Cho dãy số (u_n) . Chứng minh rằng

a) với $u_n = 6 - 3n$ thì dãy (u_n) giảm và bị chặn trên

b) với $u_n = \frac{n+6}{n+3}$ thì dãy (u_n) giảm và bị chặn

c) với $u_n = \frac{(n+7)!}{3^n}$ thì dãy (u_n) là dãy tăng và bị chặn dưới.

Bài 4. Dãy số (u_n) có số hạng tổng quát như sau có phải là cấp số cộng không? Nếu phải hãy xác định số công sai?

a. $u_n = 2n + 3$ b. $u_n = \frac{-3n+1}{7}$ c. $u_n = n^2 + 1$ d. $u_n = \frac{1}{n}$

Bài 5. Cho cấp số cộng (u_n) thỏa. $\begin{cases} u_2 - u_3 + u_5 = 10 \\ u_4 + u_6 = 26 \end{cases}$

a) Xác định công sai và công thức của số hạng tổng quát u_n

b) Số 37 có thuộc cấp số cộng không? Nếu thuộc thì 37 là số hạng thứ mấy?

c) Tính $S = u_1 + u_4 + u_7 + \dots + u_{2011}$.

Bài 6. Cho một cấp số cộng (u_n) có $u_1 = 1$ và tổng 100 số hạng đầu bằng 14950.

Tính $S = \frac{1}{u_1 u_2} + \frac{1}{u_2 u_3} + \dots + \frac{1}{u_{70} u_{71}}$

Bài 7. Tìm bốn số hạng liên tiếp của một cấp số cộng biết tổng của chúng bằng 20 và tổng các bình phương của chúng bằng 120.

Bài 8. Cho ba số dương a, b, c và $a^2; b^2; c^2$ theo thứ tự lập thành cấp số cộng. Chứng minh rằng

$\frac{a}{b+c}; \frac{b}{c+a}; \frac{c}{a+b}$ theo thứ tự cũng lập thành một cấp số cộng.

Bài 9. Hãng taxi đưa ra mức cước là 11.000đ/1km trong 5km đầu tiên; và cứ mỗi 5 km tiếp theo thì mức cước giảm 500đ/1km so với mức cước ở 5km trước đó, và không đổi khi mức cước là 7000đ/km.

Ngoài ra công ty có thể cho khách hàng kí hợp đồng trọn gói chuyên đi.

Anh A hay đi công tác ở tỉnh xa. Nếu đi đến cách nhà 93km và chỉ xét về kinh tế, thì anh A nên chọn cách tính theo giá taxi thông thường hay trả trọn gói là 850.000đ/chuyên.

Bài 10. Xác định cấp số nhân (u_n) biết. a) $\begin{cases} u_3 = 15 \\ u_5 = 135 \\ u_6 < 0 \end{cases}$ b) $\begin{cases} u_1 + u_5 = 164 \\ u_2 + u_3 + u_4 = 78 \end{cases}$

Bài 11. Cho ba số dương a, b, c lập thành một cấp số nhân. Chứng minh rằng ba số

$$\frac{1}{3}(a+b+c); \sqrt{\frac{1}{3}(ab+bc+ca)}; \sqrt[3]{abc} \text{ cũng lập thành một cấp số nhân.}$$

Bài 12. Cho cấp số nhân (u_n) thỏa.
$$\begin{cases} u_4 = \frac{2}{27} \\ u_3 = 243u_8 \end{cases}$$

a) Viết năm số hạng đầu của cấp số. Số $\frac{2}{6561}$ là số hạng thứ bao nhiêu của cấp số ?

b) Tính tổng 10 số hạng đầu của cấp số.

Bài 13. Bố mẹ bạn X mang tiền gửi ngân hàng theo thể thức lãi kép (lãi nhập gốc vào kì gửi tiếp theo). Số tiền ban đầu là A , lãi suất là r /kì. Bố mẹ nhờ X giải thích, đưa ra công thức về số tiền nhận được (giả sử toàn bộ quá trình lãi suất không đổi)

a) Sau 1 kì; sau hai kì, sau 3 kì, sau 4 kì và dự đoán công thức sau n kì

b) Nếu cứ sau mỗi kì, bố mẹ bạn X lại mang thêm đúng số tiền A ra ngân hàng để gửi thêm; thì kết thúc kì thứ 12, toàn bộ số tiền nhận về được tính theo công thức nào?

Bài 14. Cho dãy số (u_n) với $u_n = 3^{\frac{n}{2}+1}$

a) Chứng minh dãy số (u_n) là cấp số nhân. Số 19683 là số hạng thứ mấy của dãy số.

b) Tính tổng $S = u_2 + u_4 + u_6 + \dots + u_{20}$.

Bài 15. Tìm các số dương a, b biết $a; a+2b; 2a+b$ theo thứ tự lập thành một cấp số cộng và $(b+1)^2; ab; (a+1)^2$ lập thành một cấp số nhân.

Bài 16. Tính các tổng sau.

a) $T_1 = 1 + 2 + 2^3 + 2^4 + \dots + 2^{100}$.

b) $T_2 = 1 + 2.2 + 3.2^2 + 4.2^3 + \dots + 100.2^{99}$.

c) $T_3 = 1 + 4.2 + 7.2^2 + 10.2^3 + \dots + (3n-2).2^{n-1}$

d) $T_4 = 9 + 99 + 999 + \dots + 99\dots 9$ (số hạng cuối cùng có 50 chữ số 9)

e) $T_5 = 1 + 11 + 111 + \dots + 11\dots 1$ (số hạng cuối cùng có 50 chữ số 1)

f) $T_6 = 6 + 66 + 666 + \dots + 66\dots 6$ (số hạng cuối cùng có 50 chữ số 6)

Bài 17. Xác định m để.

a) Phương trình $x^3 - 3x^2 - 9x + m = 0$ có ba nghiệm phân biệt lập thành cấp số cộng.

b) Phương trình $x^4 - 2(m+1)x^2 + 2m+1 = 0$ (1) có bốn nghiệm phân biệt lập thành cấp số cộng.

Bài 18. Cho 3 số dương có tổng là 65 lập thành một cấp số nhân tăng. Nếu bớt một đơn vị ở số hạng thứ nhất và 19 đơn vị ở số hạng thứ ba ta được một cấp số cộng. Tìm 3 số đó

II. Trắc nghiệm

Câu 1. Cho dãy số có các số hạng đầu là 8, 15, 22, 29, 36, ... Số hạng tổng quát của dãy số này là

A. $u_n = 7n + 7$.

B. $u_n = 7.n$.

C. $u_n = 7.n + 1$.

D. $u_n = n + 7$.

Câu 2. Cho dãy số (u_n) có số hạng tổng quát $u_n = \frac{2n+1}{n+2}$. Số $\frac{167}{84}$ là số hạng thứ mấy của dãy?

A. 300.

B. 212.

C. 250.

D. 249.

Câu 3. Cho dãy số (u_n) với
$$\begin{cases} u_1 = 5 \\ u_{n+1} = u_n + n \end{cases}$$
. Số hạng tổng quát u_n của dãy số là số hạng nào dưới đây?

A. $u_n = \frac{(n-1)n}{2}$.

B. $u_n = 5 + \frac{(n-1)n}{2}$.

C. $u_n = 5 + \frac{(n+1)n}{2}$.

D. $u_n = 5 + \frac{(n+1)(n+2)}{2}$.

Câu 4. Cho dãy số (u_n) : $u_n = \sin \frac{\pi}{n}$. Chọn khẳng định **sai** trong các khẳng định sau đây.

A. Dãy số (u_n) tăng.

B. $u_{n+1} = \sin \frac{\pi}{n+1}$.

C. Dãy số (u_n) bị chặn.
không giảm.

D. Dãy số (u_n) không tăng,

Câu 5. Trong các dãy (u_n) sau đây, dãy nào là dãy số bị chặn?

A. $u_n = \frac{n^2 - n + 1}{n^2 + 2n + 2}$.

B. $u_n = \frac{3n^2 - 1}{n - 5}$.

C. $u_n = -n^2 - n + 1$.

D. $u_n = n^3$.

Câu 6. Cho dãy số (u_n) , với $u_n = 5^{n+1}$. Tìm số hạng u_{n-1} .

A. $u_{n-1} = 5^{n-1}$.

B. $u_{n-1} = 5^n$.

C. $u_{n-1} = 5.5^{n+1}$.

D. $u_{n-1} = 5.5^{n-1}$.

Câu 7. Cho dãy số (u_n) có số hạng tổng quát là $u_n = 2(3^n)$ với $n \in \mathbb{N}^*$. Công thức truy hồi của dãy số đó là.

A. $\begin{cases} u_1 = 6 \\ u_n = 6u_{n-1}, n > 1 \end{cases}$

B. $\begin{cases} u_1 = 6 \\ u_n = 3u_{n-1}, n > 1 \end{cases}$

C. $\begin{cases} u_1 = 3 \\ u_n = 3u_{n-1}, n > 1 \end{cases}$

D. $\begin{cases} u_1 = 3 \\ u_n = 6u_{n-1}, n > 1 \end{cases}$

Câu 8. Dãy số nào sau đây là cấp số cộng?

A. 1; 3; 6; 9; 12.

B. 1; 4; 7; 10; 14.

C. 1; 2; 4; 8; 16.

D. 0; 4; 8; 12; 16.

Câu 9. Trong các dãy sau đây, dãy nào là cấp số cộng?

A. $u_n = 3^n$.

B. $u_n = (-3)^{n+1}$.

C. $u_n = 3n + 1$.

D. $u_n = 5n^2 + n$.

Câu 10. Viết ba số hạng xen giữa các số 2 và 22 để được một cấp số cộng có năm số hạng.

A. 7; 12; 17,

B. 6; 10; 14.

C. 8; 13; 18.

D. 6; 12; 18.

Câu 11. Cho hai số -3 và 23 . Xen kẽ giữa hai số đã cho n số hạng để tất cả các số đó tạo thành cấp số cộng có công sai $d = 2$. Tìm n .

A. $n = 12$.

B. $n = 13$.

C. $n = 14$.

D. $n = 15$.

Câu 12. Cho 2 cấp số cộng hữu hạn 4; 7; 10; 13; 16;... và 1; 6; 11; 16; 21;...; mỗi cấp số cộng có 100 số hạng. Hỏi có tất cả bao nhiêu số có mặt trong cả hai cấp số trên?

A. 21.

B. 20.

C. 18.

D. 19.

Câu 13. Cho cấp số cộng (u_n) có các số hạng đầu lần lượt là 5; 9; 13; 17; Tìm số hạng tổng quát u_n của cấp số cộng.

A. $u_n = 5n + 1$.

B. $u_n = 5n - 1$.

C. $u_n = 4n + 1$.

D. $u_n = 4n - 1$.

Câu 14. Cho cấp số cộng (u_n) có $u_1 = -3$ và $d = \frac{1}{2}$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $u_n = -3 + \frac{1}{2}(n+1)$.

B. $u_n = -3 + \frac{1}{2}n - 1$.

C. $u_n = -3 + \frac{1}{2}(n-1)$.

D. $u_n = -3 + \frac{1}{4}(n-1)$.

Câu 15. Cho cấp số cộng (u_n) có $u_1 = 4$ và $d = -5$. Tính tổng 100 số hạng đầu tiên của cấp số cộng.

A. $S_{100} = 24350$.

B. $S_{100} = -24350$.

C. $S_{100} = -24600$.

D. $S_{100} = 24600$.

Câu 16. Số hạng tổng quát của một cấp số cộng là $u_n = 3n + 4$ với $n \in \mathbb{N}^*$. Gọi S_n là tổng n số hạng đầu tiên của cấp số cộng đã cho. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $S_n = \frac{3^n - 1}{2}$. B. $S_n = \frac{7(3^n - 1)}{2}$. C. $S_n = \frac{3n^2 + 5n}{2}$. D. $S_n = \frac{3n^2 + 11n}{2}$.

Câu 17. Cấp số cộng (u_n) có $S_6 = 18, S_{10} = 110$ thì tổng 20 số hạng đầu tiên là

A. 620. B. 280. C. 360. D. 153.

Câu 18. Xét các số nguyên dương chia hết cho 3. Tổng số 50 số nguyên dương đầu tiên đó bằng.

A. 7650. B. 7500. C. 3900. D. 3825.

Câu 19. Cho cấp số cộng (u_n) có $d = -2$ và $S_8 = 72$. Tìm số hạng đầu tiên u_1 .

A. $u_1 = 16$. B. $u_1 = -16$. C. $u_1 = \frac{1}{16}$. D. $u_1 = -\frac{1}{16}$.

Câu 20. Cho cấp số cộng có tổng n số hạng đầu là $S_n = 3n^2 + 4n, n \in \mathbb{N}^*$. Số hạng thứ 10 của cấp số cộng là

A. $u_{10} = 55$. B. $u_{10} = 67$. C. $u_{10} = 61$. D. $u_{10} = 59$.

Câu 21. Cho một cấp số cộng (u_n) có $u_1 = 1$ và tổng 100 số hạng đầu bằng 24850. Giá trị biểu thức

$$S = \frac{1}{u_1 u_2} + \frac{1}{u_2 u_3} + \dots + \frac{1}{u_{49} u_{50}}$$
 là

A. $S = \frac{9}{246}$. B. $S = \frac{4}{23}$. C. $S = 123$. D. $S = \frac{49}{246}$.

Câu 22. Trong các dãy số (u_n) cho bởi số hạng tổng quát u_n sau, dãy số nào là một cấp số nhân?

A. $u_n = 7 - 3n$. B. $u_n = 7 - 3^n$. C. $u_n = \frac{7}{3n}$. D. $u_n = 7 \cdot 3^n$.

Câu 23. Cho dãy số (u_n) là một cấp số nhân với $u_n \neq 0, n \in \mathbb{N}^*$. Dãy số nào sau đây không phải là cấp số nhân?

A. $u_1; u_3; u_5; \dots$ B. $3u_1; 3u_2; 3u_3; \dots$ C. $\frac{1}{u_1}; \frac{1}{u_2}; \frac{1}{u_3}; \dots$ D. $u_1 + 2; u_2 + 2; u_3 + 2; \dots$

Câu 24. Cho cấp số nhân biết $u_1 = 1; q = 2$. Số hạng thứ 11 là

A. 20 B. 1024 C. 22 D. 2008

Câu 25. Nếu cấp số nhân (u_n) có $u_1 = 3$ và công bội $q = 3$ thì giá trị u_7 là

A. 3^6 B. 3^7 C. 21 D. 3^8

Câu 26. Một cấp số nhân có 6 số hạng, số hạng đầu bằng 2 và số hạng thứ sáu bằng 486. Tìm công bội q của cấp số nhân đã cho.

A. $q = 3$. B. $q = -3$. C. $q = 2$. D. $q = -2$.

Câu 27. Cho cấp số nhân (u_n) có $u_1 = -3$ và $q = -2$. Tính tổng 10 số hạng đầu tiên của cấp số nhân đã cho.

A. $S_{10} = -511$. B. $S_{10} = -1025$. C. $S_{10} = 1025$. D. $S_{10} = 1023$.

Câu 28. Trong một cấp số nhân có các số hạng đều dương, hiệu của số hạng thứ năm và thứ tư là 576, hiệu của số hạng thứ hai và số hạng đầu là 9. Tổng 5 số hạng đầu tiên của cấp số nhân đó bằng

CHƯƠNG III . GIỚI HẠN. HÀM SỐ LIÊN TỤC

I. Tự luận

Bài 1. Chứng minh rằng: a) $\lim_{n \rightarrow 7} \frac{36}{n+7} = 0$ b) $\lim_{n \rightarrow 1} \frac{n+2}{n+1} = 1$. c) $\lim_{n \rightarrow 1} \frac{n^2-1}{2n^2+1} = \frac{1}{2}$

Bài 2. Tính các giới hạn sau:

a) $\lim_{n \rightarrow 2} \frac{2n+1}{3n+2}$ b) $\lim_{n \rightarrow 4} \frac{n^2-3n+5}{3n^2+4}$ c) $\lim_{n \rightarrow 2} \frac{n^3+n^2-n+1}{2n^4+n^2+2}$ d) $\lim_{n \rightarrow 3} \frac{(2n^3+1)(3n^2-n+8)}{(4n-3)(3n^4+n+2)}$

Bài 3. Tính các giới hạn sau:

a) $\lim_{n \rightarrow 3} \frac{3n^2 + \sqrt{n^4 + 3n - 2}}{2n^2 - n + 3}$ b) $\lim_{n \rightarrow 12} \frac{\sqrt[3]{8n^3 - 5n + 8} - n}{n + 12}$ c) $\lim_{n \rightarrow 1} \frac{\sqrt{6n^2 + n + 1}}{2n + 1}$ d) $\lim_{n \rightarrow 3} \frac{\sqrt{2n^2 - n}}{1 - 3n^2}$

Bài 4. Tính các giới hạn sau:

a) $\lim_{n \rightarrow 3} \frac{9 \cdot 2^n + 3^n}{2^n + 5 \cdot 3^n}$ b) $\lim_{n \rightarrow 2} \frac{3^{n+2} - 4^{n+1} + 1}{2 \cdot 4^{n+1} + 2^{n-1}}$ c) $\lim_{n \rightarrow 7} \frac{4 \cdot 3^{2n} + 7^{n-1}}{2 \cdot 9^{n+1} + 7^n}$ d) $\lim_{n \rightarrow 7} \frac{4 - \frac{6}{n}}{7^n}$

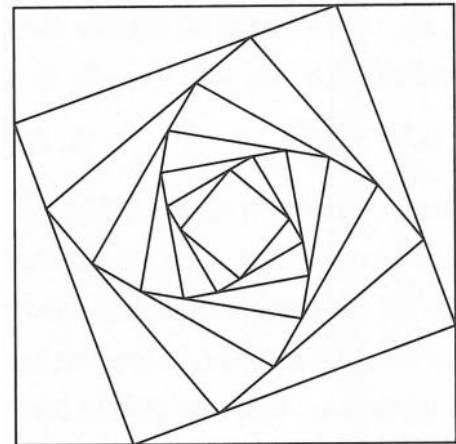
Bài 5. Tính các giới hạn sau:

a) $\lim_{n \rightarrow 5} \frac{1+2+3+\dots+n}{5n^2+2}$ b) $\lim_{n \rightarrow 1} \frac{1+a+a^2+\dots+a^n}{1+b^2+b^4+\dots+b^{2n}}$ biết $a, b \in (0;1)$

Bài 6. Cho hình vuông (C_1) có cạnh bằng a. Người ta chia mỗi cạnh của hình vuông thành bốn phần bằng nhau và nối các điểm chia một cách thích hợp để có hình vuông (C_2) như hình vẽ

Từ hình vuông (C_2) lại tiếp tục làm như trên ta nhận được dãy các hình vuông $C_1, C_2, C_3, \dots, C_n$. Gọi S_i là diện tích của hình vuông C_i ($i \in \{1, 2, 3, \dots\}$). Đặt $T = S_1 + S_2 + S_3 + \dots + S_n + \dots$

Biết $T = \frac{32}{3}$, tìm a?



Bài 7. Tổng cấp số nhân lùi vô hạn (u_n) có $u_1 = 1$ và u_1, u_3, u_4 theo thứ tự là ba số hạng liên tiếp trong một cấp số cộng là bao nhiêu?

Bài 8. Dùng định nghĩa tính a) $\lim_{x \rightarrow 4} (3x - 5)$ b) $\lim_{x \rightarrow -4^+} \sqrt{x+4}$

Bài 9. Tính giới hạn các hàm số sau

a. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x+1}{x-2}$

b. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2-1}{x-1}$

c. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{3x^2-5x-2}{x^2-4}$

d. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{2x^2-6x-20}{x^3-3x+2}$

e. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x+1}-1}{x}$

f. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{3x+2}-\sqrt{2x+3}}{x-1}$

g*) $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{\sqrt{x+2}-\sqrt{2x+3}}{2-\sqrt{x+5}}$

h*) $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{\sqrt{2x+3}-\sqrt[3]{x+2}}{x+1}$

i*) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{x+7} \cdot \sqrt[3]{3x+2} - 6}{x-2}$

Bài 10. Cho $y = f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{x}-1}{x-1} + b & \text{khi } x > 1 \\ ax+3 & \text{khi } x \leq 1 \end{cases}$. Tìm a, b để $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = 2023$

Bài 11. a) Cho số thực a thỏa mãn $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 3x + a}{x + 1} = 3$. Tìm a .

b) Cho hai số thực b, c thỏa mãn $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 + bx + c}{x - 2} = 7$. Tìm b, c .

Bài 12. Tính các giới hạn sau

a. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{4x + 1}{3x - 2}$

b. $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x^2 + 1}{3 + 2x - x^2}$

c. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{4x^2 - 1}{x^3 + x - 4}$

d. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{3x^2 + 2}}{5x + \sqrt{x^2 + 1}}$

e. $D = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3x - 1}{\sqrt{1 + 4x + x^2}}$

f. $D = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{3x^2 + 5}}{\sqrt[3]{x^3 + x + 2}}$

g. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{(4x^2 - 1)(2 + 3x - x^5)}{(x^3 + x - 4)(3x^4 - x^2 - 1)}$

Bài 13. Tính các giới hạn sau:

a. $\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{1}{x - 2}$

b. $\lim_{x \rightarrow -3^-} \frac{5}{x + 3}$

c. $\lim_{x \rightarrow 5^+} \frac{9}{5 - x}$

Bài 14. Cho hàm số $y = f(x) = \begin{cases} 4x + 5 & \text{khi } x \neq -2 \\ a & \text{khi } x = -2 \end{cases}$

- Dùng định nghĩa chứng minh $f(x)$ liên tục tại $x = 5$
- Với $a = 6$, xét tính liên tục của hàm số tại $x = -2$
- Tìm a để hàm số liên tục tại $x = -2$
- Tìm a để hàm số liên tục trên tập xác định của nó

Bài 15. Cho hàm số $y = f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{2x - 1} - 1}{x - 1} & \text{khi } x > 1 \\ a & \text{khi } x = 1 \\ x + b & \text{khi } x < 1 \end{cases}$

- Tìm a để hàm số liên tục trên $[1; +\infty)$?
- Tìm a, b để hàm số liên tục trên tập xác định của nó?

II. Trắc nghiệm

Câu 1. Cho dãy (u_n) có $\lim u_n = 3$, dãy (v_n) có $\lim v_n = 5$. Khi đó $\lim(u_n \cdot v_n) = ?$

- A. 15. B. 8. C. 5. D. 3.

Câu 2. Cho $\lim u_n = -3$; $\lim v_n = 2$. Khi đó $\lim(u_n - v_n)$ bằng

- A. -5. B. -1. C. 5. D. 1.

Câu 3. Cho dãy số (u_n) thỏa mãn $\lim(u_n + 3) = 0$. Giá trị của $\lim u_n$ bằng

- A. 3. B. -3. C. 2. D. 0.

Câu 4. Tìm dạng hữu tỷ của số thập phân vô hạn tuần hoàn $P = 2,13131313\dots$,

- A. $P = \frac{212}{99}$ B. $P = \frac{213}{100}$ C. $P = \frac{211}{100}$ D. $P = \frac{211}{99}$.

Câu 4. Cho các dãy số $(u_n), (v_n)$ và $\lim u_n = a, \lim v_n = +\infty$ thì $\lim \frac{u_n}{v_n}$ bằng

- A. 1. B. 0. C. $-\infty$. D. $+\infty$.

Câu 5. Trong 3 khẳng định dưới đây có bao nhiêu khẳng định đúng?

$\lim n^k = +\infty$ với k nguyên dương. $\lim q^n = +\infty$ nếu $|q| < 1$. $\lim q^n = +\infty$ nếu $q > 1$

- A. 0. B. 1. C. 3. D. 2.

Câu 6. Cho dãy số (u_n) thỏa $|u_n - 2| < \frac{1}{n^3}$ với mọi $n \in \mathbb{N}^*$. Khi đó

- A. $\lim u_n$ không tồn tại. B. $\lim u_n = 1$. C. $\lim u_n = 0$. D. $\lim u_n = 2$.

Câu 7. Dãy số nào sau đây có giới hạn bằng 0?

- A. $u_n = \frac{n^2 - 2}{5n + 3n^2}$. B. $u_n = \frac{4 - 2n}{5n + 3}$. C. $u_n = \frac{1 - 2n}{5n + 3n^2}$. D. $u_n = \frac{7 - 2n^2 + n^3}{5n^3 + 3n^2}$.

Câu 8. Cho $\lim \frac{an^2 - 4n + 7}{5n^2 - n - 2} = 6$. Khẳng định nào đúng

- A. $a = 6$. B. $a = 3$. C. $a = 30$. D. $a = 11$.

Câu 9. Có bao nhiêu số nguyên a thỏa mãn $\lim \frac{an^2 - 4n + 7}{5n^2 - n - 2} = 0$?

- A. 0. B. 5. C. 6. D. 1.

Câu 10. Dãy số (u_n) với $u_n = \frac{(3n-1)(3-n)^2}{(4n-5)^3}$ có giới hạn bằng phân số tối giản $\frac{a}{b}$. Tính $a.b$

- A. 192 B. 68 C. 32 D. 128

Câu 11. Dãy số nào sau đây có giới hạn bằng 0?

- A. $\left(\frac{4}{e}\right)^n$. B. $\left(\frac{1}{3}\right)^n$. C. $\left(\frac{5}{3}\right)^n$. D. $\left(\frac{-5}{3}\right)^n$.

Câu 12. $\lim(2^n - 1)$ bằng

- A. -1. B. 1. C. $+\infty$. D. $-\infty$.

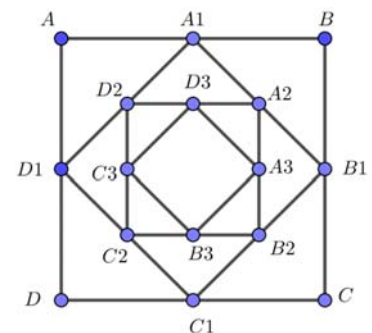
Câu 13. Tính tổng $S = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \dots + \frac{1}{2^n} + \dots$

- A. 2. B. 3. C. 1. D. $\frac{1}{2}$.

Câu 14. Cho hình vuông $ABCD$ có cạnh bằng a . Người ta dựng hình vuông $A_1B_1C_1D_1$ có cạnh bằng $\frac{1}{2}$ đường chéo của hình vuông $ABCD$;

dựng hình vuông $A_2B_2C_2D_2$ có cạnh bằng $\frac{1}{2}$ đường chéo của hình

vuông $A_1B_1C_1D_1$ và cứ tiếp tục như vậy. Giả sử cách dựng trên có thể tiến ra vô hạn. Nếu tổng diện tích S của tất cả các hình vuông $ABCD, A_1B_1C_1D_1, A_2B_2C_2D_2, \dots$ bằng 8 thì a bằng:



- A. 2 B. $\sqrt{2}$ C. $\sqrt{3}$ D. $2\sqrt{2}$

Câu 15. Cho các giới hạn: $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = 2$; $\lim_{x \rightarrow x_0} g(x) = 3$, hỏi $\lim_{x \rightarrow x_0} [3f(x) - 4g(x)]$ bằng

- A. 5. B. 2. C. -6. D. 3.

Câu 16. Tính giới hạn $L = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x-3}{x+3}$

- A. $L = -\infty$. B. $L = 0$. C. $L = +\infty$. D. $L = 1$.

Câu 17. Tính giới hạn $L = \lim_{x \rightarrow -4^+} \frac{3}{x+4}$

- A. $L = -\infty$. B. $L = 0$. C. $L = +\infty$. D. $L = 1$.

Câu 18. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào sai?

- A. $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1}{x} = +\infty$. B. $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1}{x} = -\infty$. C. $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1}{x^5} = +\infty$. D. $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1}{\sqrt{x}} = +\infty$.

Câu 19. Giới hạn: $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{\sqrt{3x+1}-4}{3-\sqrt{x+4}}$ có giá trị bằng:

- A. $-\frac{9}{4}$. B. -3. C. -18. D. $-\frac{3}{8}$.

Câu 20. $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{(x-1)(x+2)}{x^2+9}$ bằng

- A. $\frac{2}{9}$. B. 1. C. -1. D. $-\frac{1}{9}$.

Câu 21. Cho hàm số $f(x) = \frac{(4x+1)^3(2x+1)^4}{(3+2x)^7}$. Tính $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$.

- A. 2. B. 8. C. 4. D. 0.

Câu 22. Tính $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{x^2-x+1}}{3x+2}$.

- A. $\frac{2}{3}$. B. $-\frac{1}{3}$. C. $\frac{1}{3}$. D. 0.

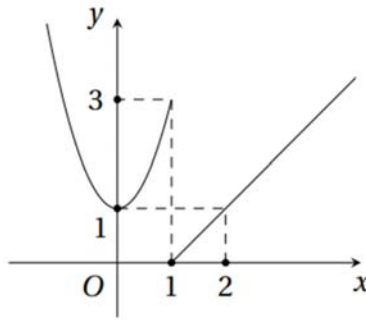
Câu 23. Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} 4x+1 & \text{khi } x \geq 3 \\ x^2+4 & \text{khi } x < 3 \end{cases}$. Tính $\lim_{x \rightarrow 3} f(x)$.

- A. 4. B. 1. C. 13. D. không tồn tại.

Câu 24. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $(a; b)$. Điều kiện cần và đủ để hàm số liên tục trên $[a; b]$ là

- A. $\lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = f(a)$ và $\lim_{x \rightarrow b^+} f(x) = f(b)$. B. $\lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = f(a)$ và $\lim_{x \rightarrow b^-} f(x) = f(b)$.
 C. $\lim_{x \rightarrow a^-} f(x) = f(a)$ và $\lim_{x \rightarrow b^+} f(x) = f(b)$. D. $\lim_{x \rightarrow a^-} f(x) = f(a)$ và $\lim_{x \rightarrow b^-} f(x) = f(b)$.

Câu 25. Hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình bên. Hàm số gián đoạn tại điểm có hoành độ bằng bao nhiêu?



- A. 0. B. 2. C. 3. D. 1.

Câu 26. Hàm số nào sau đây không liên tục tại $x = 2$?

- A. $y = \sqrt{x+2}$. B. $y = \sin x$. C. $y = \frac{x^2}{x-2}$. D. $y = x^2 - 3x + 2$.

Câu 27. Cho hàm số $y = \begin{cases} x+2 & \text{khi } x \geq -1 \\ x+m & \text{khi } x < -1 \end{cases}$, m là tham số. Tìm m để hàm số liên tục trên \mathbb{R}

- A. $m = 2$. B. $m = -3$. C. $m = 5$. D. $m = 3$.

Câu 28. Cho các khẳng định

(I): Hàm số $f(x) = \frac{3}{x-5}$ liên tục trên $(5; 10)$

(II): Hàm số $f(x) = \frac{3}{x-5}$ liên tục trên $[5; 10]$

(III): Hàm số $f(x) = \frac{3}{x-5}$ liên tục trên $(2; 10)$

(IV): Nếu hàm số $f(x)$ liên tục trên $(2; 10)$ và trên $[10; 15)$ thì hàm số $f(x)$ liên tục trên $(2; 15)$

Số khẳng định đúng là

- A. 1. B. 2. C. 3. D. 0.

CHƯƠNG IV. ĐƯỜNG THẲNG VÀ MẶT PHẲNG TRONG KHÔNG GIAN

QUAN HỆ SONG SONG

I. Tự luận

Bài 1. Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là tứ giác lồi. Lấy M, N, K lần lượt thuộc các cạnh AB, AD, SA.

- Xác định giao tuyến của 2 mặt phẳng (MNK) và (SAC).
- Xác định giao điểm (nếu có) của MK và mặt phẳng (SBD).

Bài 2. Cho tứ diện ABCD, M là điểm thuộc miền trong tam giác ACD ; E là điểm thuộc BM

- Xác định giao tuyến của 2 mặt phẳng (ABM) và (BCD).
- Xác định giao điểm của DE và mặt phẳng (ABC).

Bài 3. Cho hình chóp S.ABCD. Gọi M, N là trung điểm SB, SD.

- Tìm giao điểm của SC và mp(AMN).
- Tìm giao điểm của DM và mp(SAC).
- Tìm giao tuyến của mp(AMN) và mp(ABCD).

Bài 4. Cho tứ diện ABCD. Gọi M, N thứ tự là trung điểm của BC và AC, K là điểm thay đổi trên cạnh AD.

- Xác định Q là giao điểm của (MNK) và BD. Tìm vị trí của K để tứ giác MNKQ là hình bình hành.
- Khi điểm K không là trung điểm cạnh AD. Gọi I là giao điểm của BD và mặt phẳng (MNK). Chứng minh NK, MI, CD đồng quy tại O.
- Gọi d là giao tuyến của 2 mặt phẳng (ABO) và (MNK). Chứng minh d song song với mặt phẳng (ABC).

Bài 5. Cho tứ diện ABCD. Gọi M, N thứ tự là trọng tâm của tam giác ABC và tam giác ABD.

- Chứng minh MN // CD.
- Gọi E là trung điểm CD, P thuộc AE sao cho $AE = 3AP$. Tìm K, H lần lượt là giao điểm của (MNP) với BC và BD. Tính tỉ số BK/BC.

Bài 6. Cho hình chóp S.ABCD đáy là hình bình hành tâm O. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của SB và SD, P thuộc cạnh SC (P không trùng với trung điểm của SC).

- Chứng minh MN // (ABCD)
- Tìm giao điểm Q của SA với mặt phẳng (MNP).
- Gọi I, J, K lần lượt là giao điểm của QM và AB, QP và AC, QN và AD. Chứng minh I, J, K thẳng hàng.

Bài 7. Cho hình chóp S.ABCD đáy là hình thang đáy lớn AB. Gọi M, N lần lượt là trọng tâm tam giác SAD và tam giác SBC.

- Chứng minh MN // mp(SAB) ; MN // mp(SCD)
- Xác định giao tuyến của 2 mặt phẳng (SAD) và (SBC) ; mp(SAB) và mp(SCD)
- Tìm giao điểm của SB với mặt phẳng (DMN) ; giao điểm của DN và (SAB)
- Gọi K là trọng tâm tam giác ABC. Chứng minh MK // (SAB)

Bài 8: Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình bình hành tâm O, gọi M, N lần lượt là trung điểm của SA, SD.

- Chứng minh (OMN) // (SBC).
- Tìm giao tuyến mp(OMN) và mp(ABCD)

Bài 9. Cho hai hình vuông ABCD và ABEF ở trong hai mặt phẳng phân biệt. Trên các đường chéo AC và BF lần lượt lấy các điểm M, N sao cho $AM = BN$. Các đường thẳng song song với AB vẽ từ M, N lần lượt cắt AD và AF tại M' và N'. Chứng minh:

- (ADF) // (BCE) ;
- (DEF) // (MM'N'N).

Bài 10. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có sáu mặt là những hình vuông các trung điểm E, F của các cạnh AB và DD' . Hãy tìm các thiết diện của hình vuông cắt bởi các mặt phẳng (EFB) , (EFC) , (EFA') , (EFC') và (EFK) với K là trung điểm $B'C'$.

Bài 11. Cho tứ diện $ABCD$, gọi G_1, G_2, G_3 , là trọng tâm tam giác ABC, ACD, ABD .

- Chứng minh $mp(G_1 G_2 G_3) // mp(BCD)$
- Tìm thiết diện của tứ diện với $mp(G_1 G_2 G_3)$. Tính diện tích thiết diện biết diện tích tam giác BCD là S

Bài 12*. Cho hình lăng trụ tam giác $ABCA_1B_1C_1$. M là một điểm nằm trên đường chéo AB_1 của mặt bên A_1B_1B sao cho $\frac{AM}{MB_1} = \frac{5}{4}$. Gọi (α) là mp qua M và song song với A_1C và BC_1 . Xác định thiết diện của mp (α) với hình lăng trụ, tìm tỉ số mà mp (α) chia đoạn CC_1 .

Bài 13: Cho hình lăng trụ tam giác $ABCA'B'C'$. Gọi H là trung điểm $A'B'$

- Chứng minh $CB' // mp(AHC')$
- Tìm giao điểm của AC' với $mp(BCH)$
- Gọi $mp(\alpha)$ là mp qua trung điểm M của CC' và song song với AH và CB' . Tìm giao tuyến của $mp(\alpha)$ với $(BCC'B')$ và $(ABB'A')$

Bài 14. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Gọi M, N là 2 điểm nằm trên AD, CC' sao cho $\frac{AM}{MD} = \frac{CN}{NC'}$.

Chứng minh đt $MN // mp(ACB')$.

Bài 15. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$. Gọi I, K, G lần lượt là trọng tâm các tam giác $ABC, A'B'C'$ và ACC' . Chứng minh $(IGK) // (BB'C'C)$ và $(A'KG) // (AIB)$.

II. Trắc nghiệm

Câu 1. Cho hình chóp $S.ABCD$ đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O , giao tuyến của mặt (SAC) và (SBD) là

- A. SC B. SA C. SB D. SO

Câu 2. Cho tứ diện $ABCD$, gọi M, N lần lượt là trung điểm của CD và AD , G là trọng tâm tam giác ACD . BG là giao tuyến của hai mặt phẳng nào?

- A. (ABM) và (BCN) B. (ABM) và (BDM) C. (BCN) và (ABC) D. (BMN) và (ABD)

Câu 3. Cho tứ diện $ABCD$. M, N là hai điểm lần lượt thuộc hai cạnh AB, AC sao cho MN cắt BC tại I . Khẳng định nào sau đây là đúng

- A. Đường thẳng MN cắt đường thẳng CD B. Đường thẳng DN cắt đường thẳng AB
 C. Đường thẳng AI cắt đường thẳng CD D. $(DMN) \cap (DBC) = DI$

Câu 4. Cho hình chóp $S.ABCD$. Gọi M là điểm trên cạnh AB (M khác A, B), N là điểm trên cạnh SC (N khác S, C). Giao điểm của MN và (SBD) là

- A. giao điểm của đường thẳng MN với SB
 B. giao điểm của đường thẳng MN với SD
 C. giao điểm của đường thẳng MN với BD
 D. giao điểm của đường thẳng MN với đường thẳng SI , trong đó I là giao điểm của BD và CM

Câu 5. Cho tứ diện $ABCD$, M là trung điểm AB ; N thuộc cạnh AD sao cho $DN = \frac{1}{3}AD$. Mặt phẳng (CMN) cắt BD tại K . Tính tỉ số $\frac{DK}{BK}$. A. $\frac{2}{5}$ B. $\frac{1}{3}$ C. $\frac{2}{3}$ D. $\frac{1}{2}$

Câu 6. Cho hình chóp $S.ABCD$, có đáy $ABCD$ là hình bình hành, M, N, P là trung điểm AB, AD, SC . Mặt phẳng (MNP) cắt SD tại Q . Tính tỉ số $\frac{QD}{QS}$ A. $\frac{1}{3}$ B. $\frac{1}{4}$ C. $\frac{1}{5}$ D. $\frac{2}{5}$

Câu 7. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang ($AB \parallel CD$). Gọi I, J lần lượt là trung điểm của AD và BC , G là trọng tâm tam giác SAB . Giao tuyến của (SAB) và (IJG) là

- A. SC
- B. đường thẳng qua S và song song với AB
- C. đường thẳng qua G và song song với CD
- D. đường thẳng GJ

Câu 8. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành. Giao tuyến của mặt phẳng (SAD) và mặt phẳng (SBC) là đường thẳng song song với đường thẳng nào sau đây

- A. AD
- B. BD
- C. AC
- D. SC

Câu 9. Cho tứ diện $ABCD$, gọi G và E lần lượt là trọng tâm của tam giác ABD và ABC . Và các mệnh đề

- (I) GE và CD chéo nhau (II). $GE \parallel CD$ (III). GE cắt AD (IV). GE cắt AC

Số mệnh đề đúng là: A. 0 B. 1 C. 2 D. 3

Câu 10. Cho hai đường thẳng phân biệt a, b và mặt phẳng (α) . Giả sử $a \parallel b, b \parallel (\alpha)$. Khi đó:

- A. $a \parallel (\alpha)$.
- B. $a \subset (\alpha)$.
- C. a cắt (α) .
- D. $a \parallel (\alpha)$ hoặc $a \subset (\alpha)$.

Câu 11. Cho hai đường thẳng phân biệt a, b và mặt phẳng (α) . Giả sử $a \parallel (\alpha), b \subset (\alpha)$. Khi đó:

- A. $a \parallel b$.
- B. a, b chéo nhau.
- C. $a \parallel b$ hoặc a, b chéo nhau.
- D. a, b cắt nhau.

Câu 12. Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$. Gọi M và N lần lượt là trung điểm của SA và SC . Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $MN \parallel mp(ABC)$.
- B. $MN \parallel mp(SAB)$.
- C. $MN \parallel mp(SCD)$.
- D. $MN \parallel mp(SBC)$.

Câu 13. Cho các mệnh đề:

1. $a \parallel b, b \subset (P) \Rightarrow a \parallel (P)$.

2. $a \parallel (P), a \subset (Q)$ với $\forall (Q)$ và $(Q) \cap (P) = b \Rightarrow b \parallel a$.

3. Nếu hai mặt phẳng cắt nhau cùng song song với một đường thẳng thì giao tuyến của chúng cũng song song với đường thẳng đó.

4. Nếu a, b là hai đường thẳng chéo nhau thì có vô số mặt phẳng chứa a và song song với b .

Số mệnh đề đúng là:

- A. 3.
- B. 1.
- C. 2.
- D. 4.

Câu 14. Cho tứ diện $ABCD$, G là trọng tâm $\triangle ABD$ và M là điểm trên cạnh BC , sao cho $BM = 2MC$. Đường thẳng MG song song với

- A. (ABD) .
- B. (ABC) .
- C. (ACD) .
- D. (BCD) .

Câu 15. Đường thẳng $a \parallel (P)$ nếu

- A. $a \parallel b$ và $b \parallel (P)$.
- B. $a \cap (P) = a$.
- C. $a \cap (P) = b$.
- D. $a \parallel b, b \subset (P)$ và $a \not\subset (P)$.

Câu 16: Cho hình chóp $S.ABCD$ đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi I, J lần lượt là trọng tâm các tam giác SAB và SAD . E, F lần lượt là trung điểm của AB và AD . Chọn khẳng định đúng trong các khẳng định sau.

- A. $IJ \parallel (SAD)$.
- B. $IJ \parallel (SCD)$.
- C. $IJ \parallel (SAB)$.
- D. $IJ \parallel (SDB)$.

Câu 17. Tìm mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau đây.

A. Nếu hai mặt phẳng (P) và (Q) song song với nhau thì mọi đường thẳng nằm trong mặt phẳng (P) đều song song với mặt phẳng (Q) .

B. Nếu hai mặt phẳng (P) và (Q) song song với nhau thì mọi đường thẳng nằm trong mặt phẳng (P) đều song song với mọi đường thẳng nằm trong mặt phẳng (Q) .

C. Nếu hai đường thẳng song song với nhau lần lượt nằm trong hai mặt phẳng phân biệt (P) và (Q) thì (P) và (Q) song song với nhau.

D. Qua một điểm nằm ngoài mặt phẳng cho trước ta vẽ được một và chỉ một đường thẳng song song với mặt phẳng cho trước đó.

Câu 18. Cho hai hình bình hành $ABCD$ và $ABEF$ nằm trong hai mặt phẳng phân biệt. Kết quả nào sau đây đúng?

- A. $AD \parallel (BEF)$. B. $(AFD) \parallel (BEC)$. C. $(ABD) \parallel (EFC)$. D. $EC \parallel (ABF)$.

Câu 19. Cho lăng trụ $ABC.A'B'C'$. Gọi D', E' là trung điểm của $A'B'$ và $A'C'$. Khi đó CB' song song với

- A. AD' . B. $C'D'$. C. $(AD'E')$. D. $(AC'D')$.

Câu 20. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Mệnh đề nào sau đây sai?

- A. $(ABB'A') \parallel (CDD'C')$. B. $(BDA') \parallel (D'B'C)$.
C. $(BA'D') \parallel (ADC)$. D. $(ACD') \parallel (A'C'B)$.

Câu 21. Cho các khẳng định sau, chọn khẳng định đúng.

- A. Hình lăng trụ có tất cả các mặt bên bằng nhau.
B. Đáy của hình lăng trụ là hình bình hành.
C. Hình lăng trụ có tất cả các mặt bên là hình bình hành.
D. Hình lăng trụ có tất cả các mặt là hình bình hành.

Câu 22. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O , $AB = 8, SA = SB = 6$. Gọi (P) là mặt phẳng đi qua O và song song với (SAB) . Tính diện tích thiết diện của (P) và hình chóp $S.ABCD$.

- A. 12. B. $6\sqrt{5}$. C. $5\sqrt{5}$. D. 13.